

الرياضيات

# الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي التطبيقي

الاسئلة الوزارية من 2011 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب موقع ملازمنا

**MLAZEMNA**



بسم الله الرحمن الرحيم

اللجنة الدائمة للامتحانات العامة

الدراسة : الاعدادية / العلمي

المادة : الرياضيات



جمهورية العراق - وزارة التربية

الدور الأول ١٤٣٢ هـ - ٢٠١١ م

الوقت : ثلاث ساعات

ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط . ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١: (a) إذا كان  $3+i$  هو أحد جذري المعادلة  $x^2 - ax + (5+5i) = 0$  فما قيمة  $a$  ؟ وما الجذر الآخر ؟

(b) باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية  $\sqrt[3]{7.8}$

س٢: (a) جد قيمة  $A$  وبؤرة ودليل القطع المكافئ الذي معادلته  $Ax^2 + 8y = 0$  المار بالنقطة  $(1, 2)$  ثم ارسم القطع .  
(b) جد قيمة كل مما يأتي :

$$1) \int_0^1 (1+e^x)^2 e^x dx$$

$$2) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2 + \tan x} dx$$

س٣: (a) جد حجم أكبر مخروط دائري قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره  $6\sqrt{3}$  cm دورة كاملة حول أحد ضلعيه القائمين .

(b) إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر . برهن ذلك .

س٤: أجب عن فرعين فقط :

(a) خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل طولها  $2m$  يتسرب منه الماء بمعدل  $(0.4)m^2/h$  . جد معدل تغير انخفاض الماء في الخزان عند أي زمن  $t$  .

$$(b) \text{ جد قيمة } \left( \frac{1}{2+\omega} - \frac{1}{2+\omega^2} \right)^2$$

(c) برهن  $y = x^3 + x - 2$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' - 6x = 0$

س٥: أجب عن فرعين فقط :

(a) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ويمس دليل القطع المكافئ

$$x^2 + 12y = 0$$

(b) إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم ، برهن أن نصف قطر الكرة  $= \frac{3}{4}$  الارتفاع

(c) جد المساحة المحددة بالمنحني  $y = \sqrt{x}$  والمستقيم  $y = x$

س٦: أجب عن فرعين فقط :

(a) ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = 6x - 2x^3$

$$(b) \text{ جد قيمة } \int_{-3}^4 |x| dx$$

(c) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$

بسم الله الرحمن الرحيم

جمهورية العراق - وزارة التربية  
الدور الثاني ١٤٣٢ هـ - ٢٠١١ م  
الوقت : ٣ ساعات



اللجنة الدائمة للامتحانات العامة  
الدراسة : الإعدادية / العلمي  
المادة : الرياضيات

ملاحظة: أجب عن خمسة أسئلة فقط (لكل سؤال ٢٠ درجة).

س١: أ) كَوّن المعادلة التربيعية التي جذورها  $\frac{3i}{\omega^2}$  ,  $\frac{-3\omega^2}{i}$

ب) بين أن اندالة  $f(x) = (x-1)^4$  تحقق مبرهنة رول على الفترة  $[-1, 3]$  ثم جد قيمة  $c$  حيث  $f'(c) = 0$

س٢: أ) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه في نقطة الأصل ومساحة منطقتيه  $7\pi$  وحدة مربعة ومحيطه يساوي  $10\pi$  وحدة.

ب) جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 = 8x$  والمستقيمين  $x = 0$  ,  $x = 2$  حول المحور السيني .

س٣: أ) جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(4, 0)$  .  
ب) طول قطعة المستقيم الموازي لمستوي معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه .  
برهن ذلك .

س٤: أجب عن فرعين فقط :

- أ) احسب باستخدام مبرهنة دي موافر  $(1+i)^{11}$  .  
ب) ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = (1-x)^3 + 1$  .  
ج) هل  $y^2 = 3x^2 + x^3$  هو حل للمعادلة  $yy'' + (y')^2 - 3x = 5$  ؟ بين ذلك .

س٥: أجب عن فرعين فقط:

أ) عين البؤرتين والرأسين ثم جد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد  $2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$

ب) برهن على أن للمستقيمات المتوازية المائلة على مستو الميل نفسه .

ج) جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $4t + 12 \text{ m/s}^2$  وكانت سرعته بعد مرور 4 ثواني  $90 \text{ m/s}$  احسب المسافة خلال الفترة  $[1, 2]$  .

س٦: أجب عن فرعين فقط:

أ) صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد طولها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  بحيث تبقى مساحتها ثابتة ، جد معدل النقصان في عرضها عندما يكون عرضها  $8 \text{ cm}$  .

ب) جد  $\int_0^1 \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x + 1} dx$

ج) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $e^x dx - y^3 dy = 0$

بسم الله الرحمن الرحيم

اللجنة الدائمة للامتحانات العامة  
الدراسة : الإعدادية / العلمي  
المادة : الرياضيات

جمهورية العراق - وزارة التربية  
الدور الأول ١٤٣٣ هـ - ٢٠١٢ م  
الوقت : ثلاث ساعات



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : a. إذا كان  $\frac{2+i}{3-i}$  ، مترافقين ، جد قيمتي  $x$  ،  $y$  الحقيقيتين .

b. برهن إن :  $f(x) = x^2 - x + 1$  في الفترة  $[-1, 2]$  تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة ثم جد قيمة c .

س٢ : a. عين البؤرة والرأس ومعادلتى المحور والدليل للقطع المكافئ :  $y^2 + 4y + 2x = -6$

b. لتكن  $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $f(x) = 2x^2$  ، جد قيمة تقريبية للتكامل :  $\int_1^3 f(x) dx$

إذا قسمت الفترة  $[1, 3]$  إلى فترتين جزئيتين منتظمتين .

س٣ : a. جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها  $4\sqrt{2} cm$  .

b. كل مستو مار بمستقيم عمودي على مستو آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي . برهن ذلك .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

a. جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات ومجموع طولي محوريه  $= 16$  وحدة طول وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته  $x^2 - 2y^2 = 6$  .

b. للمنحنى  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند  $x = -1$  ونهاية صغرى محلية عند  $x = 2$  جد قيمتي  $a, b$  .

c. جد المساحة المحددة بالمنحنى  $f(x) = (x-1)^3$  ومحور السينات في الفترة  $[-1, 3]$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

a. باستخدام مبرهنة دي موافر ، احسب قيمة  $(1-i)^7$  .

b. سلم طوله  $10 m$  يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل  $2 m/s$  عندما يكون الطرف الأسفل للسلم على بعد  $8 m$  عن الحائط ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي للسلم عن الأرض في تلك اللحظة .

c. برهن أن :  $[y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x]$  هو حل للمعادلة التفاضلية :  $y'' + 4y = 0$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

a. ١- برهن على أن حجم ذي الوجوه الأربعة المنتظم والذي طوله  $L$  هو  $\frac{\sqrt{2}}{12} L^3$  وحدة مكعبة .

٢- جد قيمة التكامل الآتي :  $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx$

b. جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

c. جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحنى  $y = x^2 + 1$  والمستقيمين  $y = 1$  ،  $y = 2$  حول المحور الصادي .

بسم الله الرحمن الرحيم

جمهورية العراق - وزارة التربية  
الدور الثاني ١٤٣٣ هـ - ٢٠١٢ م  
الوقت : ثلاث ساعات



اللجنة الدائمة للامتحانات العامة  
الدراسة : الإعدادية / العلمي  
المادة : الرياضيات  
ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

- س 1 : a. ضع بالصيغة العادية للعدد المركب للمقدار :  $(1+i)^5 - (1-i)^5$   
b. باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة ، جد بصورة تقريبية :  $\sqrt{\frac{1}{2}}$
- س 2 : a. قطع زائد معادلته  $90 = kx^2 - ky^2$  طول محوره الحقيقي  $6\sqrt{2}$  وحدة وبؤرتاه تتطابقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $576 = 9x^2 + 16y^2$  ، جد قيمتي  $k, h$  التي تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية .  
b. جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحني  $y = x^4 - x$  ومحور السينات والمستقيمين  $x=1, x=2$

- س 3 : a. جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحددة بمنحني الدالة  $f(x) = 12 - x^2$  ومحور السينات ، رأسان من رؤوسه على المنحني والرأسان الأخران على محور السينات ، ثم جد محيطه .  
b.  $(X)$  و  $(Y)$  مستويان متعامدان ،  $\vec{AB} \subset (X)$  و  $\vec{BD}, \vec{BC}$  عموديان على  $\vec{AB}$  ويقطعان  $(Y)$  في  $C, D$  على الترتيب ، برهن أن  $\vec{CD} \perp (X)$  .

- س 4 : أجب عن فرعين فقط :  
a. جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين ويقطع من محور السينات جزءاً طوله 8 وحدات ومساحة منطقتة  $24\pi$  وحدة مساحة .  
b. ارسم باستخدام معلوماتك في التفاضل منحني الدالة :  $f(x) = 2x^2 - x^4$  .  
c. جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحني  $y = \sqrt{5}x^2$  والمستقيمين  $x=1, x=2$  حول محور السينات.

- س 5 : أجب عن فرعين فقط :  
a. عبر عن العدد المركب  $2\sqrt{3} - 2i$  بالصيغة القطبية .  
b. لتكن  $M$  نقطة تتحرك على المنحني  $y = x^2$  . جد إحداثيي نقطة  $M$  عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة  $(0, \frac{3}{2})$  يساوي ثلثي المعدل الزمني لتغير الإحداثي الصادي للنقطة  $M$  .

c. حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} = (x+1)(y-1)$  حيث  $y=2$  عندما  $x=2$

- س 6 : أجب عن فرعين فقط :  
a. برهن على أنه إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر .

b. جد التكاملات الآتية :  
1)  $\int \cot x \csc^3 x dx$   
2)  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$

c. جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- جد قيمة :  $(1-i)(1-i^2)(1-i^3)$

B- جد ما يأتي :  $2) \int_0^1 \frac{3x^2+4}{x^3+4x+1} dx$

1)  $\int \csc^2 x \cos x dx$

س2 : A- عين كل من البورتين والرأسين والقطبين والمركز والاختلاف المركزي للقطع الناقص :

$$\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

B- جد نقطة أو أكثر تنتمي للمنحنى  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$

س3 : A- برهن أن : مسطوي الزاوية المستوية العائدة لزاوية زوجية يكون عمودياً على حرفها .

B- حل المعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع مخروطي بؤرتاه  $F_1(4, 0)$  ،  $F_2(-4, 0)$  واختلافه المركزي  $= 2$  ، جد معادلته .

B- لتكن :  $f(x) = x^2 - \frac{a}{x}$  ، برهن أن الدالة  $f$  لا تمتلك نهاية عظمى محلية لكل  $a \in R$  ،  $x \neq 0$  .

C- جد المساحة المحددة بين منحنى الدالة  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  ومحور السينات .

س5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- إذا كان  $Z = -2 + 2i$  عبر عن  $Z$  بالصيغة القطبية .

B- عمود طوله  $7.2 m$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $1.8 m$  مبتعداً عن العمود وبسرعة  $30 m/min$  ، جد معدل تغير طول ظل الرجل .

C- بيّن أن :  $y = ae^{-x}$  هو حل للمعادلة  $y' + y = 0$  حيث  $a \in R$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- إذا علمت أن :

$f(x) = \sqrt[3]{31x+1}$  جد بصورة تقريبية  $f(1.01)$  باستخدام نتيجة مير هنة القيمة المتوسطة .

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحنى  $y = x^2 + 1$  والمستقيم  $y = 4$  حول المحور الصادي .

C- إذا كانت المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات  $180 cm^2$  ومساحة قاعدته  $48 cm^2$  ومساحة أحد أوجهه الجانبية  $24 cm^2$  ، جد حجمه .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- جد قيمة :  $(\frac{1}{2+w} - \frac{1}{2+w^2})^2$

B- جد كلا من : 1)  $\int (1 + \cos 3x)^2 dx$  2)  $\int_0^1 (1 + e^x)^2 e^x dx$

س٢ : A- قطع زائد مركزه في نقطة الأصل ويؤرتاه على محور الصادات والاختلاف المركزي = 3 وطول محوره المرافق  $2\sqrt{2}$  وحدة . جد معادلته .

B- جد بعدي أكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث طول قاعدته  $24cm$  وارتفاعه  $18cm$  بحيث أن رأسين متجاورين من رؤوسه تقعان على القاعدة والرأسين الباقيين يقعان على ساقيه .

س٣ : A- إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر .  
برهن ذلك

B- حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} + xy = 3x$  عندما  $x=1, y=2$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = (1-x)^3 + 1$

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحنى  $y = \frac{1}{x}$  والمستقيمين  $y=1, y=2$  حول المحور الصادي

C- بسط ما يأتي :  $\frac{(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^3}$

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- عين كلا من البورتين والرأسين والقطبين والمركز وطولي محوري القطع الناقص الذي معادلته

$$\frac{(x-4)^2}{81} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$$

B- مخروط دائري قائم حجمه  $(210\pi)cm^3$  جد بصورة تقريبية طول نصف قطر قاعدته إذا كان ارتفاعه  $10cm$

C- حل المعادلة التفاضلية  $(3x-y)y' = (x+y)$

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

A- إذا وازى أحد ضلعي زاوية قائمة مستويًا معلومًا فإن مسطبي ضلعيها على المستوي متعامدان برهن ذلك .

B- جد المساحة المحددة بالمنحنيين  $f(x) = 2\sin x + 1$  ,  $g(x) = \sin x$  على الفترة  $[0, \frac{3\pi}{2}]$  .

C- خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة طول ضلعها  $2m$  يتسرب من الخزان الماء

بمعدل  $0.4 m^3/h$  . جد معدل تغير انخفاض الماء في أي زمن  $t$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- اثبت أن :  $(1 - \frac{2}{w^2} + w^2) (1 + w - \frac{5}{w}) = 18$

B- كرة نصف قطرها ( 6 cm ) طليت بطلاء سمكه ( 0.1 cm ) جد حجم الطلاء بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

س٢ : A- من مستقيم غير عمودي على مستو معلوم يوجد مستو وحيد عمودي على المستوي المعلوم ، برهن ذلك  
B- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه ( 4, 0 ) والنقطة O تنتمي للقطع بحيث محيط المثلث  $\triangle F_1 F_2$  يساوي 24 وحدة .

س٣ : A- إذا كانت  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \forall x \geq 0 \\ 2x & \forall x < 0 \end{cases}$  جد  $\int_{-1}^3 f(x) dx$

B- إذا كان منحنى الدالة  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  مقعر في  $\{x : x < 1\}$  ومحدب عند  $\{x : x > 1\}$  ويمس المستقيم  $y + 9x = 28$  عند النقطة ( 3, 1 ) فجد قيم  $a, b, c$  الحقيقية .

س٤ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد الصيغة القطبية للجذور الخمسة للمقدار :  $\sqrt[5]{(\sqrt{3} + i)^2}$

B- لتكن (  $\mu$  ) نقطة متحركة على القطع المكافئ  $y = x^2$  ، جد احداثيي النقطة (  $\mu$  ) عندما يكون المعدل الزمني لابعادها عن النقطة ( 0,  $\frac{3}{2}$  ) يساوي ثلث المعدل الزمني لتغير الاحداثي الصادي للنقطة (  $\mu$  ) .

C- بين أن العلاقة :  $y = x^2 + 3x$  حل للمعادلة  $xy' = x^2 + y$

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- قطع زائد طول محوره الحقيقي 6 وحدات واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين ( 1,  $\mp 2\sqrt{5}$  ) ، جد معادلتى القطع المكافئ والزائد الذي مركزه نقطة الأصل .

B- جد أكبر حجم لمخروط دائري قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره  $6\sqrt{3}$  cm دورة كاملة حول أحد ضلعيه القائمين .

C- جد المساحة المحددة بالدالتين  $f(x) = \sin x$  و  $g(x) = \sin x \cos x$  حيث  $x \in [0, 2\pi]$

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد التكامل الآتي :  $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$

B- برهن أن : طول قطعة المستقيم الموازي لمستو معلوم يساوي طول منقطه على المستوي المعلوم وبوازيه

C- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- اثبت أن :  $(\frac{5w^2i-1}{5+iw})^6 = -1$

B- جد تقريباً للمقدار الآتي باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ .

س2 : A- برهن أن : ( المستوي العمودي على أحد مستويين متوازيين يكون عمودياً على الآخر أيضاً ) .  
B- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 + 8x = 0$  علماً بأن القطع الناقص يمر بالنقطة  $(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$ .

