

المقدمة

مادة الرياضيات من المواد الدراسية الاساسية التي تساعد الطالب على اكتساب المهارات والكفايات التعليمية اللازمة له لتنمية قدراته على التفكير وحل المشكلات ويساعده على التعامل مع المواقف الحياتية المختلفة.

بنيت سلسلة كتب الرياضيات العراقية على محوريات الطالب في عمليتي التعليم والتعلم وعدت المحور الرئيس في العملية التربوية على وفق المعايير العالمية.

بنيت سلسلة كتب الرياضيات العراقية للمرحلة المتوسطة في تنظيم الدروس على ست فقرات هي: تعلم، تأكد من فهمك، تدرب وحل التمرينات، تدرب وحل مسائل حياتية، فكر، أكتب.

كتاب الرياضيات للثاني المتوسط يشمل أربع محاور رئيسية:

محور الاعداد والعمليات، ومحور الجبر، ومحور الهندسة والقياس، ومحور الاحصاء والاحتمالات من ضمن الاوزان النسبية لكل محور.

وتضمن الكتاب جزأين: الجزء الاول وهو مخصص للفصل الدراسي الاول ويحتوي على أربعة فصول لكل فصل تمريناته، أما الجزء الثاني فهو مخصص للفصل الدراسي الثاني ويحتوي على ثلاث فصول ولكل فصل تمريناته.

وتتميز هذه الكتب بأنها تعرض المادة بأساليب حديثة، تتوفر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تساعد الطالب على التفاعل معها عن طريق ما تقدمه من تدريبات وتمارين ومسائل حياتية فضلاً عن ذلك وضعت تمرينات الفصول في نهاية الكتاب وهي تختلف عن التدريبات والتمرينات في الدروس وذلك لكونها موضوعية فالاجابة عنها تكون عن طريق اختيار من متعدد وهذا بدوره يهيئ الطالب للتوسع في مداركه في الرياضيات.

وان شاء الله نوفق في اعداد ملزمة تساعد الطالب في فهم المواد والمواضيع التي يبحثها الكتاب بأبسط صورة راجيا من طلبتي الاعزاء قراءة المواضيع بتمعن وأدراك وفهم لكل فقرة أنطرق بها في الشرح والحل والتوضيح.

WWW.IQ-RES.COM

الفصل الأول

الاعداد النسبية The Rational Numbers

الدرس الاول: ترتيب العمليات على الاعداد النسبية.

الدرس الثاني: القوى (الاسس) السالبة والصورة العلمية للعدد.

الدرس الثالث: خصائص القوى (الاسس).

الدرس الرابع: الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة)

الدرس الخامس: تبسيط الجمل العددية الكسرية.

الدرس السادس: خطة حل المسألة (تحديد معقولية الأجابة)

سبق وان تعرفت على الاعداد النسبية في الصف الاول المتوسط حيث ان مجموعة الاعداد النسبية والتي يرمز

لها بالرمز Q والتي تحوي على جميع الاعداد التي تكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ (كسر) حيث a, b عددان

صحيحان وان $b \neq 0$ (المقام) ونسمي a البسط و b المقام حيث تعد الاعداد العشرية والكسور الاعتيادية

والاعداد الصحيحة أيضا اعداد نسبية حيث نجعل من العدد الصحيح كسرا بوضع مقاما له (1) مثل 5

يصبح $\frac{5}{1}$ و 7 يصبح $\frac{7}{1}$ وهكذا...



$$\frac{240}{300}, \frac{75}{300}, \frac{180}{300}$$

$$\frac{3}{12}, \frac{15}{25}, \frac{4}{5} \text{ الترتيب}$$

$$10 \quad \frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{21}$$

$$\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{21} \rightarrow \frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7} \quad \text{م.م.أ} = 56$$

إذا أمكن اختصار الكسور إذا كان ذلك ممكناً

$$\frac{21}{56}, \frac{40}{56}, \frac{8}{56} \rightarrow \frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7} \text{ الترتيب}$$

رتب الأعداد النسبية التالية من الأكبر إلى الأصغر :

نفس الطريقة نختر الكسور أولاً ثم نوجد المقامات

$$11 \quad \frac{12}{27}, \frac{6}{9}, \frac{10}{18}$$

$$\frac{4}{9}, \frac{6}{9}, \frac{5}{9} \rightarrow \frac{6}{9}, \frac{5}{9}, \frac{4}{9} \text{ الترتيب}$$