س3 : A- هل أن الدالة  $f(x)$  تحقق مبرهنة رول على الفترة  $[-1, 1]$  ؟ وإن حققت جد قيمة  $c$  حيث الدالة :  
 $f(x) = x^3 - x$

B- تتحرك نقطة من السكون وبعد  $t$  ثانية من بدء الحركة أصبحت سرعتها  $v(t) = 100t - 6t^2$  cm / s .  
جد الزمن اللازم لعودة النقطة إلى موضعها الأول الذي بدأت منه ، ثم احسب التسريع عندها .

س4 : اجب عن فرعين فقط :

- A- احسب باستخدام مبرهنة دي موافر  $(\sqrt{3} + i)^{-9}$  .  
B- سلم طوله (10 m) يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على جدار رأسي فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الجدار بمعدل (2 m / s) عندما يكون الطرف الأسفل على بعد (8 m) عن الحائط ، جد :  
1) معدل انزلاق الطرف العلوي . (2) سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض .  
C- بين أن  $\ln y^2 = x + a$  (حيث  $a \in R$ ) حل للمعادلة التفاضلية  $2y' - y = 0$  .

س5 : اجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- إذا كان  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  ،  $g(x) = 1 - 12x$  وكان كل  $f$  ،  $g$  متماسكان عند نقطة انقلاب المنحني  $f$  وهي (1, -11) جد قيم  $a, b, c \in R$  .

B- جد تكامل : 1)  $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx$  2)  $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

C- جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25}$  ويمس دليل القطع المكافئ

$x^2 + 12y = 0$

س6 : اجب عن فرعين فقط مما يأتي :

- A- احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني  $y^2 = x^3$  والمستقيمان  $x = 0$  ،  $x = 2$  حول محور السينات .  
B- اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $400\pi$  cm<sup>2</sup> وحجمها  $2000\pi$  cm<sup>3</sup> جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها .  
C- جد حل للمعادلة التفاضلية :  $0 = (y^2 - x^2) dx + xy dy$



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ، لكل سؤال ٢٠ درجة .

س1: (A) كَوِّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $\frac{3i}{w^2}$  ,  $\frac{-3w^2}{i}$

(B) صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد طولها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  بحيث تبقى مساحتها ثابتة ، جد معدل النقصان في عرضها عندما يكون عرضها  $8 \text{ cm}$ .

س2: (A) برهن أنه : ( إذا وازى مستقيم مستوياً وكان عمودياً على مستوي آخر فإن المستويين متعامدان )  
(B) قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وقطع زائد مركزه نقطة الأصل أيضاً يمر أحدهما ببؤرة الآخر فإذا كانت  $9x^2 + 25y^2 = 225$  معادلة القطع الناقص جد كلا من :  
(1) مساحة القطع الناقص (2) محيط القطع الناقص (3) معادلة القطع الزائد

س3: (A) أثبت أن  $\int_{-2}^4 |3x-6| dx = 30$

(B) جد الصيغة القطبية للعدد المركب :  $Z = 5 - 5i$

س4: أجب عن فرعين فقط :

(A) جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحنى  $x = \frac{1}{\sqrt{y}}$  والمستقيمين  $y = 1$  ,  $y = 4$  حول المحور الصادي .

(B) اثبت أن  $y = x \ln x$  هو أحد حلول المعادلة  $x \frac{dy}{dx} = x + y$

(C) جد معادلة المنحنى  $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$  حيث النقطة  $(-1, 4)$  نقطة انقلاب له وميل المماس عندها يساوي (1) .

س5: أجب عن فرعين فقط :

(A) جد بؤرة ودليل القطع المكافئ ، معادلة المحور ورأس القطع المكافئ  $x^2 + 2x = 8y + 7$  مع الرسم .  
(B) جد العدد الذي إذا أضيف إلى نظيره الضربي يكون الناتج أكبر ما يمكن .

(C) برهن أن حجم ذي الوجوه الأربعة المنتظم والذي طول حرفه ( $l$ ) يساوي  $V = \frac{\sqrt{2}l^3}{12}$

س6: أجب عن فرعين فقط :

(A) جد الحل المعادلة  $\frac{dy}{dx} + xy = 3x$  عندما  $x = 1$  ,  $y = 2$

(B) جد كلا من : (1)  $\int \sin 6x \cos^2 3x dx$  (2)  $\int \sqrt{e^{2x-4}} dx$

(C) ارسم منحنى الدالة  $f(x) = \frac{3}{x^2}$  باستخدام معلوماتك في التفاضل .

١٠٣



**ملاحظة :** الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- جد قيمتي كل من  $x, y$  الحقيقيتين واللتين تحققان المعادلة :  $\frac{1-i}{1+i} + (x + yi) = (1 + 2i)^2$

B- جد قيمة كل من :  
1)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$       2)  $\int_0^4 \frac{2x}{x^2 + 9} dx$

س2 : A- جد كل من البؤرتين والرأسين والقطبين والمركز وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي

معادلته :  $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$

B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

س3 : A- جد بعدي أكبر مستطيل يمكن أن يوضع داخل مثلث طول قاعدته  $24 \text{ cm}$  وارتفاعه  $18 \text{ cm}$  بحيث رأسين متجاورين من رؤوسه تقعان على القاعدة والرأسين الآخرين تقعان على ساقيه .

B-  $(x), (y)$  مستويان متعامدان ،  $AB \subset (x)$  ،  $BC, BD$  عموديان على  $AB$  ويقطعان  $(y)$  في  $C, D$  على الترتيب ، برهن أن :  $CD \perp (x)$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- اكتب معادلة القطع الزائد الذي مركزه في نقطة الأصل إذا علمت أن أحد الرأسين يبعد عن البؤرتين بالعديين 9 ، 1 وحدات على الترتيب وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين .

B- اثبت أن الدالة :  $f(x) = (2-x)^2$  حيث  $x \in [0, 4]$  تحقق مبرهنة رول ، ثم جد قيمة  $C$  .

C- جد المساحة المحصورة بين المنحنيين  $y = x^3$  ،  $y = x$  .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- عبّر عن العدد :  $2 - 2\sqrt{3}i$  بالصيغة القطبية .

B- عمود طوله  $(7.2 \text{ m})$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $(1.8 \text{ m})$  مبتعداً عن العمود بسرعة  $(30 \text{ m / min})$  . جد معدل تغير طول ظل الرجل .

C- برهن أن :  $y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' + 4y = 0$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- ارسم بالاستعانة بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ  $y = 4x^2$  والمستقيمين  $y = 0$  ،  $y = 16$  حول المحور الصادي .

C- إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم ، برهن أن :

نصف قطر الكرة =  $\frac{3}{4}$  الارتفاع .



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ولكل سؤال ٢٠ درجة

س1: (A) جد قيمة  $x, y$  إذا كان  $(x + iy)(1 - \sqrt{-3}) = -2w - 2w^2$

(B) باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة جد حجم مخروط دائري قائم بصورة تقريبية ، علماً أن طول قطر قاعدته يساوي ارتفاعه وهو  $3.99cm$  .

س2: (A) جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وبؤرتاه النقطتين  $(5, 0)$  ,  $(-5, 0)$  وطول محوره الكبير يساوي (12) وحدة .

(B) جد قيمة  $a$  الحقيقية إذا كان  $\int_1^a (x + \frac{1}{2}) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx$

س3: (A) برهن أن مستوي الزاوية المستوية العائدة لزاوية زوجية يكون عمودياً على حرفها .

(B) هل أن  $y^2 = 3x^2 + x^3$  يمثل حلاً للمعادلة  $yy'' + (y')^2 - 3x = 3$

س4 : الإجابة عن فرعين :

(A) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ويمس دليل المكافئ  $x^2 + 12y = 0$

(B) برهن أن الدالة  $f(x) = x^2 - 6x + 4$  تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة وجد قيمة  $C$  عند الفترة  $[-1, 7]$  .

(C) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

س5: الإجابة عن فرعين :

(A) جد الجذور التكعيبية للعدد  $(125i)$  باستخدام مبرهنة ديموفوار .

(B) عمود طوله  $(7.2m)$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $(1.8m)$  مبتعداً عن العمود وبسرعة  $(30m/min)$  ، جد معدل تغير طول ظل الرجل .

(C) جد التكامل الآتي :  $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$

س6 : الإجابة عن فرعين :

(A) من مستقيم غير عمودي على مستو معلوم يوجد مستو وحيد عمودي على المستوي المعلوم ، برهن ذلك .

(B) جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(18m/s^2)$  فإذا كانت سرعته قد أصبحت  $(82m/s)$  بعد مرور  $(4)$  ثوان من بدء الحركة ، جد : ١- المسافة خلال الثانية الثانية .

٢- بعده عن نقطة بدء الحركة بعد مرور ثانييتين .

(C) إذا كانت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  وكانت  $f$  مقعرة  $\forall x > 1$  ومحدبة  $\forall x < 1$  وللدالة  $f$  نقطة نهاية عظمى محلية هي  $(-1, 5)$  ، جد قيمة الثوابت  $a, b, c \in R$  .



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ولكل سؤال ٢٠ درجة

س1: (A) عبّر عن العدد بالصيغة القطبية  $\frac{1-3i^2}{1-wi-w^2i}$   
(B) إذا كانت  $f(x) = ax^3 + 3x^2 + c$  دالة وكان للدالة نهاية عظمى محلية تساوي 8 ونقطة انقلاب عند  $x=1$  جد قيمة  $a, c \in R$ .

س2: (A) لتكن  $5y^2 - 4x^2 = h$  معادلة قطع زائد إحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $4y - \sqrt{5}x^2 = 0$  جد قيمة  $h$ .  
(B) إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في أحدهما عمودي على المستوي الآخر يكون محتوي فيه .  
(برهن ذلك)

س3: (A) جد المساحة المحددة بمنحني الدالة  $y = f(x) = x^3 - 9x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $[-3, 3]$ .  
(B) إذا كان  $(2-4i)$  هو أحد جذري المعادلة  $2x^2 - x - bx + c - 6 = 0$  ، معاملات حقيقية ، جد  $b, c \in R$ .

س4 : الإجابة عن فرعين :

(A) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $(x+1)y' = 2y$

(B) إذا كان  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  جد مقدار التغير التقريبي للدالة إذا تغيرت  $x$  من 4 إلى 4.01 .

(C) جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(10m/sec^2)$  وبعد 2 ثانية من بدء الحركة لتصبح السرعة  $24m/sec$  ، احسب : ١- المسافة المقطوعة في الثانية الخامسة . ٢- بُعد الجسم بعد مضي (4 ثانية) .

س5: الإجابة عن فرعين :

(A) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور الصادات ، مساحته  $32\pi$  وحدة مساحة والنسبة بين طولي محوريه  $\frac{1}{2}$  .

(B) جد نقطة تنتمي للمنحني  $y^2 - x^2 = 5$  لكي تكون أقرب ما يمكن من النقطة  $(4, 0)$  .

(C) اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $400\pi cm^2$  ، حجمها  $2000\pi cm^3$  ، جد الارتفاع ونصف قطر القاعدة .

س6 : الإجابة عن فرعين :

(A) مصباح على ارتفاع (6.4) متر مثبت على عمود شاقولي وشخص طوله (1.6) متر يتحرك مبتعداً عن العمود بسرعة  $30m/min$  جد سرعة تغير طول ظل الرجل .

(B) جد تكامل كل من : 1)  $\int \frac{3x-6}{\sqrt[3]{x-2}} dx$  2)  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$

(C) اثبت أن  $\ln y = x^2 + c$  هو حل للمعادلة  $y'' = 4x^2y + 2y$  .



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1: (A) جد قيمتي  $y, x$  الحقيقيتين إذا علمت أن  $\frac{6}{x+yi}$  و  $\frac{3+i}{2-i}$  مترافقان .

(B) جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة قيمة المقدار  $\sqrt[3]{7.9}$

س2: (A) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $25x^2 + 9y^2 = 225$  ويمس دليل القطع المكافئ  $x^2 + 8y = 0$

(B) جد قيمة التكامل  $\int_2^4 (3x^2 - 3) dx$  باستخدام التجزئة  $\sigma = (2, 3, 4)$

س3: (A) مجموع محيطي دائرة ومربع يساوي  $60cm$  أثبت أنه عندما يكون مجموع مساحتي الشكلين أصغر ما يمكن فإن طول قطر الدائرة يساوي طول ضلع المربع .

(B) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{6y^2 + e^y}$

س4 : الإجابة عن فرعين :  
(A) إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة تنتمي لأحدهما وعمودياً على المستوي الآخر يكون محتوي فيه . برهن ذلك .

(B) جد الحجم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين محور الصادات ومنحني الدالة  $y = \frac{1}{x}$  والمستقيمين

$x = 1$  و  $x = \frac{1}{2}$  دورة كاملة حول المحور الصادي .

(C) عيّن البؤرتين والرأسين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد  $2(y+2)^2 - 4(x-3)^2 = 8$

س5: (A) ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحني الدالة  $f(x) = 6x - x^3$

(B) جد ناتج  $(3w^{12n} + \frac{5}{w^8} + \frac{4}{w^{10}})^6$  حيث أن  $n \in Z$

س6 : الإجابة عن فرعين :

(A) لتكن  $a \in R$  و  $x \neq 0$  و  $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$  ، بيّن أن الدالة  $f$  لا تمتلك نهاية عظمى محلية .

(B) جد المساحة المحددة بالدالتين  $y = x^2$  ،  $y = x^4 - 12$

(C) اكتب الصيغة القطبية للعدد المركب  $3 - 3\sqrt{3}i$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- اثبت صحة :  $\left[ \frac{1}{1+3w^2} - \frac{1}{1+3w^4} \right]^2 = \frac{-27}{49}$

B- سلم يرتكز طرفه الأعلى على حائط وطرفه الأسفل على أرض أفقية ، يبتعد طرفه الأسفل عن الحائط بمعدل  $\frac{1}{5} m / sec$  ، جد معدل انزلاق طرفه الأعلى في لحظة السلم يصنع زاوية قياسها  $\frac{\pi}{3}$  مع الأرض .

س2 : A- جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبقان على رأس القطع الناقص الذي معادلته  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  والمار من بؤرتي القطع نفسه ، ثم جد مساحة القطع الناقص .

B- ليكن  $(x)$  و  $(y)$  مستويان متعامدان وكان المستقيم  $(x) \subset \overline{AB}$  بحيث أن  $\overline{BC}$  ،  $\overline{BD}$  عموديان على  $\overline{AB}$  ويقطعان  $(y)$  في النقطتين  $C, D$  على الترتيب ، برهن أن  $\overline{CD} \perp (x)$  .

س3 : A- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين منحنى الدالة  $y = x^2 + 1$  والمستقيم  $y = 4$  حول محور الصادات .

B- حل المعادلة التفاضلية :  $x y' = y - x$  حيث  $x = 1, y = 1$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد بأبسط صورة كلا من :  $1. [\cos \theta + i \sin \theta]^8 [\cos \theta - i \sin \theta]^4$

2.  $[\cos \frac{7}{12}\pi + i \sin \frac{7}{12}\pi]^{-3}$

B- جد تكامل كل من :  $1. \int_{-1}^1 \sqrt{3x^3 - 2x^5} dx$  2.  $\int \sec^2 8x e^{\tan 8x} dx$

C- المستقيم  $3x - y = 7$  يمس المنحنى  $y = ax^2 + bx + c$  عند النقطة  $(-1, 2)$  وكانت له نهاية

صغرى محلية عند  $x = \frac{1}{2}$  ، جد قيم الثوابت  $a, b, c \in R$  .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد بؤرة ودليل ورأس ومعادلة المحور للقطع المكافئ الذي معادلته

$$y^2 + 6y + 12x + 9 = 0$$

B- صندوق على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل ، فإذا كان حجمه  $27 cm^3$  جد أبعاد الصندوق عندما تكون مساحة المادة المستخدمة في صناعته أقل ما يمكن .

C- إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم برهن أن نصف قطر الكرة =  $\frac{3}{4}$  الارتفاع .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة ، جد بصورة تقريبية :  $(1.01)^5 + 3(1.01)^{\frac{1}{3}} + 2$

B- جد المساحة المحددة بين الدالتين :  $f(x) = \sin x, g(x) = \sin x \cos x$  حيث  $x \in [0, 2\pi]$  .

C- اثبت أن :  $2x^2 + y^2 = 1$  هو حل للمعادلة  $y'' y^3 = -2$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- كَوّن المعادلة التربيعية التي جذراها  $(\frac{5}{w} - i)$  ،  $(\frac{5}{w^2} + i)$  .

B- لتكن  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  فإذا تغيرت  $x$  من (125) إلى (125.06) ، فما مقدار التغير التقريبي للدالة ؟

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ  $x^2 = 24y$  والفرق بين طولي محوريه = 4 وحدات .

B- لتكن  $R \rightarrow [1, 3] : f$  حيث  $f(x) = x^2$  جد قيمة تقريبية للتكامل إذا جزأت الفترة إلى جزئتين منتظمتين .

س3 : A- هل  $yx = \sin 5x$  تمثل حلاً للمعادلة  $xy'' + y' + 25yx = 0$  ؟

B- في  $\triangle ABC$  قياس  $A = 30^\circ$  و  $\overline{DB} \perp \overline{AC}$  ،  $\overline{BD} = 5$  و  $AB = 10\text{cm}$  جد قياس الزاوية الزوجية  $D - \overline{AC} - B$

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  وطول محوره الحقيقي  $(6\sqrt{2})$  وحدة وبؤرتاه بؤرتي القطع الناقص ،  $9x^2 + 16y^2 = 576$  جد قيمة  $h$  و  $k$  الحقيقيتين .

B- جد النقاط التي تنتمي لمنحني الدالة  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$  .

C- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $(y^2 - xy)dx = -x^2 dy$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد الجذور التكعيبية للعدد المركب  $(1+i)^2$  على وفق مبرهنة ديموافر .

B- إذا كان للدالة  $f(x) = ax^3 - 3x^2 + c$  نهاية عظمى محلية تساوي 8 ونقطة انقلاب عندما  $x=1$  فجد قيمة  $a$  و  $c$  الحقيقيتين .

$$C- \text{ اثبت : } \int_1^8 \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x^2}} dx = 2$$

س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- برهن أن طول قطعة المستقيم الموازي لمستو معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه .

B- جد المساحة المحددة بالدالتين :  $y = x^4 - 12$  ،  $y = x^2$

C- ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحني الدالة  $f(x) = \frac{6}{x^2 + 3}$





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- جد المقياس والقيمة الأساسية للسعة للعدد  $Z = \frac{4 + 2iw + 2iw^2}{3 - iw^2 - iw}$

B- جد بصورة تقريبية قيمة المقدار  $\sqrt[3]{26}$  باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .  
س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $x^2 - 16y = 0$  وطول محوره الكبير يساوي 12 وحدة .

B- ليكن  $ABC$  مثلثاً وليكن  $AF \perp (ABC)$  ،  $BD \perp CF$  ،  $BE \perp CA$  ، برهن أن :  
(1)  $BE \perp (CAF)$  (2)  $ED \perp CF$

س3 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين ، طول كل ساق  $8\sqrt{2}$  cm .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بحيث  $V = 3t^2 - 6t$  فجد :

(1) المسافة المقطوعة في الفترة  $[1, 3]$  (2) الإزاحة المقطوعة في الفترة  $[1, 3]$

C- اثبت أن :  $y = x \ln x - x$  أحد حلول المعادلة  $x \frac{dy}{dx} = x + y$  ، حيث  $x > 0$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة قطع مخروطي رأسه في نقطة الأصل وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين ، اختلافه المركزي يساوي (3) ويمر بالنقطة  $(0, 2)$  .

B- ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة :  $f(x) = (1-x)^3 + 1$

C- إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم ، برهن أن :

$$\text{نصف قطر الكرة} = \frac{3}{4} \text{ الارتفاع}$$

س5 : A- لتكن  $f(x) = x^2 + 2x + k$  حيث  $k \in R$  ، دالة نهايتها الصغرى تساوي (-5)

$$\text{جد : } \int_{-1}^2 f(x) dx$$

B- حل المعادلة التفاضلية  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد قيمتي  $x, y$  الحقيقيتين واللتين تحققان المعادلة  $\frac{125}{11+2i}x + (1-i)^2 y = 11$

B- لتكن النقطة  $M$  نقطة متحركة على منحنى القطع المكافئ  $x^2 = 4y$  بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة  $(0, 7)$  يساوي  $0.2 \text{ unit / s}$  ، جد المعدل الزمني لتغير الإحداثي الصادي للنقطة  $M$  عندما يكون  $y = 4$

$$1) \int_0^1 (1+e^x)^2 e^x dx$$

$$2) \int \tan x dx \quad \text{C- جد ما يأتي :}$$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- اثبت أن :  $(5 - \frac{5}{w^2 + 1} + \frac{3}{w^2})^6 = 64$

B- صفيحة معدنية مستطيلة الشكل مساحتها  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد عرضها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  بحيث تبقى مساحتها ثابتة ، جد معدل تغير الطول وذلك عندما يكون الطول مساوياً لـ  $12 \text{ cm}$  .

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبعده البؤري مساوياً لبعده بؤرة القطع المكافئ عن دليله  $y^2 + 24x = 0$  ، إذا علمت أن مساحة القطع الناقص  $80\pi \text{ cm}^2$  .

B- جد القيمة التقريبية للتكامل  $\int_3^5 (2x^2 - 2) dx$  باستخدام التجزئة  $\theta = (3,4,5)$  .

س3 : A- جد حل المعادلة التفاضلية  $y' - x\sqrt{y} = 0$  عندما  $x = 2$  ،  $y = 9$  .

B- ( كل مستو مار بمستقيم عمودي على مستو آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة القطع الزائد والناقص إذا كان كل منهما يمر ببؤرتي الآخر وكلاهما تقعان على محور السينات

وطول المحور الكبير يساوي  $6\sqrt{2}$  وحدة طول وطول المحور الحقيقي يساوي 6 وحدة طول .

B- المستقيم  $3x - y = 7$  يمس المنحني  $y = ax^2 + bx + c$  عند  $(2, -1)$  وكانت له نهاية محلية عند

$x = \frac{1}{2}$  ، جد قيمة  $a, b, c$  الحقيقية .

C- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $x^2 y dx = (x^3 + y^3) dy$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام مبرهنة ديموافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $8i$  .

B- جد أبعاد أكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه  $6 \text{ cm}$

وطول قطر قاعدته  $10 \text{ cm}$  .

C-  $f(x)$  دالة مستمرة على الفترة  $[-2, 6]$  فإذا كان  $\int_1^6 f(x) dx = 6$  وكان

$\int_{-2}^1 f(x) dx$  ، جد  $\int_{-2}^6 (f(x) + 3) dx = 32$

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A) إذا كانت  $f(x) = x^3 - 4x^2$  حيث  $f : [0, n] \rightarrow R$  وكانت  $f$  تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة

عندما  $c = \frac{2}{3}$  فجد قيمة  $n$  .

B- جد التكاملات الآتية : 1)  $\int \sin 6x \cos^2 3x dx$  2)  $\int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1 - \cos^2 2x} dx$

C- برهن على أن :

( طول قطعة المستقيم الموازية لمستو معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه )



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- جد قيم  $x, y \in R$  إذا علمت أن  $(x + 2i)(x - i) = \frac{121 + 9y^2}{11 + 3yi}$ .

B- كرة نصف قطرها ( 3.001 cm ) ، جد بصورة تقريبية حجمها باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

س2 : A- جد بؤرتي وراسي وطول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته :

$$16x^2 + 160x - 9y^2 + 18y = 185$$

B- جد قيمة : 1)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x}\sqrt{3+\sqrt{x}}}$  2)  $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx$

س3 : A- حاوية على هيئة اسطوانة دائرية قائمة حجمها (  $216 \pi \text{ cm}^3$  ) ، جد أبعادها إذا كانت مساحة المعدن

المستخدم في صناعته اقل ما يمكن مع العلم أن الحاوية مفتوحة من الأعلى .

B- مثلث ABC فيه (  $AF \perp (ABC)$  و  $BD \perp CF$  و  $BE \perp AC$  ) ، برهن أن :

$$\overline{ED} \perp \overline{CF} \text{ و } \overline{BE} \perp \overline{(CAF)}$$

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- سلم يستند طرفه العلوي على حائط وطرفه السفلي على أرض أفقية ، فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن

الحائط بمعدل  $2 \text{ m/s}$  ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي عندما تكون الزاوية بين السلم والأرض  $\frac{\pi}{4}$  .

B- باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التربيعية للعدد :  $\frac{1 + wi + w^2i}{1 - wi - w^2i}$  .

C- هل أن  $2x^2 + y^2 = 1$  حلاً للمعادلة  $y^3 = -2$  ؟ بين ذلك .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته  $8y^2 - x^2 = 32$  ويمس دليل

القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 + 16x = 0$  .

B- برهن على أن حجم ذي الوجوه الأربعة المنتظمة والذي طول حرفه (  $\ell$  ) هو  $\frac{\sqrt{2}\ell^3}{12}$  وحدة مكعبة .

C- جد المساحة المحددة بين منحنى الدالة  $y = 1 - 2\sin^2 x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام معلوماتك في التفاضل ارسم  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  .

B- تتحرك نقطة من السكون بعد (  $t$  ) ثانية من بدء الحركة أصبحت السرعة  $(100t - 6t^2) \text{ m/s}$  ، جد الزمن

اللازم لعودة النقطة على موضعها الأول الذي بدأت منه ، ثم احسب التعجيل عندها .

C- حل المعادلة التفاضلية :  $(x^2 + 3y^2)dx - 2xy dy = 0$



**ملاحظة :** الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س 1 : A- إذا كان كلا من  $\frac{3-2i}{i}$  و  $\frac{x-yi}{1+5i}$  مترافقات ، جد قيمتي  $x, y \in R$  .

B- جد نصف قطر كرة حجمها  $\frac{260\pi}{3}$  بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

س 2 : A- جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $3x^2 + 5y^2 = 120$  والنسبة بين طول محوره الحقيقي إلى البعد بين بؤرتيه كنسبة  $\frac{1}{2}$  .

B- جد كلا من : 2)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2 + \tan x} dx$  1)  $\int [(4x+6)\sqrt{2x+3}] dx$

س 3 : A- برهن على أن :

(( من مستقيم غير عمودي على مستوي معلوم يوجد مستوي وحيد عمودي على المستوي المعلوم ))

B- حل المعادلة التفاضلية :  $y' = 2e^x y^3$  عند  $x=0$  ،  $y = \frac{1}{2}$  .

س 4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد المعادلة التربيعية التي جذراها :  $\frac{1}{w}$  ،  $\frac{1+3w}{w^2+3}$

B- لتكن  $a$  نقطة متحركة على منحنى القطع المكافئ  $y^2 = 4x$  بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة  $(0, 7)$  يساوي  $0.2 m/s$  ، جد المعدل الزمني لتغير الإحداثي السيني للنقطة  $a$  عندما يكون  $x = 4$  .

C- جد المساحة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \sin 3x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  .

س 5 : أجب عن فرعين فقط :

A- اثبت أن  $y = e^{2x} + e^{-3x}$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' + y' - 6y = 0$  .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره  $(4t+12)m/s^2$  وكانت سرعته بعد مرور 4 ثواني تساوي

$90 m/s$  ، جد : (1) السرعة عندما  $t = 2$  (2) المسافة خلال  $[1, 2]$

(3) الإزاحة بعد 16 ثانية من بدء الحركة .

C- جد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه  $5\sqrt{2}$  سم .

س 6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- لتكن  $kx^2 + 4y^2 = 36$  معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ

الذي معادلته  $y^2 = 4\sqrt{3}x$  ، جد قيمة  $k \in R$  .

B- برهن على أن : (( إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر )) .

C- إذا كانت (6) تمثل نهاية صغرى محلية لمنحنى الدالة  $f(x) = 3x^2 - x^3 + c$  ، جد قيمة  $c$  ، ثم جد معادلة مماس المنحنى في نقطة انقلابه .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

- س١ : A- كَوّن المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها هو  $\frac{7 + iw + iw^2}{2 + iw^4 + iw^5}$  .  
B- جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة  $\sqrt{80} - \sqrt[4]{80}$
- س٢ : A- قطع زائد طول محوره الحقيقي 6 وحدات وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين  $(1, -2\sqrt{5})$  ،  $(1, 2\sqrt{5})$  ، جد معادلتى القطعين المكافئ والزائد .  
B- جد كلاً من : 1)  $\int \frac{(x-3)}{(2x-6)^3} dx$  2)  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cot x dx$
- س٣ : A- متوازي مستطيلات قاعدته مربعة ارتفاعه ثلاثة أمثال طول القاعدة يتمدد بالحرارة ، جد معدل التغير في حجمه ومساحته السطحية في اللحظة التي يكون فيها طول القاعدة  $8\text{ cm}$  علماً أن معدل التغير في طول القاعدة  $\frac{1}{4}\text{ cm/sec}$  .  
B- ( كل مستو مار بمستقيم عمودي على مستو آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .  
س٤ : أجب عن فرعين فقط :  
A- اكتب العدد  $Z = (1 + \sqrt{3}i)^2$  بالصيغة القطبية .  
B- هل أن  $yx = \sin 5x$  حلاً للمعادلة  $xy'' + 2y' + 25yx = 0$  ؟ بيّن ذلك .  
C- جد المساحة المحددة بالمنحني  $y = 2 \cos^2 x - 1$  ومحور السينات وعلى الفترة  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  .  
س٥ : أجب عن فرعين فقط :  
A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ويمر بالنقطتين  $A_1(4, 3)$  ،  $A_2(6, 2)$  .  
B- المثلث  $ABC$  ،  $\overline{BC} \subset (x)$  والزواية الزوجية بين مستوي المثلث  $ABC$  والمستوي  $(x)$  قياسها  $60^\circ$  فإذا كان  $AB = Ac = 13\text{ cm}$  و  $BC = 10\text{ cm}$  ، جد مسقط المثلث  $(ABC)$  على  $(x)$  ، ثم جد مساحة مسقط  $\Delta ABC$  على  $(x)$  .  
C- جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل نصف دائرة نصف قطرها  $8\text{ cm}$  .  
س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :  
A- إذا كانت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  دالة وكانت  $f$  مقعرة  $\forall x > 1$  ومحدبة  $\forall x < 1$  وكان للدالة نقطة نهاية صغرى محلية عند  $(-1, 5)$  ، جد  $a, b, c \in R$  .  
B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين منحنى الدالة  $y = x^2 + 1$  والمستقيم  $y = 4$  حول محور الصادات .  
C- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 1 - y^2$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- اثبت :  $(2w + \frac{3}{w} + 2)^2 \cdot (5 + \frac{2}{w^2} + 5w^2)^2 = 9$

B- جد معادلة المنحني  $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$  حيث أن  $(-1, 4)$  نقطة انقلاب له وميل المماس له عند نقطة الانقلاب تساوي  $(-1)$ .

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه  $(\pm 5, 0)$  والنقطة Q تنتمي للقطع بحيث أن  $\Delta F_1 F_2 Q$  محيطه يساوي  $(30)$  وحدة طول .

B- تتحرك سيارة من السكون وبعد  $(t)$  دقيقة من بدء الحركة أصبحت سرعتها  $(50t - 3t^2) km / min$  جد الزمن اللازم لعودة السيارة إلى موضعها الأول الذي بدأت منه ثم أحسب التعجيل عند ذلك الزمن .

س3 : A- هل تمثل الدالة  $y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x$  حلاً للمعادلة التفاضلية  $y'' + 4y = 0$  ؟ بين ذلك .

B-  $A, B, C, D$  أربع نقاط ليست بمستوى واحد بحيث  $AB = AC$  وأن  $E \in \overline{BC}$  فإذا كانت الزاوية  $\angle AED$  عائدة للزوجية  $A - \overline{BC} - D$  ، برهن  $\overline{CD} = \overline{BD}$

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- يدور القمر حول الأرض في مدار على صورة قطع ناقص سيني البؤرتين تقع الأرض في إحدى بؤرتيه فإذا كانت أطول مسافة بين الأرض والقمر  $90 km$  وأقصر مسافة بينهما  $10 km$  ، جد الاختلاف المركزي للقطع .

B- هل الدالة التالية تحقق مبرهنة رول ؟ وإن حققتها ، جد قيمة C :  $f(x) = x^3 - x$  ،  $[-1, 1]$

C- حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2 - x^2}{2xy}$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- هل أن :  $(\cos \theta + i \sin \theta)^2 = \frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^5}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2}$  ، اثبت ذلك .

B- فنار ميناء ارتفاعه  $20 m$  يعلوه مصباح كبير تحركت سفينة ارتفاعها  $5 m$  مبتعدة عن الفنار بسرعة  $50 km / h$  ، جد تغير طول ظل السفينة على سطح البحر .

C- جد المساحة المحددة بالدالتين  $y = x^2$  ،  $y = x^4 - 12$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$  .