فالترتيب من الأكبر إلى الأصغر

(الاتجاه من اليمين إلى اليسار) وبالمقارنة :

$$\frac{6}{9}, \frac{10}{18}, \frac{12}{27} \text{ الترتيب}$$

$$12 \quad \frac{8}{14}, \frac{19}{25}, \frac{4}{28}$$

$$\frac{4}{7}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7} \rightarrow \frac{20}{35}, \frac{14}{35}, \frac{5}{35}$$

بعد الاختصار

فيكون الترتيب كما يلي :

$$\frac{8}{14}, \frac{10}{25}, \frac{4}{28} \text{ من الأكبر إلى الأصغر}$$

جد ناتج ما يأتي :

$$13 \quad \frac{3}{5} \div \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{3 \times 6}{5 \times 1} = \frac{18}{5}$$

تقلب إشارة القسمة إلى ضرب وتختصر البسوط

مع المقامات ان وجدت ثم نضرب

البسط × البسط على المقام × المقام

الاختبار القبلي Pretest

ويعني التهميد للدرس وهي مراجعة لما درست في الصف الاول المتوسط في الاعداد النسبية.

عبر عن الأعداد التالية بصيغة كسر اعتيادي

$$1 \quad 9 = \frac{9}{1}$$

$$2 \quad 2.3 = \frac{23}{10}$$

$$3 \quad 0.29 = \frac{29}{100}$$

$$4 \quad 1.4 = \frac{14}{10}$$

$$5 \quad 6.1 = \frac{61}{10}$$

(يعني اذا كان عدداً صحيحاً نضع له مقام فيصبح

كسر اعتيادي اما اذا كان كسر عشري ترفع

الفارزة وتلاحظ الجزء العشري اذا كان مرتبة واحدة

تضع في المقام 10 واذا كان مرتبتين نضع في المقام

100 وهكذا فيتحول العدد الى كسر اعتيادي).

قارن بين الأعداد النسبية مستعملاً الرموز

(= , > , <)

الرمز < أصغر من والرمز > أكبر من

والرمز = يساوي . (القراءة من اليسار إلى اليمين)

$$6 \quad \frac{11}{25} < \frac{6}{10}$$

نوجد المقامات ونقارن بين البسوط

المضاعف المشترك الأكبر م.م.أ بين المقامات 50

يقسم على المقام $\frac{22}{50} < \frac{30}{50}$ ويضرب في البسط

ونقارن بين البسوط لكل كسر.

$$7 \quad \frac{5}{6} > \frac{8}{15} \rightarrow \frac{25}{30} > \frac{16}{30}$$

$$8 \quad \frac{7}{16} > \frac{25}{64} \rightarrow \frac{28}{64} > \frac{25}{64}$$

رتب الأعداد النسبية التالية الأصغر إلى الأكبر:

(الترتيب يكون من اليسار إلى اليمين)

$$9 \quad \frac{4}{5}, \frac{3}{12}, \frac{15}{25} \quad \text{نوجد المقام م.م.أ} = 300$$

ونقارن بين البسوط فيكون الترتيب وكما يلي

(هذه حالة خاصة نضرب المقام في عدد نحصل مقام 100 او مضاعفات 100 ونقسم البسط والمقام على عدد لنحصل على 100 في المثال السابق على 3)

$$22 \quad \frac{5}{47} \approx \frac{5}{50} \\ = \frac{5 \times 2}{50 \times 2} = \frac{10}{100} = 10\%$$

23 اكمل الجدول التالي مبينا نوع التناسب:

(تناسب عكسي لان $(A \times B = C)$)

10	8	5	4	2	1	A
100	125	200	250	500	1000	B
1000	1000	1000	1000	1000	1000	C

قدر الجذور الآتية:

$$24 \quad \sqrt{50} \quad \sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{64} \\ 7 < \sqrt{50} < 8$$

وبما ان 50 أقرب الى 49 فإن الجذر التربيعي يساوي تقريبا 7.1, 7.2, 7.3

$$25 \quad \sqrt{13} \\ \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} \\ 3 < \sqrt{13} < 4$$