B- إذا كانت :  $f(x) = \begin{cases} 2x & \forall x \geq 3 \\ 6 & \forall x < 3 \end{cases}$  ، جد  $\int_1^4 f(x) dx$

C- برهن على أن : ( للمستقيمات المتوازية المائلة على مستو الميل نفسه ) .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- كَوّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $\frac{w^2}{1+3w^2}$  ،  $\frac{w}{1+3w}$

B- إذا كانت  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  لها نهاية عظمى محلية عندما  $x = -1$  ونهاية صغرى محلية عند  $x = 2$  ، جد قيمة  $a$  ،  $b$  الحقيقيتين ، ثم جد نقطة الانقلاب .

س2 : A- جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته على محور السينات والمسافة بين البؤرة والدليل تساوي 8 وحدات .

B- برهن أنه إذا وازى مستقيم مستوياً وكان عمودياً على مستو آخر فإن المستويين متعامدان .

س3 : A- جد حجم أكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل كرة نصف قطرها 6 cm .

B- لتكن  $f : [2, 5] \rightarrow R$  بحيث  $f(x) = 2x - 3$  و  $\theta = (2, 3, 5)$  ، جد القيمة التقريبية لـ  $\int_2^5 f(x) dx$  وتحقق من ذلك هندسياً .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد الجذور التربيعية للعدد  $(-1 + \sqrt{3}i)$  باستخدام مبرهنة دي موافر .

B- اختبر إمكانية تطبيق القيمة المتوسطة للدالة الآتية على الفترة المعطاة إزائها وإن تحققت جد قيمة  $c$  :

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad , \quad [-1, 2]$$

C- حل المعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  وطول محوره الحقيقي  $6\sqrt{2}$  وحدة وبؤرته

تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $9x^2 + 16y^2 = 576$  ، جد قيمة  $h$  ،  $k$  الحقيقيتين .

B- كرة صلدة قطرها 8 cm مغطاة بطبقة من الجليد بحيث شكلها يبقى كرة فإذا بدأ الجليد بالذوبان بمعدل

$5 \text{ cm}^3 / \text{s}$  ، جد معدل النقصان بسمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد 1 cm .

$$1) \int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1 - \cos^2 2x} dx$$

$$2) \int_1^8 \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد المساحة المحددة بالدالتين :  $y = x^2$  ،  $y = x^4 - 12$

B- هل  $y = \sqrt{1 - 2x^2}$  تمثل حلاً للدالة  $y'' - 2y = 0$  ؟ بين ذلك .

C- برهن على أن : ( زاوية الميل بين المستقيم ومسقطه على مستو أصغر من الزاوية المحصورة بين

المستقيم نفسه وأي مستقيم آخر مرسوم من موقعه ضمن ذلك المستوي ) .



**ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )**

- س1 : A- كَوّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $(1 + w)$  ،  $(1 + w^2)$  .  
B- باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية ومقرباً لثلاث مراتب عشرية ناتج :  
 $(\sqrt[3]{(0.98)^3} + (0.98)^4 + 3)$
- س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته :  
 $y^2 + 8x = 0$  علماً بأن القطع الناقص يمر بالنقطة  $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$  .  
B- جد التكاملات الآتية :  
1)  $\int 9x^2 \sin x^3 dx$       2)  $\int_0^{\frac{1}{3}} x^4 \left(\frac{1}{x} + 3\right)^4 dx$
- س3 : A- هل تمثل  $\ln|y| = x^2 + c$  حلاً للمعادلة التفاضلية  $y'' = 4x^2y + 2y$  ؟ بيّن ذلك .  
B- ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمود على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر ) برهن ذلك .  
س4 : أجب عن فرعين فقط :
- A- جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ويمس دليل القطع المكافئ  $x^2 + 12y = 0$  .
- B- جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحددة بالدالة :  $f(x) = 12 - x^2$  ومحور السينات ، رأسان من رؤوسه على منحنى الدالة والرأسان الآخران على محور السينات .
- C- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$
- س5 : أجب عن فرعين فقط :
- A- باستخدام مبرهنة ديموافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $(-27i)$  .
- B- إذا كان  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  ،  $g(x) = 1 - 12x$  دالتين وكل من  $f, g$  متماستان عند نقطة انقلاب المنحنى  $f$  وهي  $(1, -11)$  ، فجد قيمة  $a, b, c$  الحقيقية .
- C- جد المساحة المحددة بالدالة  $y = x^3 + 4x^2 + 3x$  ومحور السينات .
- س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :
- A- هل الدالة تحقق مبرهنة رول ؟ وإن برهنها جد قيمة  $c$  :  
 $f(x) = x^2 - 3x$  ،  $[-1, 4]$
- B- لتكن  $f(x) = 3$  ،  $f: [1, 5] \rightarrow R$  ، جد  $\int_1^5 f(x) dx$  بتجزئتين منتزمتين وبالطريقة الهندسية .
- C- برهن أن :  
( طول قطعة المستقيم الموازي لمستو معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه ) .





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- جد قيمة  $x, y$  إذا كانت :  $x + yi = (\sqrt{w + w^{17}} + \sqrt{w + w^{38}})^2 - \frac{3+i}{1+i}$

B- مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوي قطر قاعدته فإذا كان ارتفاعه يساوي  $2.96 \text{ cm}$  ، جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة .

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ  $y^2 - 16x = 0$  ومجموع بعدي نقطة عليه عن البؤرتين يساوي ( 24 ) وحدة .

B- لتكن  $R \rightarrow [1, 3]$  حيث  $f(x) = x^2$  ، جد القيمة التقريبية للتكامل  $\int_1^3 x^2 dx$  باستخدام تجزئتين

منتظمتين .

س3 : A- جد حل المعادلة التفاضلية :  $y' - x\sqrt{y} = 0$  عندما  $x = 2$  و  $y = 9$  .

B- ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمود على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الأخر ) ، برهن ذلك .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي قطع ناقص معادلته :  $36x^2 + 11y^2 = 396$  وإحدى بؤرتيه

بؤرة القطع المكافئ الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرته على محور الصادات ويمر دنيله بالنقطة ( 4 , 7 ) .

B- جد أكبر مثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه  $4\sqrt{2}$  وحدة طول .

C- جد التكاملات الآتية :  $1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2\sin y} \cos y dy$   $2) \int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- اثبت أن :  $\left[ \frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4}{(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^2} \right] (\cos \theta - i \sin \theta)^2 = 1$

B- مرشح مخروطي قاعدته أفقية ورأسه للأسفل ارتفاعه يساوي  $12 \text{ cm}$  وطول قطر قاعدته  $8 \text{ cm}$  يصب

فيه سائل بمعدل  $5 \text{ cm}^3 / \text{s}$  بينما يتسرب منه السائل بمعدل  $1 \text{ cm}^3 / \text{s}$  ، جد معدل تغير عمق السائل في

اللحظة التي يكون فيها عمق السائل  $6 \text{ cm}$  .

C- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $y = x \frac{dy}{dx} - x \tan \frac{y}{x}$

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد الحجم الناتج من دوران الدائرة  $(y^2 + x^2 = 9)$  حول محور السينات ومركزها نقطة الأصل .

B- إذا كانت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  و  $g(x) = 1 - 12x$  وكان كل من  $f, g$  متماسكان عند نقطة

انقلاب المنحني  $f$  وهي ( 1, -11 ) ، فجد قيمة  $a, b, c \in R$  .

C- برهن أنه : ( إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر ) .



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- جد بأبسط صورة :  $(\frac{\sqrt{2}}{w} + 3\sqrt{2}w + \sqrt{2})^2 \cdot (\frac{1}{w} + 4w + 1)$

B- جد باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة تقريباً مناسباً للعدد  $\frac{1}{\sqrt[3]{33}}$  .

س2 : A- جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

وأحد رأسيه هو بؤرة القطع المكافئ  $y^2 + 8x = 0$  .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(18 \text{ m/s}^2)$  وكانت سرعته عند الثانية الرابعة  $82 \text{ m/s}$

جد : (1) المسافة التي يقطعها الجسم خلال الثانية الرابعة .

(2) بعد الجسم عن نقطة بداية الحركة بعد مرور (10) ثواني .

س3 : A-  $(x)$  و  $(y)$  مستويان متعامدان ،  $\vec{AB} \subset (x)$  ،  $\vec{BD}$  و  $\vec{BC}$  عموديان على  $\vec{AB}$  ويقطعان  $(y)$

في  $C$  ،  $D$  على الترتيب برهن على أن :  $\vec{CD} \perp (x)$  .

B- اسطوانة دائرية قائمة يصب فيها ماء بمعدل تغير زمني في ارتفاع الماء  $40 \text{ m/s}$  ، جد معدل التغير في

حجم الماء إذا كان نصف قطر قاعدة الأسطوانة يساوي  $10 \text{ cm}$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- اثبت أن :  $y = x \ln|x| - x$  حيث  $x > 0$  هو أحد حلول المعادلة  $x \frac{dy}{dx} = x + y$

B- جد إحداثي البؤرة والرأس ومعادلتني كلاهما من الدليل والمحور للقطع المكافئ الذي معادلته :

$$8y + 7 = x^2 + 2x$$

C- جد التكاملات الآتية :  $1) \int_1^3 (3x)e^{\ln x} dx$   $2) \int \frac{\sqrt{\sqrt{x} - x}}{4\sqrt{x^3}} dx$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد المساحة المحددة بين منحنيني الدالتين  $f(x) = \sqrt{2x-1}$  و  $g(x) = x$  على الفترة  $[1, 5]$  .

B- حل المعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^3 x}{\tan^2 y}$

C- جد حجم أكبر مخروط دائري قائم ناتج من دوران المثلث القائم الزاوية ، طول وتره  $9\sqrt{3}$  دورة كاملة

حول أحد ضلعيه القائمين .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- حل المعادلة  $x^3 + i = 0$  باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر .

B- إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم برهن أنه نصف قطر الكرة يساوي

$$\frac{3}{4} \text{ الارتفاع .}$$

C- ارسم منحنى الدالة  $y = \frac{x-1}{x+1}$  باستخدام معلوماتك في التفاضل .



**ملاحظة :** أجب عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- اثبت ان :  $(\frac{1}{w} - \frac{1}{w^2})^2 \cdot (2 + \frac{2}{w}) \cdot (\frac{-1}{1+w^2}) = 6$

B- جد بصورة تقريبية حسب نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة  $\sqrt[3]{(31)^{-1}}$  .

س٢ : A- قطع مكافئ معادلته  $y = 3kx - 10x^2$  ومعادلة دلتاه  $y = 2kx$  ، جد قيمة  $k$  ومعادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ أعلاه وطول محوره المرافق يساوي (2) وحدة طول .

B- جد التكاملات الآتية : 2)  $\int \frac{(3x^2 - 4)^2 - 16}{x^2} dx$  1)  $\int \sin^2 9x dx$

س٣ : A- ( إذا وازى أحد ضلعي زاوية قائمة مستويًا معلومًا ، فإن مسطقي ضلعيها على المستوي متعامدان ) ، برهن ذلك .

B- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $\tan^2 y dy = \sin^3 x dx$

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- جدارية على شكل نصف قطع ناقص طول قاعدته (24 m) وأعلى نقطة ارتفاع لها تساوي (9 m) ، جد ارتفاع العمود الموضوع على بعد (6 m) من بداية القاعدة .

B- لتكن N نقطة متحركة على المنحنى  $y^2 = 4x$  بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة (0, 7) يساوي (0.2 m/s) ، جد المعدل الزمني لتغير الإحداثي السيني للنقطة N عندما يكون  $x = 4$  .

C- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بمنحني الدالة  $x^2 + y^2 = 81$  حول محور الصادات علماً أن المنحني يقطع محور الصادات .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- احسب الجذور التكعيبية للعدد المركب (-125) .

B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $(y^2 - x^2) dx = -xy dy$

C- علبة أسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها  $(27\pi) cm^3$  ، جد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها أقل ما يمكن .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- إذا كان  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  ، وكانت  $f$  مقعرة لكل  $x > 1$  ، ومحدبة لكل  $x < 1$  ، وللدالة  $f$  نقطة نهاية عظمى محلية هي (-1, 5) فجد قيمة  $a, b, c \in R$  .

B- ليكن  $ABC$  مثلثًا وليكن  $AF \perp (ABC)$  ، وليكن  $BE \perp CA$  ،  $BD \perp CF$  ، برهن على ان :  
 $\overline{ED} \perp \overline{CF}$  و  $\overline{BE} \perp (CAF)$

C- لتكن  $f: [2, 5] \rightarrow R$  ، بحيث  $f(x) = 2x - 3$  ، جد  $\int_2^5 f(x) dx$  ويتجزئة  $\theta = (2, 3, 5)$

ثم جد المساحة هندسيًا .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- اثبت أن :  $-3 \left[ 1 + \frac{2}{w^2} + w^2 \right] \left[ 1 + w - \frac{s}{w} \right] = 18$

B- باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة ، جد تقريباً مناسباً للعدد  $\sqrt{15}^{-1}$  .

س2 : A- جد معادلة القطع الزائد المار من بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  وطول محوره

المرافق يساوي المسافة بين بؤرة القطع المكافئ  $y^2 + 8x = 0$  ومعادلة دليله .

B- جد كلاً من : 1)  $\int_0^{\ln 2} e^{-x} dx$  2)  $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$

س3 : A- جد حجم أكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل كرة نصف قطرها ( 3 cm ) .

B- في  $\Delta ABC$  و  $m\angle A = 30^\circ$  و  $\overline{BD} \perp (ABC)$  و  $BD = 5\text{ cm}$  و  $AB = 10\text{ cm}$  ، جد

قياس الزاوية الزوجية  $B - AC - D$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد نقطة أو أكثر على الدائرة التي معادلتها  $x^2 + y^2 - 4x = 4$  والتي عندها يكون معدل ازدياد  $x$  يساوي معدل ازدياد  $y$  .

B- إذا كانت  $Z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{-3}}$  عدداً مركباً ، جد باستخدام مبرهنة دي موافر  $Z^{\frac{1}{2}}$  .

C- هل أن  $\ln|y| = x^2 + c$  حيث  $c \in R$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' = 4x^2 y + 2y$  ؟

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد قيمة  $L$  إذا علمت أن  $4x^2 + 2y^2 = L$  معادلة قطع ناقص البعد بين بؤرتيه  $2\sqrt{3}$  حيث  $L \in R$  .

B- اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $400\pi\text{ cm}^2$  وحجمها  $2000\pi\text{ cm}^3$  ، جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها .

C- جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين  $y = \sqrt{x-1}$  ،  $y = \frac{1}{2}x$  والمستقيمين  $x = 2$  و  $x = 5$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- حل المعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = -2x \tan y$  حيث  $x = 0$  ،  $y = \frac{\pi}{2}$  .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $\frac{m}{s^2}$  10 وبعد 2 ثانية من بدء الحركة تصبح السرعة

$\frac{m}{s}$  24 ، احسب ( 1 ) المسافة المقطوعة في الثانية الخامسة .

( 2 ) بعد الجسم بعد مضي ( 4 ) ثواني من بدء الحركة .

C- إذا كانت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  وكان للدالة نقطة نهاية عظمى محلية هي ( 5, -1 ) وكان للدالة

نقطة انقلاب عند  $x = 1$  ، جد قيم  $a, b, c \in R$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- إذا كان العددان  $\frac{5+i}{2-i}$  ،  $\frac{x+yi}{3+4i}$  مركبان مترافقان ، جد قيمة  $x, y \in R$  .

B- جد مساحة أكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها  $6 \text{ cm}$  بحيث رأسه يكون في مركز الدائرة وقاعدته توازي قطرها .

س2 : A- قطع ناقص معادلته  $hx^2 + ky^2 = 36$  ، ومركزه نقطة الأصل ومجموع مربعي طوليه محوريه يساوي (60) وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 = 4\sqrt{3}x$  ، ما قيمة كل من  $h, k \in R$  ؟

B- إذا كانت  $f(x) = 3x - x^2$  ،  $f(x) : [0,4] \rightarrow R$  ، جد كل من  $L(\sigma, f)$  و  $U(\sigma, f)$  مستخدماً أربعة تجزيئات منتظمة .

س3 : A- حل المعادلة التفاضلية :  $yy' = 4\sqrt{(1+y^2)^3}$  .

B- برهن على أن : ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في أحدهما عمودياً على المستوي الآخر يكون محتوياً فيه ) .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- النقطة  $P(6, L)$  تنتمي للقطع الزائد  $2x^2 = 6y^2 + 24$  ، جد قيمة  $L$  وجد نصف القطر البؤري للقطع المرسوم من الجهة اليسرى من  $P$  .