وان العدد 13 أقرب الى العدد 16
فإن الجذر التربيعي تقريبا 3.5, 3.6, 3.7

$$26 \quad \sqrt[3]{145} \\ \sqrt[3]{125} < \sqrt[3]{145} < \sqrt[3]{216} \\ 5 < \sqrt[3]{145} < 6$$

وبما ان 145 أقرب الى 125 فإن الجذر التكعيبي يساوي تقريبا 5.1, 5.2, 5.3

$$27 \quad \sqrt[3]{33} \\ \sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{33} < \sqrt[3]{64} \\ 3 < \sqrt[3]{33} < 4$$

وبما ان 33 أقرب الى 27 فإن الجذر التكعيبي يساوي تقريبا 3.1, 3.2, 3.3

$$14 \quad (-3.6) + (-2.2) \\ = - (3.6 + 2.2) = - 5.8$$

اذا كانت نفس الإشارة للعددين فعند عملية الجمع نكتب نفس الإشارة ونجمع الرقمين.

$$15 \quad (7.1) + (-5.9) \\ = + (7.1 - 5.9) = + 1.2$$

اذا كانت الاشارتان مختلفتان نكتب اشارة العدد الاكبر ونطرح الرقمين.

$$16 \quad \frac{5}{9} - \frac{3}{8} \quad \text{نوجد المقامات} \\ = \frac{40}{72} - \frac{27}{72} \\ = \frac{40 - 27}{72} = \frac{13}{72}$$

ونجري عملية الطرح للبسط

$$17 \quad (4.1) \times (-2) = -8.2$$

نضرب الاشارات اولاً ثم الاعداد

$$18 \quad \frac{3}{19} \times \frac{6}{10} = \frac{3 \times 6}{19 \times 10} = \frac{18}{190}$$

جد النسبة المئوية التقديرية لكل مما يأتي:

$$19 \quad \frac{1}{9} \approx \frac{1}{10} \\ = \frac{1 \times 10}{10 \times 10} = \frac{10}{100} = 10\%$$

نقرب المقام الى أقرب عدد يمكن ان نضربه في عدد معين آخر لنحصل على 100 وذلك بضرب البسط والمقام في نفس العدد لنحصل على مقام 100 ونجد النسبة المئوية.

$$20 \quad \frac{8}{26} \approx \frac{8}{25} \\ = \frac{8 \times 4}{25 \times 4} = \frac{32}{100} = 32\%$$

$$21 \quad \frac{11}{74} \approx \frac{11}{75} \\ = \frac{11 \times 4}{75 \times 4} = \frac{44}{300} \approx \frac{15}{100} = 15\%$$

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2 + 3 \times 3}{12} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{19}{12} - \frac{2}{3}$$

ثم نجري عملية الطرح ثانيا

ايضا بتوحيد المقامات والنتائج

$$= \frac{19 \times 1 - 2 \times 4}{12} = \frac{11}{12}$$

يمثل ان اوس يتدرب مدة $\frac{11}{12}$ الساعة في الاسبوع

على ما يتدرب أيمن.

مثال (2) استعمل جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{1}{3} - \frac{8}{9} + \frac{12}{6}$

$$= \frac{1 \times 6 - 8 \times 2 + 12 \times 3}{18} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$$

لاحظ في هذا المثال وحدنا المقامات لجميع الكسور واجرينا عملية الجمع والطرح للبسط الناتج

ii) $2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{5} - \frac{6}{35}$ ركبنا الاعداد الكسرية

$$= \frac{16}{7} + \frac{6}{5} - \frac{6}{35}$$

$$= \frac{80 + 42}{35} - \frac{6}{35}$$

$$= \frac{22 - 6}{35} = \frac{116}{35}$$

iii) $7.34 - 3.08 + 1.9$

$$4.26$$

$$= 4.26 + 1.9$$

اجرينا الطرح أولا

$$= 6.16$$

ثم الجمع

iv) $3.16 + 0.092 - 0.07 - 5.005$

لاحظ هنا جمعنا الاعداد الموجبة

$$= 3.252 - 5.075$$

ثم جمعنا الاعداد السالبة

$$= -1.823$$

وطرحنا الناتج الثاني من الاول

v) $(0.07 - 0.006) + 0.503 - 0.08$

$$= 0.064 + 0.503 - 0.08$$

$$= 0.567 - 0.08 = 0.487$$

الدرس الاول /

ترتيب العمليات على الاعداد النسبية

فكرة الدرس :

❖ استعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتبسيط جملة عددية.

❖ المفردات التي نستعملها : ترتيب العمليات جملة عددية.

تعلم :

لنأخذ هذا المثال ونشرح عليه فكرة الدرس

يتدرب اوس وأيمن على رياضة التنس اذ يتدرب

اوس يومين في الاسبوع بواقع $\frac{5}{6}$ الساعة في اليوم

الاول و $\frac{3}{4}$ الساعة في اليوم الثاني، ويتدرب أيمن

يوما واحدا في الاسبوع بواقع $\frac{2}{3}$ الساعة كم تزيد

المدة التي يتدربها اوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلال الاسبوع ؟

1-1 تبسيط جملة عددية :

❖ تبسيط جملة عددية تحتوي على جمع وطرح أو ضرب وقسمة اعداد نسبية

عزيزي الطالب // تعلمت سابقا كيفية إيجاد ناتج جمع أو طرح اعداد نسبية وكذلك ضرب أو قسمة عددين نسبيين والان سنتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على (جمع وطرح)

او عمليتي (ضرب وقسمة) لاعداد نسبية .

ففي المثال اعلاه اوس وأيمن يمارسان رياضة التنس حيث ان اوس يتدرب يومين في الاسبوع نجمع مدة تدريبه في اليومين وأيمن يوم واحد في الاسبوع ويذكر في المثال مدة تدريبه في ذلك اليوم. اما المطلوب في المثال هو كم تزيد مدة تدريب اوس عن أيمن في التدريب خلال الاسبوع ؟

مثال (1) كم تزيد المدة التي يتدربها اوس عن المدة

التي يتدربها أيمن خلال الاسبوع ؟

اكتب الجملة العددية التي تمثل المسألة

نجري عملية الجمع أولا بتوحيد المقامات

(1) نضع العمليات التي لها أولوية بين الاقواس أي (خاصية التجميع).

(2) أبدأ بالعمليات بين الاقواس.

(3) اضرب وقسم من اليسار الى اليمين

(أي نضرب ونقسم من جهة اليسار مباشرة).

(4) أجمع واطرح من اليسار الى اليمين

(حسب السؤال) والامثلة التالية توضح ذلك

مثال (4) استعمل ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{i) } & \frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3} + \frac{2}{3} \times \frac{8}{21} \\ & = \left(\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3} \right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{8}{21} \right) \\ & = \frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{35+12}{21} = \frac{47}{21} \end{aligned}$$

تجميع ثم اختصار وضرب ثم جمع بتوحيد المقامات.

$$\begin{aligned} \text{ii) } & \frac{7}{21} \div \frac{21}{-4} - \frac{9}{11} \div \frac{-27}{44} \\ & = \left(\frac{7}{12} \times \frac{-4}{21} \right) - \left(\frac{9}{11} \times \frac{44}{-27} \right) \\ & = \frac{-1}{9} - \left(\frac{4}{-3} \right) = \frac{-1}{9} + \frac{4}{3} \\ & = \frac{-1+12}{9} = \frac{11}{9} \end{aligned}$$

تجميع ثم قلب القسمة الى ضرب واختصار ثم تبسيط الاقواس واجراء عملية الطرح

$$\begin{aligned} \text{iii) } & \frac{4}{5} \div \frac{8}{15} \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} \\ & = \left(\frac{4}{5} \div \frac{8}{15} \right) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} \\ & = \left(\frac{4}{5} \times \frac{15}{8} \right) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} \\ & = \left(\frac{3}{2} \right) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} \\ & = \frac{-3}{7} + \frac{5}{14} = \frac{-6+5}{14} = \frac{-1}{14} \end{aligned}$$

(تجميع القسمة وايجاد الناتج ثم اجراء عملية الضرب وبعدها تجري عملية الجمع)

لاحظ عزيزي الطالب / هنا طرح العدد الثاني من الاول والناتج جمع مع العدد الثالث وطرح من الناتج العدد الرابع او تستطيع ان تجد ناتج العدد الاول والثاني كذلك ناتج الثالث والرابع (عملية تجميع) وتجد ناتج الجمع.