B- إذا كانت  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 5$  ، فجد بصورة تقريبية  $f(1.003)$  حسب نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

C- جد قيمة  $a \in R$  ، إذا علمت أن :  $\int_1^a (x + \frac{1}{2}) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- احسب باستخدام مبرهنة دي موافر :  $(1-i)^7$  .

B- المستقيم  $3x - y = 7$  يمس المنحنى  $f(x) = ax^2 + bx + c$  عند  $(2, -1)$  وكانت له نهاية

محلية عند  $x = \frac{1}{2}$  ، جد قيمة  $a, b, c \in R$  .

C- حل المعادلة التفاضلية :  $(x+2y)dx + (2x+3y)dy = 0$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- برهن على أن : ( إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر ) .

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 = 8x$  والمستقيمين  $x=0$  ،  $x=2$  حول محور السينات .

C- مرشح مخروطي قاعدته أفقية ورأسه إلى الأسفل يتسرب منه الماء بمعدل  $5 \text{ cm}^3 / \text{sec}$  فإذا كان نصف قطر قاعدة المرشح  $10 \text{ cm}$  وارتفاعه  $20 \text{ cm}$  ، جد معدل انخفاض الماء فيه عندما يكون ارتفاع الماء  $15 \text{ cm}$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- إذا كان  $Z^2 + Z + 1 = 0$  ، جد قيمة  $\frac{1 + 3Z^{10} + 3Z^{11}}{1 - 3Z^7 - 3Z^8}$

B- باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية ناتج :  $\sqrt[3]{(0.98)^3} + (0.98)^4 + 3$

س٢ : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته :  $y^2 + 12x = 0$  والفرق بين طولي محوريه يساوي (2) وحدة طول .

B- جد التكاملات الآتية : ١)  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$  ٢)  $\int \sqrt[3]{x^5 - x^3} dx$

س٣ : A- (بتعامد المستويين إذا احتوى أحدهما على مستقيم عمودي على الآخر) ، برهن ذلك .

B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $\tan^2 y dy = \sin^3 x dx$

س٤ : أجب عن فرعين فقط :  
A- جد إحداثيات المركز والبؤرتين والرأسين وطول المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته :

$$2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$$

B- متوازي سطوح مستطيلة أبعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل  $0.3 \text{ cm/s}$  والارتفاع يتناقص بمعدل  $0.5 \text{ cm/s}$  ، جد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع القاعدة  $(4 \text{ cm})$  والارتفاع  $(3 \text{ cm})$  .

C- جد المساحة المحددة بالدالتين  $f(x) = 2 \sin x + 1$  و  $g(x) = \sin x$  حيث  $x \in [0, \frac{3\pi}{2}]$

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- برهن على أن : ( للمستقيمات المتوازية المائلة على مستوى الميل نفسه ) .

B- جد  $U(\sigma, f)$  ،  $L(\sigma, f)$  للدالة  $f(x) = 4x - x^2$  حيث  $f: [0, 4] \rightarrow R$  باستخدام أربع تجزئات متساوية .

C- جد أكبر حجم لمخروط دائري قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره  $(4\sqrt{3} \text{ cm})$  دورة كاملة حول أحد ضلعيه القائمين .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $(64i)$  .

B- إذا كان المستقيم  $3x - y = 9$  يمس المنحني  $y = ax^2 + bx + c$  عند النقطة  $(2, -1)$  وكان للمنحني نهاية صغرى محلية عند  $(x = 5)$  ، جد قيم الثوابت  $a, b, c \in R$  .

C- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- كَوّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $(2w + 2w^2 - 1)^2$  ,  $(2 - 2w - 2w^2)^2$  .

B- بيّن أنّ الدالة :  $f(x) = \cos 2x + 2 \cos x$  ، تحقق مبرهنة رول على الفترة  $[0, 2\pi]$

ثم جد قيمة (c) الممكنة .

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته

$x^2 - 24y = 0$  ويمر من نقطتي تقاطع المنحني  $x^2 + y^2 - 16y - 64 = 0$  مع محور السينات .

B- جد تكامل كلاً من :  $2) \int \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} dx$   $1) \int_4^0 x(x-1)(x-2) dx$

س3 : A) ( كل مستوٍ مار بمستقيم عمودي على مستوٍ آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .

B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $e^{x+2y} + y' = 0$

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- مكعب صلد طول حرفه (8 cm) مغطى بطبقة من الجليد بحيث شكله يبقى مكعباً ، فإذا بدء الجليد

بالذوبان بمعدل  $(6 \text{ cm}^3 / \text{s})$  ، جد معدل النقصان في سُمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها هذا السُمك (1 cm) .

B- عَيّن البؤرتين والرأسين ، وجد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي لمعادلة القطع الزائد :

$$16x^2 + 160x - 9y^2 + 18y = 185$$

C- لتكن  $f(x) = 3x - 3$  ، حيث  $f: [1, 4] \rightarrow R$  ، جد قيمة التكامل  $\int_1^4 f(x) dx$

باستخدام التجزئة  $(1, 2, 3, 4)$  ،  $\sigma$  ، ثم تحقق هندسياً بحساب المنطقة تحت المنحني  $f$  .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام مبرهنة دي موافر ، جد :  $(-\sqrt{3} + i)^5$  .

B- برهن أن الدالة  $f(x) = x^2 - \frac{a}{x}$  ، لا تمتلك نهاية عظمى محلية حيث  $x \neq 0$  ،  $a \in R \setminus \{0\}$  .

C- جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(4t + 12)m / s^2$  ، وكانت سرعته بعد (4) ثواني

تساوي  $90 \text{ m/s}$  ، احسب : (1) السرعة عندما  $t = 2$  .

(2) الإزاحة بعد (10) ثانية من بدء الحركة . (3) المسافة خلال  $[1, 2]$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد حل المعادلة التفاضلية  $x^2 y dx = (x^3 + y^3) dy$  .

B- جد حجم أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه (12 cm) ،

ونصف قطره (9 cm) .

C- برهن على أنه : ( إذا رسم مائلان مختلفان في الطول من نقطة لا تنتمي إلى مستوٍ معلوم فإن أطولهما

تكون زاوية ميله على المستوي أصغر من زاوية ميل الآخر عليه ) .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- جد قيمة  $x, y \in R$  إذا علمت أن :  $(x + yi)(2 + i) = \frac{1}{(1 + w)^2} + \frac{1}{(1 + w^2)^2}$

B- إذا كانت  $f(x) = x^2 - \alpha x + 4$  دالة تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة  $[-1, b]$  وكانت

س٢ : A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $hx^2 - 4y^2 = L$  ، طول محوره التخيلي  $2\sqrt{5}$  ،  
وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $4x^2 + 13y^2 = 52$  ، جد  $h, L \in R$

B- جد قيمة  $a \in R$  إذا علمت أن :  $\int_1^a (x + \frac{1}{2}) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx$

س٣ : A- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$

B- ( يتعمد المستويان إذا احتوى أحدهما على مستقيم عمودي على الآخر ) ، برهن ذلك .  
س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A) اسطوانة دائرية قائمة سعتها  $(320 \pi \text{ cm}^3)$  ، حجمها ثابت ، معدل التغير الزمني في نصف قطرها يساوي  $(0.5 \text{ cm/s})$  ، جد معدل التغير الزمني في ارتفاعها في اللحظة التي يكون فيها الارتفاع يساوي  $(5 \text{ cm})$  .

B- جد معادلة قطع مكافئ حسب التعريف إذا علمت أن معادلة دليله  $2y - 8 = 0$  ورأسه نقطة الأصل .

C- جد القيمة التقريبية للتكامل :  $\int_1^3 \frac{3}{x} dx$  باستخدام التجزئة  $\sigma = (1, 2, 3)$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام مبرهنة ديموافر ، جد  $\frac{1}{(1 - \sqrt{3}i)^4}$

B-  $ABC$  مثلث ،  $\overline{BC} \subset (x)$  والزاوية الزوجية بين مستويي المثلث  $ABC$  والمستوي  $(x)$

قياسها  $(60^\circ)$  ، فإذا كان  $BC = 10 \text{ cm}$  ،  $AB = AC = 13 \text{ cm}$  ، جد :

1) مسقط المثلث  $ABC$  على  $(x)$  . 2) مساحة مسقط المثلث  $ABC$  على  $(x)$  .  
C- جد أبعاد أكبر علبة على شكل متوازي مستطيلات بدون غطاء يمكن صنعها من صفيحة معدنية مربعة الشكل طول ضلعها  $(48 \text{ cm})$  وذلك بقص أربع مربعات متساوية الأبعاد من أركانها الأربعة ، ثم ثني الأجزاء البارزة منها .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة  $V(t) = 2t - 4 \text{ m/s}$  ، احسب :

1) المسافة المقطوعة في الفترة  $[1, 6]$  . 2) بعد الجسم بعد مضي (4) ثواني من بدء الحركة .

B- هل أن  $y = \tan x$  حلاً للمعادلة  $y'' = 2y(1 + y^2)$  .

C- ارسم منحنى الدالة  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  باستخدام معلوماتك في التفاضل .





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

- س 1 : A- جذ المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها  $\frac{2 + wi + w^2 i}{1 - wi - w^2 i}$
- B- متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل ارتفاعه ثلاثة أمثال طول قاعدته ، جذ الحجم التقريبي له عندما يكون طول قاعدته (2.97 cm).
- س 2 : A- قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وقطع زائد نقطة تقاطع محوريه نقطة الأصل ، كل منهما يمر ببؤرة الأخر ، فإذا كانت معادلة القطع  $9x^2 + 25y^2 = 225$  ، جذ :  
 (1) مساحة القطع الناقص .  
 (2) محيط القطع الناقص .  
 (3) معادلة القطع الزائد .  
 (4) الاختلاف المركزي لكل منهما .

$$B- \text{إنما كان } f(x) = \begin{cases} 2x & \forall x \geq 3 \\ 6 & \forall x < 3 \end{cases}$$

$$\text{جذ } \int_1^4 f(x) dx$$

- س 3 : A- جذ الحل الخاص للمعادلة :  $xy' = \cos^2 y$  ، حيث  $x = 1$  ،  $y = \frac{\pi}{4}$
- B-  $(x)$  ،  $(y)$  متوابعان متعامدان ،  $\overrightarrow{AB} \subset (x)$  ،  $\overrightarrow{BD}$  ،  $\overrightarrow{BC}$  عموديان على  $\overrightarrow{AB}$  ويقطعان  $(y)$  في  $C$  ،  $D$  على الترتيب ، برهن على أن  $\overrightarrow{CD} \perp (x)$
- س 4 : أجب عن فرعين فقط :

- A- قطع مكافئ معادلته  $\frac{1}{4}y^2 = hx$  ، دليله يمر بالنقطة  $(-6, 3)$  ، جذ  $(h)$  مع الرسم .
- B- جذ بعدي أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث طول قاعدته  $(20 \text{ cm})$  والارتفاع  $(12 \text{ cm})$  بحيث أن رأسين متجاورين من رؤوسه تقعان على القاعدة والرأسين الباقين يقعان على سقيه .
- C- (1) جذ  $\int \tan^3 2x dx$  (2) جذ  $\frac{dy}{dx} \perp y = e^{x^2} \ln |2x|$

س 5 : أجب عن فرعين فقط :

- A- جذ حل المعادلة الأتية باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر  $\frac{x^3}{3} - 9i = 0$
- B- جذ نقطة تنتمي للدائرة  $x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$  والتي عندها يكون المعدل الزمني لتغير  $(x)$  يسوي المعدل الزمني لتغير  $(y)$  بالنسبة للزمن  $(t)$  .
- C- جذ المساحة المحددة بالدالتين  $y = \sqrt{x-1}$  ،  $y = \frac{1}{2}x$  وعلى الفترة  $[2, 5]$  .

س 6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

- A- حل المعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$
- B- عيّن قيمتي الثابتين  $a, b$  لكي يكون لمنحني الدالة  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند  $x = -1$  ونهاية صفرى محلية عند  $x = 2$  ، ثم جذ نقطة الانقلاب .
- C- (إذا رسم سائلان من نقطة ما إلى مسنور فأصفرهما ميلاً هو الأطول) ، برهن ذلك .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- اثبت أن :  $\left[ \frac{7 + 5w^2}{7w + 5} - \frac{3 - 2w}{3w^2 - 2} \right]^4 = 9$

B- إذا كانت  $f(x) = \sqrt[3]{31x + 1}$  ، جد باستخدام نتيجة ميرهنة القيمة المتوسطة وبصورة تقريبية قيمة :  $f(1.01)$  .

س٢ : A- جد معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $y^2 + 8x = 0$  علماً أن القطع الناقص يمر بالنقطة  $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$  .

B- لتكن  $f: [0, 5] \rightarrow R$  ،  $f(x) = 5 - 2x$  ، فإذا كانت  $\sigma = (0, 1, 3, 5)$  ، جد المجموع الأسفل  $L(\sigma, f)$  والمجموع الأعلى  $U(\sigma, f)$  .

س٣ : A- ( من مستقيم غير عمودي على مستوٍ معلوم يوجد مستوٍ وحيد عمودي على المستوي المعلوم ) ، برهن ذلك .

B- هل أن  $y = x + 2$  حلاً للمعادلة  $y'' + 3y' + y = x$  ؟ بين ذلك .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة ، قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها  $(3m)$  يتسرب منه ماء بمعدل  $(0.9 m^3 / h)$  ، جد معدل انخفاض الماء في الخزان عند أية لحظة .

B- عين كلاً من البؤرتين والرأسين ، ثم جد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي لمعادلة القطع الزائد  $9x^2 - 4y^2 - 72x + 8y + 176 = 0$

C- جد المساحة المحددة بمنحني الدالة  $f(x) = \cos x$  ، ومحور السينات على الفترة  $[-\pi, \pi]$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- حل المعادلة  $Z^3 - 64i = 0$  باستخدام نتيجة ديموافر .

B- جد أبعاد أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $(400 \pi cm^2)$  ، وحجمها  $(2000 \pi cm^3)$  .

C- باستخدام اختيار المشتقة الثانية إن أمكن ، جد النهايات المحلية للدالة :  $f(x) = x - \frac{4}{x^2}$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد حل المعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$

B- جد تكامل كل مما يأتي :  $1) \frac{4x^2}{\sqrt{x^4 + 2x^2}} dx$  ،  $2) \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sec^2 x}{2 + \tan x} dx$

C- جد بعدي أكبر مثلث متساوي الساقين يمكن أن يوضع داخل دائرة نصف قطرها  $(12 cm)$  ، ثم برهن :

أن نسبة مساحة المثلث إلى مساحة الدائرة كنسبة  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right)$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- كؤن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $3w^2 + \frac{1}{w^2}$  ،  $3w + \frac{1}{w}$  .  
B- هل الدالة التالية تحقق ميرهنه رول ؟ وإن حققتها جد قيمة c :  
 $f(x) = (x-1)^4$  ،  $x \in [-1, 3]$

س٢ : A- قطع ناقص معادلته  $2x^2 + 8y^2 = M$  والمسافة بين بؤرتيه تساوي المسافة بين بؤرة القطع المكافئ  $y^2 = 4\sqrt{6}x$  ودليله ، جد قيمة M .

B- لتكن  $f: [2, 5] \rightarrow R$  بحيث  $f(x) = 2x - 3$  ،  $\theta = (2, 3, 5)$  ، جد قيمة  $\int_2^5 f(x) dx$  .

س٣ : A- ( كل مستوي مار بمستقيم عمودي على مستوي آخر يكون عموديا على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .  
B- هل يمثل  $y = \sin 6x$  حلا للمعادلة التفاضلية  $y'' + 36y = 0$  ؟ بين ذلك .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  ، وطول محوره الحقيقي  $6\sqrt{2}$  وحدة ، وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $9x^2 + 16y^2 = 576$  ، جد قيمة  $k, h \in R$  .

B- إذا كانت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  و  $g(x) = 1 - 12x$  وكان كل من  $f, g$  متماسكان عن نقطة الانقلاب  $(1, -11)$  ، جد قيمة  $a, b, c \in R$  .

C- جد التكاملات الآتية : 1)  $\int \cos^4 3x dx$  2)  $\int x e^{\cos x} \sin x^2 dx$

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- إذا كانت  $Z = \cos \theta + i \sin \theta$  ، اثبت أن :  $(1 + \bar{Z})Z = 1 + Z$  .

B- جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة قطرها  $6\sqrt{2} cm$  .

C- جد حل المعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد حجم المنطقة المتولدة من دوران منحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{x}$  والمستمرة على الفترة  $[0, 6]$  حول محور السينات .

B- اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $(400 \pi cm^2)$  ، وحجمها  $(2000 \pi cm^3)$  ، جد ارتفاعها ونصف قطرها .

C- حسب معلوماتك بالتفاضل ، ارسم منحنى الدالة :  $f(x) = 2x^2 - x^4$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- جد المعادلة التربيعية التي جذراها :  $(2wi - \frac{3w^2}{i})$  ،  $(3wi - \frac{2w^2}{i})$  .

B- جد بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه  $1.98 \text{ cm}$  .

س2 : A- جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف إذا كانت بؤرته هي البؤرة اليمنى للقطع الناقص :

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$$

B- إذا كانت  $f(x) = 3x - x^2$  ،  $f: [0, 4] \rightarrow R$  ، جد كل من  $L(\theta, f)$  ،  $U(\theta, f)$  مستخدماً أربع تجزئات منتظمة .

س3 : A- هل أن العلاقة  $y^2 = 3x^2 + x^3$  ، تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية  $8 - 3x = (y')^2 + yy''$  ؟  
بيّن ذلك .

B- ( كل مستوٍ مار بمستقيم عمود على مستوي آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرته هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ، ويمس دليل القطع المكافئ  $x^2 = -12y$  .

B- إذا كانت  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  دالة لها نقطة حرجة عند  $x = 4$  ونقطة انقلاب عند  $(1, 22)$  فما قيمة كل من  $a, b, c \in R$  ؟

C- تحرك رجل بسيارته من البيت وبعد  $t$  دقيقة من الزمن أصبحت سرعة سيارته  $(50t - 3t^2) \text{ km/min}$  جد الزمن اللازم لعودته للبيت لجلب حقيبته التي نساها ومن ثم احسب تعجيل السيارة عند ذلك الزمن .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- احسب باستخدام مبرهنة دي موافر  $(1+i)^{11}$  .

B- برهن على أن : ( إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر ) .  
C) علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها  $(64 \cdot \pi \text{ cm}^3)$  ، جد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل ما يمكن .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد النقاط التي تنتمي للدائرة  $108 = x^2 + y^2 + 4x - 8y$  والتي عندها يكون المعدل الزمني لتغير  $x$  مساوياً للمعدل الزمني لتغير  $y$  بالنسبة للزمن .

B) احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني  $y = \sqrt{x^3}$  والمستقيمان  $x = 2$  ،  $x = 0$  حول محور السينات .

C- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $x^2 y dx = (x^3 + y^3) dy$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- اثبت أن :  $\left[ \frac{1}{1+i} - \frac{1}{1-i} \right]^{100} = \left[ \frac{2+3w}{2w^2+3} + \frac{4w^2+1}{4+w} \right]^{200}$   
B- باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية :  $\sqrt{17} + \sqrt[4]{17}$

س٢ : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات والبعد بين بؤرتيه يكون مساوياً للبعد بين بؤرة القطع المكافئ  $y^2 + 24x = 0$  ، ومعادلة دليله علماً أن مساحة القطع الناقص يساوي  $80\pi$  .

B- إذا كتبت  $f: [0, 4] \rightarrow R$  ،  $f(x) = 4x - x^2$  ، جد كل من  $U(\theta, f)$  ،  $L(\theta, f)$  ، إذا كتبت  $\sigma = (0, 1, 2, 3, 4)$  .

س٣ : A ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة واحدة عمودياً على المستوي الآخر يكون محتوي فيه ) ، برهن ذلك .

B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $e^{x+2y} + y' = 0$

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

- A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ، معادلته  $kx^2 - 9y^2 = h$  ، وطول محوره الحقيقي (٩ وحدات) وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ المار بالنقطتين  $(1, 4)$  ،  $(1, -4)$  ، جد قيمة  $k, h \in R$  .  
B- كرة صلدة نصف قطرها (4 cm) مغلفة بطبقة من الجليد بحيث يبقى شكلها كرة ، فلذا بدأ الجليد بالتآكل بمعدل  $(10 \text{ cm}^3 / \text{s})$  ، جد معدل نقصان سمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد (1 cm) .  
C- جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين  $f(x) = \cos x$  ،  $g(x) = \sin x$  وعلى الفترة  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- حل المعادلة التالفة في C باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر :  $\frac{x^3}{i} - 27 = 0$

- B- جد بعدي أكبر مستطيل بوضع داخل المنطقة المحددة بالدالة  $f(x) = 12 - x^2$  ومحور السينات ، رأسان من رؤوسه على المنحني والرأسان الأخران على محور السينات ، ثم جد محيطه .  
C- مخروط دائري قائم من رأسه مستوي فقطع قاعدته بقطعة مستقيم تبعد عن مركز القاعدة بمقدار 8 cm فلذا كتبت مساحة المقطع تساوي  $(102 \text{ cm}^3)$  وارتفاع المخروط يساوي (15 cm) ، احسب :  
1) حجمه . 2) مساحته الجانبية . 3) مساحته الكلية .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

- A- إذا كتبت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  وكتبت  $f$  ، مقعرة  $\forall x > 1$  ، ومحدبة  $\forall x < 1$  وللنالة نقطة نهاية عظمى محلية هي  $(-1, 5)$  ، فجد قيمة الثوابت  $a, b, c \in R$  .  
B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $(y^2 - xy)dx + x^2 dy = 0$

C- جد كلا من التكاملات الآتية : 1)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)^2 dx$  2)  $\int \sqrt{3x^3 - 5x^5} dx$



جمهورية العراق - وزارة التربية  
الدور الثاني ١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩ م  
الوقت : ثلاث ساعات

اللجنة الدائمة لامتحانات العامة  
الدراسة : الإعدادية / العلمي ( التطبيقي )  
المادة : الرياضيات

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- هل أن :  $\left( \frac{1}{2+w} - \frac{1}{2+w^2} \right) = \frac{-1}{6}$  ؟ بين ذلك .

B- بين هل الدالة  $f(x) = x^2 - 6x + 4$  حيث  $x \in [-1, 7]$  ، تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة ؟ وجد قيمة (c) .

س2 : A- قطع مكافئ معادلته  $Ax^2 + 8y = 0$  يمر بالنقطة  $(1, 2)$  ، جد قيمة A ، ثم جد بؤرتيه ودليله وارسم القطع .

B- لتكن  $R \rightarrow [1, 3]$  ، حيث  $f(x) = x^2$  ، جد قيمة تقريبية للتكامل  $\int_1^3 x^2 dx$  إذا جزنت الفترة  $[1, 3]$  إلى جزئتين .

س3 : A- حل المعادلة التفاضلية التالية :  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$

B- ( إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوي ثالث ، فإن مستقيماً تقاطعهما يكون عمودياً على المستوي الثالث ) ، برهن ذلك .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل معادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  وطول محوره الحقيقي  $(6\sqrt{2})$  وحدة طول وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $9x^2 + 16y^2 = 576$  ، جد قيمة  $h, k \in R$  .

B- إذا كان منحنى الدالة  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  مقعر في  $x < 1$  ومحدب في  $x > 1$  ويمس المستقيم  $y + 9x = 28$  عند النقطة  $(3, 1)$  ، جد  $a, b, c \in R$  .

C- جد التكاملات التالية :  $2) \int \frac{(3 - \sqrt{5x})^7}{\sqrt{7x}} dx$

1)  $\int \sqrt{1 - \sin 2x} dx$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $(125i)$  .

B-  $(x)$  ،  $(y)$  مستويان متعامدان ،  $\vec{AB} \subset (x)$  و  $\vec{BD}$  و  $\vec{BC}$  عموديان على  $\vec{AB}$  ويقطعان  $(y)$  في  $C$  ،  $D$  على الترتيب ، برهن على أن :  $\vec{CD} \perp (x)$  .

C) مرشح مخروطي قاعدته أفقية ورأسه للأسفل ارتفاعه  $24 \text{ cm}$  وطول قاعدته  $16 \text{ cm}$  يصب فيه سائل بمعدل  $5 \text{ cm}^3 / \text{s}$  ، بينما يتسرب منه السائل بمعدل  $1 \text{ cm}^3 / \text{s}$  ، جد معدل تغير نصف قطر السائل في اللحظة التي يكون فيها نصف القطر  $3 \text{ cm}$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد أبعاد أكبر خزان على شكل متوازي سطوح مستطيلة بدون غطاء يمكن صنعه من صفيحة مستطيلة أبعادها  $10 \text{ cm}$  ،  $16 \text{ cm}$  وذلك بقطع مربعات متساوية المساحة عند الرؤوس وثني الأطراف .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة  $V(t) = 3t - 6 \text{ m/s}$  ، جد :

(1) المسافة المقطوعة في  $[1, 3]$   
(2) الإزاحة المقطوعة في الثانية الخامسة  
(3) بعده بعد مضي (4) ثوان من بدء الحركة .

C- حل المعادلة التفاضلية التالية :  $x^2 y dx = (x^3 + y^3) dy$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س1 : A- اثبت أن :  $\frac{w^{14} + w^7 - 1}{w^{10} + w^5 - 2} = \frac{2}{3}$

(B) صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها  $(96 \text{ cm}^2)$  يتمدد عرضها بمعدل  $(2 \text{ cm / s})$  بحيث تبقى مساحتها ثابتة  
جد معدل النقصان في الطول وذلك عندما يكون طولها  $(12 \text{ cm})$  .  
س2 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة قطع زائد مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$   
وأحد رأسيه بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 + 8x = 0$  .

B- لتكن  $R \rightarrow [1, 5]$  ، حيث  $f(x) = 3x - 2$  ، جد القيمة التقريبية للتكامل  $\int_1^5 f(x) dx$   
باستخدام التجزئة  $\sigma = (1, 2, 3, 5)$  .

C- عيّن قيمتي الثابتين  $a, b$  لكي يكون لمنحني الدالة  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند  $x = -1$  ونهاية صغرى محلية عند  $x = 2$  .

س3 : A-  $(X)$  و  $(Y)$  مستويان متعامدان ،  $AB \subset (X)$  وأن  $\overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{BD}$  عموديان على  $\overleftrightarrow{AB}$  ويقطعان  $(Y)$  في  $C, D$  على الترتيب ، برهن أن :  $CD \perp (X)$  .

B- جد حل المعادلة التفاضلية :  $dy = \sin x \cos^2 y dx$  حيث  $\cos y \neq 0$  ،  $y \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$  .  
س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد الجذور التربيعية للعدد المركب  $(1 - \sqrt{-3})$  باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر .  
B- برهن على أن الدالة الآتية تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة ، ثم جد قيمة  $c$  :  
 $f(x) = x^2 - 6x + 4$  ،  $x \in [-1, 7]$

C- (1) إذا كانت  $y = x^2 \ln|x|$  ، جد  $\frac{dy}{dx}$  (2) جد :  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2 + \tan x} dx$  .  
س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد مساحة المنطقة المحصورة بمنحني الدالة  $y = x^3$  ، والمستقيم  $y = x$  .  
B- ارسم منحني الدالة  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  باستخدام معلوماتك في التفاضل .  
C- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ  $y^2 = 12x$  وطول محوره الصغير (10) وحدات .  
س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد  $x^2 = y^2 - 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$  .  
B- اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $400 \pi \text{ cm}^2$  وحجمها  $2000 \pi \text{ cm}^3$  ، جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها .

C- جد حل المعادلة التفاضلية التالية :  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س١ :- A- كَوْن المعادلة التربيعية التي جذراها  $\frac{w^2}{1+2w^2}$  ،  $\frac{w}{1+2w}$  إذا كانت  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$  والمستقيم  $2x + ay = 5 + 3b$  متماسان في نقطة انقلاب الملحني  $f(x)$  ، جد  $a, b \in R$  .

س٢ : A- إذا كان  $x^2 + 25y^2 + 4x - 150y + 204 = 0$  معادلة قطع ناقص ، جد مساحته ومحيطه واختلافه المركزي .  
B- جد التكاملات التالية :

$$1) \int_1^2 8x e^{-\ln x} dx \quad 2) \int \frac{\cos 4x}{(\cos 2x - \sin 2x)} dx$$

س٣ : A- هل يمثل  $y = \tan x$  حلاً للمعادلة التفاضلية  $2yy' - y'' = 0$  ؟ بيّن ذلك .  
B- ( إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر ) ، برهن ذلك .

س٤ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :  
A- جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $y^2 + 16x = 0$  إذا علمت أن القطع الزائد يمر بالنقطة  $(6, 2\sqrt{2})$  .  
B- إذا كانت  $f(x) = ax^2 - 6x + 4$  تحقق مبرهنة رول على الفترة  $[0, k]$  وأن  $f(-1) = 11$  ، جد  $a, k \in R$  ، ثم جد  $(c)$  على تلك الفترة .

C- إذا كانت  $F(x) = \sqrt{7+x^2}$  ، أثبت أنها دالة مقابلة للدالة  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{7+x^2}}$  ، ثم جد :

$$\int_1^3 f(x) dx$$

، علماً أنهما مستمرتين على الفترة  $[1, 3]$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :  
A- باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $(27i)$  .  
B- يتسرب رمل ناعم من خزان على أرض مستوية مكوناً مخروطاً دائرياً قائماً بحيث ارتفاعه يساوي قطر قاعدته ، فإذا كان معدل التسرب  $(25 \text{ cm}^3 / \text{s})$  ، جد معدل تزايد نصف قطر قاعدته عندما يساوي  $(5 \text{ cm})$  .

C- جد الحجم المتولد من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ  $y = 4x^2$  والمستقيمين  $y = 16$  ،  $y = 0$  حول محور الصادات .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :  
A- ( يتعامد المستويان إذا احتوى أحدهما على مستقيم عمودي على الآخر ) ، برهن ذلك .

$$B- \text{ جد الحل العام للمعادلة التفاضلية } x^2 + y^2 \frac{dy}{dx} = 2x^2$$

C- صنع صندوق مفتوح من قطعة نحاس مربعة الشكل طول ضلعها  $12 \text{ cm}$  وذلك بقص أربعة مربعات متساوية من أركانها الأربعة ، ثم ثنيت الأجزاء البارزة منها ، ما أعظم حجم لذلك الصندوق ؟





س1 : A- أجب عن واحد فقط مما يأتي :

1) كَوْن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $(1 - wi), (1 - w^2 i)$

2) اثبت أن :  $\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i} = -2$

B- بَيِّنْ أَنَّ الدالة الآتية تحقق مبرهنة رول على الفترة المعطاة ، ثم جد قيمة (c) ،

$$h(x) = x^3 - x \quad x \in [-1, 1]$$

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي

معادلته  $y^2 - 12x = 0$  وطول محوره الصغير يساوي (10) وحدات .

B- جد قيمة تقريبية لمساحة المنطقة  $\{(x, y) : 2 \leq x \leq 5, y = x^2 + 1\}$  باستخدام

التجزئة  $\sigma = (2, 3, 4, 5)$  .

س3 : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- جد  $x, y \in R$  إذا علمت أن  $\frac{3+i}{2-i}$  و  $\frac{6}{x+yi}$  مترافقان .

B- سلم يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه الأعلى على حائط رأسي ، فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل  $(2 \text{ m/s})$  ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي عندما يكون قياس الزاوية بين

السلم والأرض  $(\frac{\pi}{3})$

C- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ  $y = 4x^2$  والمستقيمين  $y = 16$  ،  $y = 0$

حول محور الصادات .

س4 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- مكعب طول حرفه  $(9.98 \text{ cm})$  ، جد حجمه بصورة تقريبية وباستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

B- احسب : 1)  $\int_1^3 \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{x^2} dx$  2)  $\int \cot^3 5x dx$

C- جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة  $(-2, 5)$  والرأس في نقطة الأصل علماً أن بؤرته

تنتمي لأحد المحورين .

س5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- عبّر عن العدد بالصيغة القطبية :  $(2\sqrt{3} - 2i)$

B- عَيِّنْ كلاً من البؤرتين والرأسين ، ثم جد طول كلاً من المحورين والاختلاف المركزي

للقطع الزائد  $2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$  .

C- عَيِّنْ قيمتي الثابتين  $a, b$  لكي يكون لمنحني الدالة  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند

$x = -1$  ونهاية صغرى محلية عند  $x = 2$  ، ثم جد نقطة الانقلاب .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد المساحة المحددة بالدالتين  $f(x) = \sin x$  و  $g(x) = \sin x \cos x$  حيث  $x \in [0, 2\pi]$

B- جد نقطة أو تقاطع تنتمي للقطع الزائد الذي معادلته  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة

$(0, 4)$  .