مثال (3) استعمل ضرب وقسمة الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{i) } & -3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \div 3\frac{7}{2} \\ & = \frac{-7}{2} \times \frac{5}{3} \div \frac{13}{2} \\ & = \frac{-35}{6} \div \frac{13}{2} \\ & = \frac{-35}{6} \times \frac{2}{13} \\ & = \frac{-35}{39} \end{aligned}$$

ركبنا الاعداد الكسرية

اجرينا عملية الضرب

ثم القسمة

الناتج

$$\begin{aligned} \text{ii) } & \frac{48}{9} \div \frac{-12}{3} \times \frac{-8}{13} \\ & = \frac{48}{9} \times \frac{3}{-12} \times \frac{-8}{13} \\ & = \frac{4}{-3} \times \frac{-8}{13} = \frac{32}{39} \end{aligned}$$

iii) 4.5 × 3.65 ÷ (-1.125)

$$= 16.425 \div (-1.125)$$

اجرينا عملية الضرب أولاً -14.6

ثم القسمة مع مراعاة الاشارة

iv) 7.29 ÷ 0.9 × (-0.03)

$$= 8.1 \times (-0.03)$$

ثم عملية الضرب مع مراعاة

1-2 استعمال ترتيب العمليات:

❖ استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جملة

عددية تحتوي على اعداد نسبية:

تعرفت سابقاً الى استعمال ترتيب العمليات على الاعداد الصحيحة لتبسيط جملة عددية والان سوف نتعرف الى استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد نسبية وباتباع الخطوات الاتية:

$$2) 4\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} - \frac{8}{15} = \dots\dots\dots$$

نركب الاعداد الكسرية ثم نوجد

$$= \frac{13}{3} + \frac{17}{5} - \frac{8}{15}$$

والمضاعف بين المقامات هو 15

$$= \frac{65 + 51 - 8}{15} = \frac{116 - 8}{15} = \frac{108}{15} = \frac{36}{5}$$

$$3) \frac{2}{9} - 1\frac{1}{8} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = \dots\dots\dots$$

تجمع كل كسرين مع بعض بين قوسين ثم نركب الاعداد الكسرية ونوجد المقامات وجمع الناتجين

$$= \left(\frac{2}{9} - \frac{9}{8}\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{16 - 81}{72}\right) + \left(\frac{16 - 15}{12}\right)$$

$$= \left(\frac{-65}{72}\right) + \left(\frac{-65}{72}\right) + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{-65 + 6}{72} = \frac{-59}{72}$$

$$4) \frac{6}{5} + \frac{9}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15} = \dots\dots\dots$$

نستخدم خطوة رقم (4) من خطوات الحل

$$= \left(\frac{6}{5} + \frac{9}{2}\right) - \frac{3}{8} + \frac{7}{15}$$

$$= \frac{12 + 45}{10} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15}$$

$$= \frac{57}{10} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15}$$

$$= \frac{228 - 15}{40} + \frac{7}{15}$$

$$= \frac{213}{40} + \frac{7}{15} = \frac{639 + 56}{120} = \frac{695}{120}$$

$$5) 9.14 - 6.07 + 2.5 = \dots\dots\dots$$

كذلك استخدام الخطوة الرابعة

$$= (9.14 - 6.07) + 2.5$$

$$= 3.07 + 2.5 = 5.57$$

$$iv) \frac{12}{7} - \frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{5}{14}$$

$$= \frac{12}{7} - \left(\frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15}\right)$$

$$= \frac{12}{7} - \left(\frac{2}{-3} \div \frac{4}{15}\right)$$

$$= \frac{12}{7} - \left(\frac{2}{-3} \times \frac{15}{4}\right)$$

$$= \frac{12}{7} + \frac{5}{2} = \frac{24 + 35}{14} = \frac{59}{14}$$

$$v) 4.01 \times 1.2 + 11.5 \times 0.6$$

$$= (4.01 \times 1.2) + (11.5 \times 0.6)$$

$$= 4.812 + 6.9 = 11.712$$

$$vi) 6.4 \div 0.8 - 12.5 \div 0.5$$

$$= (6.4 \div 0.8) - (12.5 \div 0.5)$$

$$= 8 - 25 = -17$$

في المثالين السابقين حصرنا الضرب في الاولى والقسم في الثاني بين قوسين وجمعنا الناتج الاول مع الثاني

$$vii) 0.09 \times 16 + 5.4 \div 0.6$$

$$= (0.09 \times 16) + (5.4 \div 0.6)$$

$$= 1.44 + 9 = 10.44$$

في هذا المثال الذي يحوي العمليات الضرب والجمع والقسم بين قوسين واوجدنا ناتج كل منهما ثم اجرينا عملية الجمع.