C- جد  $\frac{dy}{dx}$  لاثنتين فقط :

1)  $y = 7\sqrt{x}$

2)  $y = \ln(\tan^2 x)$

3)  $y = x^3 e^x$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A) إذا كان  $x = 4 - 2i$  ،  $y = 1 + 2i$  ، وضح بشكل أرجاند :  $2) x - y$   $1) x + y$

B- بين هل أن الدالة  $f(x) = x^3 - 9x$  ،  $x \in [-3, 3]$  تحقق مبرهنة رول ؟  
ثم جد قيمة  $c$  الممكنة .

س2 : A- أجب عن واحد فقط مما يأتي :

1) جد معادلة القطع المكافئ حسب التعريف ، إذا علمت أن بؤرته  $(\sqrt{3}, 0)$  ورأسه نقطة الأصل .

2) جد البؤرة والرأس ومعادلتى المحور والدليل للقطع المكافئ الذي معادلته  $x^2 + 6x - y = 0$

B- جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين  $f(x) = 3x^2$  ،  $g(x) = x^4 - 4$  .

س3 : A- مرشح مخروطي قاعدته أفقية ورأسه إلى الأسفل ، ارتفاعه يساوي  $(24 \text{ cm})$  ، وطول قطر قاعدته  $(16 \text{ cm})$  يصب فيه سائل بمعدل  $(5 \text{ cm}^3 / \text{s})$  ، بينما يتسرب منه السائل بمعدل  $(1 \text{ cm}^3 / \text{s})$  ، جد معدل تغير نصف قطر السائل في اللحظة التي يكون فيها نصف قطر السائل يساوي  $(4 \text{ cm})$  .

B- لتكن  $f(x) = |2x - 4|$  ، جد  $\int_{-3}^4 f(x) dx$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- احسب باستخدام مبرهنة دي موافر  $(1 - i)^7$  .

B- جد تكامل اثنين فقط :  $3) \int_0^4 \frac{2x}{x^2 + 9} dx$   $2) \int x e^{3 \ln x} dx$   $1) \int (3 - \sin x)^2 dx$

C- إذا كان منحني الدالة  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  ، مقعر في  $\{x : x < 1\}$  ومحدب في  $\{x : x > 1\}$  ويمس المستقيم  $y + 9x = 28$  عند النقطة  $(3, 1)$  ، جد قيم  $a, b, c \in R$  .

س5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة  $V(t) = 3t^2 - 6t + 3 \text{ m/s}$  ، احسب :

1) المسافة المقطوعة في الفترة  $[2, 4]$  . 2) الإزاحة في الفترة  $[0, 5]$  .

B- جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، إذا علمت أن الاختلاف المركزي له يساوي

$(\frac{1}{2})$  وطول محوره الصغير يساوي  $(12)$  وحدة طول .

C- جد ارتفاع أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل كرة مجوفة ، طول نصف قطرها  $2\sqrt{3} \text{ cm}$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- كَوّن المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية وأحد جذريها  $(3 - 4i)$  .

B- باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة ، جد بصورة تقريبية :  $(1.01)^5 + 3(1.01)^{\frac{1}{3}} + 2$

C- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتا القطع الزائد الذي معادلته  $x^2 - 3y^2 = 12$  والنسبة بين

طولي محوريه يساوي  $\frac{5}{3}$  ومركزه نقطة الأصل .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .  
س 1 : A- أجب عن واحد مما يأتي :

1) كَوِّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $(1 - iw)$  ،  $(1 - iw^2)$  .

2) أثبت أن :  $\frac{w^{14} + w^7 - 1}{w^{10} + w^5 - 2} = \frac{2}{3}$

B- سلم طوله (10 m) يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي ، فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل (2 m/s) عندما يكون الطرف الأسفل على بعد (8 m) عن الحائط ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي .

س 2 : A- باستخدام التعريف ، جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة دليله  $(y = \sqrt{3})$  والرأس في نقطة الأصل .

B- جد اثنين من التكاملات الآتية : 1)  $\int (x^2 + 4)^2 x dx$  2)  $\int \sqrt{1 - \sin 2x} dx$

3)  $\int_1^3 \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{x^2} dx$

س 3 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي يمر ببؤرتي القطع الزائد  $9y^2 - 16x^2 = 144$  ، ويقطع من محور السينات (12) وحدة .

B- إذا كانت  $f(x) = x^3 - 4x^2$  ،  $f: [0, k] \rightarrow \mathbb{R}$  ، وتحقق مبرهنة القيمة المتوسطة

عندما  $c = \frac{2}{3}$  ، جد قيمة (k) الحقيقية .

س 4 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  ، وطول محوره الحقيقي  $(6\sqrt{2})$  وحدة

وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $9x^2 + 16y^2 = 576$  ، جد قيمة  $h, k$  الحقيقيتين .

B- إذا كانت  $f(x) = 3x - x^2$  ،  $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  ، جد كل من  $U(\sigma, f)$  ،  $L(\sigma, f)$  مستخدماً أربع تجزئات منتظمة .

C- إذا كان للدالة  $f(x) = ax^3 + 3x^2 + b$  نهاية عظمى محلية تساوي (8) ، ونقطة انقلاب عند  $x = 1$  ، فجد قيمة  $a, b \in \mathbb{R}$  .

س 5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد (125 i) .

B- جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة (0, 4) .

C- لتكن  $f(x) = x^2 + 2x + k$  حيث  $k \in \mathbb{R}$  و  $f(x)$  دالة لها نهاية صغرى محلية

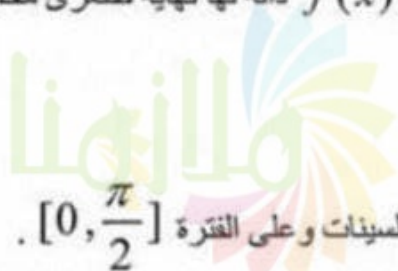
تساوي (-5) ، جد  $\int_1^3 f(x) dx$  .

س 6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد المساحة المحددة بالمنحنى  $y = \sin 3x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $[0, \frac{\pi}{2}]$  .

B- مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوي طول قطر قاعدته ، فإذا كان ارتفاعه يساوي (2.98 cm) ، جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

C- إذا كان أحد جذري المعادلة  $x^2 + (1-a)x + b + 8 = 0$  ، هو  $(1 - 3i)$  ، جد قيمة  $a, b$  الحقيقيتين .





س١ : ٨- أثبت أن :  $(1 - \frac{2}{w^2} + w^2)(1 + w - \frac{5}{w}) = 18$  ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س٢ : A- جد إحداثيا المركز والبؤرتين والرأسين وطول المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته :  $y = \tan x$  ، فبرهن على أن :  $y'' = 2y(1 + y^2)$  حيث  $x \neq \frac{2n+1}{2} \forall n \in Z$   
B- إذا كان  $y = \tan x$  ، فبرهن على أن :  $y'' = 2y(1 + y^2)$  حيث  $x \neq \frac{2n+1}{2} \forall n \in Z$

$$2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$$

B- أجب عن واحد مما يأتي :

(1) إذا كان للمنحنى  $f(x) = (x-3)^2 + 1$  نقطة انقلاب  $(a, b)$  ، جد القيمة العددية للمقدار :

$$\int_0^b f'(x) dx - \int_0^a f''(x) dx$$

(2) المنطقة المحددة بين المنحني  $1 < y \leq 4$  و  $x = \frac{1}{\sqrt{y}}$  ، دارت حول محور الصادات ، جد حجمها .

$$1) \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$$

س٣ : A- جد تكامل ( اثنتين ) مما يأتي :

$$2) \int (6x + 15) \cdot \sqrt{2x + 5} dx$$

$$3) \int (\cos 2x - \sec x) (\cos 2x + \sec x) dx$$

B- جد النقطة التي تنتمي إلى الدائرة  $x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$  والتي يكون عندها المعدل الزمني

لتغير  $(x)$  مساوياً للمعدل الزمني لتغير  $(y)$  بالنسبة للزمن  $(t)$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $x^2 = -16y$  والنقطة  $P(x, y)$  تنتمي إليه ، علماً أن محيط المثلث  $PF_1F_2$  يساوي  $(24)$  وحدة طول .

B- ضع بالصيغة العددية واحداً مما يأتي :

$$1) (3 + 4i)^2 + (5 - 3i)(1 - i)$$

$$2) (1 - i)(1 - i^2)(1 - i^3)$$

C- جد تقريباً مناسباً باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة للعدد  $(\sqrt{\frac{1}{2}})$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- لتكن  $f: [1, 5] \rightarrow R$  ،  $f(x) = 3x - 2$  ، جد قيمة تقريبية للتكامل  $\int_1^5 f(x) dx$  باستخدام التجزئة

$$\sigma(1, 2, 3, 5)$$

B- باستخدام معلوماتك في التفاضل ارسم منحنى الدالة :  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

C- إذا كانت  $hx^2 - my^2 = 25$  معادلة القطع الذي الزائد مركزه نقطة الأصل و  $9x^2 + 25y^2 = 225$  معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، جد قيمة  $h, m \in R$  ، إذا كان كلاهما يمر ببؤرة الأخر .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر ، حل المعادلة  $Z^3 - 64i = 0$  حيث  $Z \in \mathbb{C}$

B- جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها  $6\sqrt{2} cm$

C- جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين  $f(x) = \cos x$  و  $g(x) = \sin x$  وعلى الفترة  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س١ : A- إذا كان  $\frac{x - yi}{1 + 5i}$  ،  $\frac{3 - 2i}{i}$  عدنان مركبان مترافقان ، جد قيمة كل من  $x, y \in R$  .

B- جد معادلة القطع الزائد الذي يوتراه تنطبقان على رأس القطع الناقص الذي معادلته  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  والمار ببؤرتي القطع نفسه ، ثم جد مساحة القطع الناقص .

س٢ : A- جد الجذور التربيعية للعدد المركب  $(-1 + \sqrt{3}i)$  باستخدام مبرهنة ديموافر .

B- إذا كانت  $f(x) = x^2 - 2x$  ، وكانت الدالة  $f: [0, n] \rightarrow R$  تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عندما  $C = 5$  ، جد قيمة  $(n)$  .

س٣ : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- جد أبعاد أكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحددة بالدالة  $f(x) = 12 - x^2$  ومحور السينات ، ورأسان من رؤوسه على المنحني والرأسان الأخران على محور السينات .

B- جد إحداثيي الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل ومعادلة المحور للقطع المكافئ  $(y + 1)^2 = 4(x - 2)$  .

C- إذا كانت  $(2, 6)$  نقطة حرجة لمنحني الدالة  $f(x) = a - (x - b)^4$  ، جد قيمة  $a, b \in R$  ، وبين نوع النقطة الحرجة .

س٤ : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- باستخدام معلوماتك في التفاضل ، ارسم منحني الدالة  $f(x) = x^5$  .

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ الذي معادلته  $y = 2x^2$  والمستقيمين  $x = 0$  ،  $x = 5$  حول المحور السيني .

C- كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $(i - \frac{5}{w})$  ،  $(i - \frac{5}{w^2})$  .

س٥ : A- صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها تساوي  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد طولها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  ، بحيث تبقى مساحتها ثابتة ، جد معدل النقصان في عرضها وذلك عندما يكون عرضها  $8 \text{ cm}$  .

B- جد تكامل اثنتين مما يأتي :

$$1) \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$$

$$2) \int \frac{x dx}{(3x^2 + 7)^4}$$

$$3) \int \sec^2 8x e^{\tan 8x} dx$$

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه نقطة انقلاب الدالة  $f(x) = (x + 2)(x - 1)^2$  وطول محوره الكبير يساوي  $(12)$  وحدة .

B- جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين  $f(x) = x^4 - 12$  و  $g(x) = x^2$  .

C- كرة حجمها  $84 \pi \text{ cm}^3$  ، جد نصف قطرها بصورة تقريبية باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A- اثبت أن :

$$\frac{w^{14} + w^7 - 1}{w^{10} + w^5 - 2} = \frac{2}{3}$$

B- جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور الصادات ، وطول محوره المرافق  $(2\sqrt{2})$  وحدة ، واختلافه المركزي يساوي (3) .

س2 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- ارسم منحنى الدالة  $y = 2x^2 - x^4$  باستخدام معلوماتك في التفاضل .

B- ليكن  $ABC$  مثلثاً ، وليكن  $AF \perp (ABC)$  و  $BD \perp CF$  و  $BE \perp CA$  ، برهن على أن :  
(  $ED \perp CF$  و  $BE \perp (CAF)$  ) .

C- جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة  $V(t) = (3t^2 - 6t + 3) m/s$  ، احسب الإزاحة في الفترة  $[0, 5]$

س3 : A- جد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = x^3 - 4x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $[-2, 2]$  .  
B- أجب عن واحد مما يأتي :

- (1) برهن على أن  $y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x$  هو حلاً للمعادلة التفاضلية  $y'' + 4y = 0$  .
- (2) كَوِّن المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية وأحد جذريها  $(3 - 4i)$  .

س4 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه  $F_1(4, 0)$  و  $F_2(-4, 0)$  والنقطة  $Q$  تنتمي للقطع الناقص بحيث محيط المثلث  $QF_1F_2$  يساوي (24) وحدة .

B- لتكن  $M$  نقطة متحركة على منحنى القطع المكافئ  $y^2 = 4x$  بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة  $(7, 0)$  يساوي  $0.2 \text{ unit/s}$  ، جد المعدل الزمني لتغير الإحداثي السيني للنقطة  $M$  عندما يكون  $x = 4$  .

س5 :- أجب عن فرعين :

A- إذا كان للدالة  $f(x) = ax^3 + 3x^2 + c$  نهاية عظمى محلية تساوي (8) ، ونقطة انقلاب عند  $x = 1$  ، فجد قيمة  $a, c \in R$  .

B- ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر ) ، برهن ذلك .

C- اختصر ما يأتي لأبسط صورة :  $\frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^5}{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^3}$

1)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x \, dx$

2)  $\int \frac{2x}{x^2 + 9} \, dx$

س6 : A- جد تكامل كلاماً مما يأتي :

B- عبّر عن العدد المركب الآتي :  $Z = -2 + 2i$  بالصيغة القطبية .



الرقم الامتحاني :

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A- جد قيم  $x, y$  الحقيقيتين والتي تحقق المعادلة  $(x+2i)(x-i) = \frac{121+9y^2}{11+3yi}$

B-  $F_1$  بؤرة القطع المكافئ  $x^2 + 24y = 0$  ،  $F_2$  هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 = 32x$  ،

جد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه  $F_2$  وطول محوره المرافق يساوي طول  $F_1 F_2$

س2 : A- عمود طوله  $7.2 m$  في نهاية مصباح ، يتحرك رجل طوله  $1.8 m$  مبتعداً عن العمود وبسرعة  $30 m/min$  ، جد معدل تغير طول ظل الرجل .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $18 m/s^2$  ، فإذا كانت سرعته عند الثانية الرابعة  $82 m/s$  ،

جد : (1) المسافة التي يقطعها الجسم خلال الثانية الرابعة .

(2) بُعد الجسم عن نقطة بداية الحركة بعد مرور (10) ثواني .

س3 : أجب عن فرعين فقط :

A) جد المساحة المحددة بمنحني الدالة  $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$  ومحور السينات .

B- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $\frac{dy}{\sin^3 x} = \frac{dx}{\tan^2 y}$

C- المستقيم  $3x - y = 7$  يمس المنحني  $y = ax^2 + bx + c$  عند  $(2, -1)$  وكانت له نهاية محلية عند  $x = \frac{1}{2}$  ،

جد قيمة  $a, b, c \in R$  ، وما نوع النهاية ؟

س4 : A- كَوْن المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية والتي أحد جذريها مقاسه (2) وسعته  $\frac{5\pi}{3}$  .

B- ارسم منحنى الدالة  $f(x) = 2x^2 - x^4$  حسب معلوماتك في التفاضل .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- كرة حجمها  $84\pi cm^3$  ، جد نصف قطرها بصورة تقريبية باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة .

B- (من مستقيم غير عمودي على مستوي معلوم يوجد مستوي وحيد عمودي على المستوي المعلوم) ، برهن ذلك .

C- جد ارتفاع أكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل كرة نصف قطرها  $4\sqrt{3} cm$  .

س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- (إذا رسم مانلان من نقطة ما إلى مستوي ، فأصغرهما ميلاً هو الأطول) ، برهن ذلك .

B- جد التكاملات الآتية :  
 1)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x \tan x dx$       2)  $\int x e^{x^2} dx$

C- حل المعادلة  $\frac{x^3}{i} - 27 = 0$  باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر .



الرقم الامتحاني :

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س١ : A- حل المعادلة التربيعية  $Z^2 - 2Zi + 3 = 0$  ، وهل جذراها مترافقان ؟

B- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته  $x^2 - 3y^2 = 12$  والنسبة بين طوليه محوري القطع الناقص يساوي  $\frac{5}{3}$  ومركزه نقطة الأصل .

س٢ : A- جد المقياس والقيمة الأساسية للعدد  $Z = \frac{4 + 2iw + 2iw^2}{3 - iw^2 - iw}$

B- جد معادلة المستقيم الذي يمر من النقطة (6, 8) والذي يصنع مع المحورين في الربع الأول أصغر مثلث .

س٣ : أجب عن فرعين فقط :

A- جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين  $y = \sin x$  و  $g = \cos x$  حيث  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  .

B- بيّن أنّ  $y = e^{2x} + e^{-3x}$  هو حلاً للمعادلة التفاضلية  $y'' + y' - 6y = 0$  .

C- إذا كانت (6) تمثل نهاية صغرى محلية لمنحني الدالة  $f(x) = 3x^2 - x^3 + c$  ، فجد قيمة  $c \in R$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- مكعب طول حرفه  $(9.98) \text{ cm}$  ، جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

B- حل المعادلة التفاضلية :  $x \cos^2 y dx + \tan y dy = 0$

C-  $(x)$  ،  $(y)$  مستويان متعامدان  $AB \subset (x)$  و  $BC, BD$  عموديان على  $AB$  ويقطعان  $(y)$  في

$C, D$  على الترتيب ، برهن أنّ  $CD \perp (x)$  .

س٥ : A- جد الجذور التربيعية للعدد  $(8i)$  .

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$$

$$2) \int_{-2}^4 |3x - 6| dx$$

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

A- ( كل مستوٍ مار بمستقيم عمودي على مستوٍ آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(4t + 12) \text{ m/s}^2$  ، وكانت سرعته بعد مرور (4) ثواني

تساوي  $(90) \text{ m/s}$  ، احسب : (1) السرعة عندما  $t = 2$  .

(2) المسافة خلال الفترة  $[1, 2]$  .

C- اثبت أنّ :  $\frac{1}{(2-i)^2} - \frac{1}{(2+i)^2} = \frac{8}{25}i$





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .  
س١ : A- هل أن :  $(1+w)^3 + (1+w^2)^3 = -2$  ؟ بين ذلك .

B- النقطة  $P(6, L)$  تنتمي إلى القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $x^2 - 3y^2 = 12$  ، جد  
كل من : (1) قيمة  $(L)$  . (2) طول نصف القطر البؤري للقطع المرسوم في الجهة اليمنى من النقطة  $(P)$  .

س٢ : A) جد الجذور التربيعية للعدد المركب  $(-1 + \sqrt{3}i)$  باستخدام نتيجة ميرهنة دي موافر .

B- جد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه  $8\sqrt{2} \text{ cm}$  .

س٣ : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام معلوماتك في التفاضل ، ارسم منحنى الدالة  $f(x) = x^5$  .

B- إذا كانت  $f(x) = x^3 - 4x^2$  و  $F: [0, b] \rightarrow R$  وكانت  $f$  تحقق ميرهنة القيمة المتوسطة

عند  $c = \frac{2}{3}$  ، جد قيمة  $(b)$  .

C- لتكن  $M$  نقطة تتحرك على القطع المكافئ  $y = x^2$  ، جد إحداثيي النقطة  $M$  عندما يكون المعدل الزمني

لابتعادها عن النقطة  $(0, \frac{3}{2})$  يساوي ثلثي المعدل الزمني لتغير الإحداثي الصادي للنقطة  $M$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- ( إذا تعامد مستويان ، فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على  
المستوي الآخر ) ، برهن ذلك .

B- لتكن  $x \neq 0$  ،  $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$  ، جد قيمة  $a \in R$  ، علماً أن للدالة نقطة انقلاب عند  $x = 1$  ،

ثم بين أن الدالة  $f$  لا تملك نهاية عظمى محلية .

C- حل المعادلة التفاضلية :  $(x+1) \frac{dy}{dx} = 2y$

س٥ : A- جد المساحة المحددة بالمنحنى  $y = x^4 - x$  ومحور السينات والمستقيمين  $x = -1$  ،  $x = 1$  .

B- جد تكاملات كل مما يأتي :  
1)  $\int \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^3 x} dx$   
2)  $\int_0^1 \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x + 1} dx$

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

A- ( إذا وازى مستقيم مستوياً وكان عمودياً على مستوي آخر ، فإن المستويين متعامدان ) ، برهن ذلك .

B- برهن أن :  $y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x$  هو حلاً للمعادلة التفاضلية  $y'' + 4y = 0$  .

C- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات ومركزه في نقطة الأصل ، وطول محوره الكبير

ضعف طول محوره الصغير ، ويقطع القطع المكافئ  $y^2 + 8x = 0$  عند النقطة التي إحداثيها السيني

يساوي  $(-2)$  .



الرقم الامتحاني :

**ملاحظة :** الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س١ : A - جد قيمة كل من  $x, y$  الحقيقين اللذين تحققان المعادلة :  $2x - 1 + 2i = 1 + (y + 1)i$

B - جد معادلة القطع الناقص الذي اختلافه المركزي يساوي  $\frac{1}{2}$  ، وطول محوره الصغير ( 12 ) وحدة .

س٢ : A - جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$  .

B - مكعب طول حرفه  $9.98 \text{ cm}$  ، جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة .

س٣ : اجب عن فرعين مما يأتي :

A - إذا كانت  $f(x) = ax^3 + 3x^2 + c$  نهاية عظمى محلية تساوي ( 8 ) ، ونقطة انقلاب عند  $x = 1$  ،  
جد قيمة  $a, c \in \mathbb{R}$

B - بين أن العلاقة  $y = x^2 + 3x$  حلاً للمعادلة التفاضلية  $xy' = x^2 + y$

C - جد الجذور التربيعية للعدد المركب  $Z = -1 + \sqrt{3}i$  باستخدام مبرهنة دي موافر .

س٤ : اجب عن فرعين مما يأتي :

A - ( كل مستوي مار بمستقيم عمودي على مستوي آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .

B - عمود طوله  $7.2 \text{ m}$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $1.8 \text{ m}$  مبتعداً عن العمود بسرعة  $30 \text{ m/min}$  ،  
جد معدل تغير طول ظل الرجل .

C - حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $\sin x \cos y \frac{dy}{dx} + \cos x \sin y = 0$

س٥ : A - كوّن المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية ، واحد جذريها  $(5 - i)$  .

B - جد المساحة المحددة بين المنحني ومحور السينات  $f(x) = x^4 - x^2$  .

س٦ : اجب عن فرعين مما يأتي :

A - جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره  $18 \text{ m/s}^2$  ، فإذا كانت سرعته قد أصبحت  $82 \text{ m/s}$  بعد مرور

( 4 ) ثواني من بدء الحركة ، جد ( 1 ) المسافة خلال الثانية الثالثة .

( 2 ) بعده عن نقطة بدء الحركة بعد مرور ( 3 ) ثواني .

B - جد تكامل كل مما يأتي :

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x \cdot \tan x \, dx$$

$$2) \int \frac{2x}{x^2 + 9} \, dx$$

C - برهن على أن : ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في أحدهما عمودي على المستوي الآخر  
يكون محتوي فيه ) .



الرقم الامتحاني :

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، وكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A- أثبت أن :  $\left(\frac{1}{2+w} - \frac{1}{2+w^2}\right)^2 = -\frac{1}{3}$

B- المستقيم  $3x - y = 7$  يمس المنحني  $y = ax^2 + bx + c$  عند  $(2, -1)$  ، وكانت له نهاية محلية

عند  $x = \frac{1}{2}$  ، جد قيمة  $a, b, c \in R$  .

س2 : A- حل المعادلة باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر  $Z^2 - \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{-3}} = 0$

B- جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه نقطة انقلاب الدالة  $f(x) = (x+2)(x-1)^2$  وطول محوره الكبير يساوي (12) وحدة طول .

س3 : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- ( إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوي ثالث ، فإن مستقيم تقاطعهما يكون عمودياً على المستوي الثالث ) ، برهن ذلك .

B- جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين  $f(x) = \cos x$  و  $g(x) = \sin x$  وعلى الفترة  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  .

C- إذا كان  $a+bi = \frac{2+i}{1-i}$  اثبت أن  $2(a^3 + b^3) = 7$

س4 : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- سلم طوله (10m) يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي ، فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل  $(2m/s)$  عندما يكون الطرف الأسفل على بعد (8m) عن الحائط ، جد : (1) معدل انزلاق الطرف العلوي . (2) سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض .

B- اثبت أن  $y = x \ln|x| - x$  حيث  $x > 0$  هو أحد حلول المعادلة التفاضلية  $x \frac{dy}{dx} = x + y$

C- قطع زائد طول محوره الحقيقي (6) وحدات ، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة

الأصل ويمر بالنقطتين  $(1, 2\sqrt{5})$  ،  $(1, -2\sqrt{5})$  ، جد معادلتى القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل والقطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل .

س5 : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- ( إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر ) ، برهن ذلك .

B- إذا تغيرت  $x$  من (32) إلى (32.06) ، جد مقدار التغير التقريبي للدالة  $f(x) = \sqrt[5]{x}$  .

C- حل المعادلة :  $\frac{dy}{dx} = e^{2x+y}$

س6 : A- صنع صندوق مفتوح من قطعة من النحاس مربعة الشكل طول ضلعها 12cm ، وذلك بقص أربعة مربعات

متساوية الأبعاد من أركانها الأربعة ، ثم تثبيت الأجزاء البارزة منها ، ما الحجم الأعظم لهذا الصندوق؟

B- جد تكامل كل مما يأتي :

1)  $\int_1^3 3xe^{\ln x} dx$

2)  $\int x^2 \sin x^3 dx$



الرقم الامتحاني :

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A- بسط المقدار :  $(\cos\theta + isin\theta)^8 (\cos\theta - isin\theta)^4$

B- جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل إذا علمت أن أحد رأسيه يبعد عن البؤرتين بالعددین 1, 9 وحدات على الترتيب ، وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين .

س2 : A- جد الجذر التربيعي للعدد :  $4w^6 + 4i^7 + w^2 + w$

B- إذا كان  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  ، وكانت f مقعرة  $\forall x > 1$  ، ومحدبه  $\forall x < 1$  ، وللدالة f نقطة نهاية عظمى محلية هي (-1, 5) ، جد قيمة الثوابت  $a, b, c \in R$  .

س3 : أجب عن فرعين فقط :

A- ليكن ABC مثلثاً ، وليكن  $\overline{AF} \perp (ABC)$  ،  $\overline{BD} \perp \overline{CF}$  ،  $\overline{BE} \perp \overline{CA}$  ، برهن أن :  
 $\overline{ED} \perp \overline{CF}$  ،  $\overline{BE} \perp (CAF)$

B- إذا كان كل من  $Z_1, Z_2$  عدداً مركباً ، وكان  $Z_1 + Z_2 = 4$  ،  $Z_1 \cdot Z_2 = 29$  ،

جد  $Z_1, Z_2$  ، ثم كَوّن المعادلة التربيعية التي جذراها  $Z_1, Z_2$  .

C- متوازي سطوح مستطيلة ، أبعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل

$0.3 \text{ cm/s}$  ، وارتفاعه يتناقص بمعدل  $0.5 \text{ cm/s}$  ، جد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع

القاعدة  $4 \text{ cm}$  والارتفاع  $3 \text{ cm}$  .

س4 : A- إذا علمت أن  $\frac{x^2}{2h-6} + \frac{y^2}{3k+1} = 1$  معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، وإحدى بؤرتيه

$(0, -3)$  ، وطول محوره الصغير يساوي 4 وحدات ، جد قيمة كل من  $h, k$  .

B- الدالة  $f(x) = ax^2 - 4x + 5$  تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة  $[-1, b]$  ، فإذا كانت  $c = 2$  تنتمي

للفترة  $(-1, b)$  ،  $f'(2) = 0$  ، جد قيمة  $a, b \in R$  .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- ( من مستقيم غير عمودي على مستوي معلوم يوجد مستوي وحيد عمودي على المستوي المعلوم ) ، برهن ذلك .

B- جد المساحة المحددة بالمنحني  $y = 2\cos^2 x - 1$  ومحور السينات ، وعلى الفترة  $[0, \frac{\pi}{2}]$  .

C- حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$

س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- ارسم باستخدام التفاضل منحنى الدالة :  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

B- علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها  $(125\pi) \text{ cm}^3$  ، جد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن

المستخدم في صنعها أقل ما يمكن .

1)  $\int_0^1 \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x + 1} dx$

C- جد التكاملات الآتية :  $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط , ولكل سؤال 20 درجة .

س 1 : A - جد المقياس والقيمة الأساسية للسعة للعدد :  $Z = \frac{4+2i\omega+2i\omega^2}{3-i\omega^2-i\omega}$

B - جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل , وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $x^2 = 24y$  ومجموع طولي محوريه (36) وحدة .

س 2 : A - مكعب صلد طول حرفه (8 cm) مغطى بطبقة من الجليد بحيث يبقى شكله مكعباً , فإذا بدأ الجليد بالذوبان بمعدل (6 cm<sup>3</sup>/s) , فجد معدل النقصان بسمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها السمك (1cm) .

B - (من مستقيم غير عمودي على مستوي معلوم , يوجد مستوي وحيد عمودي على المستوي المعلوم) , برهن ذلك .

س 3 : اجب عن فرعين فقط ممّا يأتي :

A - جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين  $f(x)=\cos x$  ,  $g(x)=\sin x$  على الفترة  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  .

B - جد نقطة او نقاط تنتمي للقطع الزائد  $y^2-x^2=3$  بحيث تكون اقرب ما يمكن للنقطة (0,4) .

C - حل المعادلة التفاضلية :  $\tan^2 y dy = \sin^3 x dx$

س 4 : اجب عن فرعين فقط ممّا يأتي :

A - جد معادلة قطع مخروطي رأسه نقطة الأصل , وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين , واختلافه المركزي يساوي (3) ويمر بالنقطة (0,2) .

B - كرة حجمها  $84 \pi \text{ cm}^3$  جد نصف قطرها بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

C - ليكن ABC مثلثاً وليكن (ABC)  $\overline{AF} \perp$  و  $\overline{BD} \perp \overline{CF}$  و  $\overline{BE} \perp \overline{CA}$  , برهن أن :

$\overline{ED} \perp \overline{CF}$  و  $\overline{BE} \perp (\text{CAF})$  .

س 5 : A - جد تكامل كل ممّا يأتي :

1).  $\int_0^1 (1 + e^x)^2 e^x dx$

2).  $\int \frac{1+\tan^2 x}{\tan^3 x} dx$

B - إذا كان للدالة :  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند  $x=-1$  , ونهاية صغرى محلية عند  $x=2$

جد قيم كل من  $a, b \in \mathbb{R}$  .

س 6 : اجب عن فرعين فقط ممّا يأتي :

A - أرسم باستخدام التفاضل منحنى الدالة :  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

B - كون المعادلة التربيعية التي جذرها :  $\frac{-3\omega^2}{i}$  و  $\frac{3i}{\omega^2}$

C - اثبت ان :  $y = x \ln|x| - x$  هو أحد حلول المعادلة التفاضلية :  $x \frac{dy}{dx} = x + y$  حيث  $x > 0$

# الكاملة للاسئلة الوزارية 2023



## الرياضيات

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي الاحادي

الاسئلة الوزارية من 2011 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## اللغة الانكليزية

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس الاعدادي

الاسئلة الوزارية من 2014 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## اللغة العربية

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي

الاسئلة الوزارية من 2006 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الاسلامية

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي الاحادي

الاسئلة الوزارية من 2016 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الاقتصاد

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي التطبيقي

الاسئلة الوزارية من 2017 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الفيزياء

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي الاحادي

الاسئلة الوزارية من 2013 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الاحياء

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي الاحادي

الاسئلة الوزارية من 2013 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الكيمياء

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي الاحادي

الاسئلة الوزارية من 2013 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الكيمياء

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي التطبيقي

الاسئلة الوزارية من 2013 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الفيزياء

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي التطبيقي

الاسئلة الوزارية من 2013 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



## الرياضيات

### الكاملة للاسئلة الوزارية

السادس العلمي التطبيقي

الاسئلة الوزارية من 2011 الى 2023  
جميع الادوار

ترتيب مواقع مقراتنا

MLAZEMNA



MLAZEMNA