تأكد من فهمك:

استعمل جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

الاسئلة 1-6 مشابهة للمثال 2

$$1) \frac{1}{5} - \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$

$$= \frac{7 - 10 + 21}{35}$$

نوجد المقامات والمضاعف 35

$$= \frac{-3 + 21}{35} = \frac{18}{35}$$

ابسط صورة

أستعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية
لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

الاسئلة 11-16 مشابهة للمثال 4

$$11) \frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6} + \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} = \dots$$

نحصر الضرب بين قوسين ونبسط داخل الأقواس

$$= \left(\frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6} \right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{12}{5} \right) \quad \text{ثم نجري عملية الجمع}$$

$$= \left(\frac{4}{3} \right) + \left(\frac{4}{5} \right) \quad \text{بتوحيد المقامات كما سبق}$$

$$= 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \quad \text{مع مراعاة الاشارات في الضرب}$$

$$12) \frac{8}{13} \div \frac{-16}{39} - \frac{7}{15} \div \frac{-21}{10} = \dots$$

$$= \left(\frac{8}{13} \div \frac{-16}{39} \right) - \left(\frac{7}{15} \div \frac{-21}{10} \right)$$

$$= \left(\frac{8}{13} \times \frac{39}{-16} \right) - \left(\frac{7}{15} \times \frac{10}{-21} \right)$$

$$= \left(\frac{-3}{2} \right) - \left(\frac{-2}{9} \right) = \frac{-3}{2} + \frac{2}{9}$$

$$= \frac{-27 + 4}{18} = \frac{-23}{18}$$

$$13) \frac{2}{9} \div \frac{4}{27} \times \frac{1}{-14} + \frac{7}{16} = \dots$$

$$= \left(\frac{2}{9} \div \frac{4}{27} \right) \times \left(\frac{1}{-14} \right) + \frac{7}{16}$$

$$= \left(\frac{2}{9} \times \frac{27}{4} \right) \times \left(\frac{1}{-14} \right) + \frac{7}{16}$$

$$= \left(\frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{1}{-14} \right) + \frac{7}{16}$$

$$= -\frac{3}{8} + \frac{7}{16} = \frac{-6 + 7}{16} = \frac{1}{16}$$

$$14) \frac{12}{7} - \frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5} \div \frac{8}{15} = \dots$$

نحصر الضرب بين قوسين

$$= \frac{12}{7} - \left(\frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5} \right) \times \frac{15}{8}$$

$$= \frac{12}{7} - \frac{4}{5} \times \frac{15}{8}$$

$$= \frac{12}{7} - \frac{3}{2} = \frac{24 - 21}{14} = \frac{3}{14}$$

$$6) 1.12 + 0.82 - 0.02 + 4.002 = \dots$$

$$= (1.12 + 0.82) - 0.02 + 4.002$$

$$= (1.94 - 0.02) + 4.002$$

$$= 1.92 + 4.002 = 5.922$$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كل
مقدار بأبسط الصورة:

الاسئلة 7-10 مشابهة للمثال 3

$$7) 1\frac{1}{3} \times \left(-2\frac{5}{6} \right) \div 2\frac{4}{9} = \dots$$

$$= \frac{4}{3} \times \left(-\frac{17}{6} \right) \div \frac{22}{9}$$

تركيب الأعداد الكسرية

$$= \left(\frac{4}{3} \times -\frac{17}{6} \right) \times \frac{9}{22} \quad \text{تجميع الضرب}$$

$$= \frac{-34}{9} \times \frac{9}{22} = \frac{-17}{11} \quad \text{أبسط صورة}$$

$$8) \frac{54}{7} \div \frac{-9}{14} \times \frac{-5}{24} = \dots$$

حصر القسمة بين قوسين ونجد الناتج

$$= \left(\frac{54}{7} \div \frac{-9}{14} \right) \times \frac{-5}{24}$$

$$= \left(\frac{54}{7} \times \frac{14}{-9} \right) \times \frac{-5}{24}$$

$$= \frac{-3}{1} \times \frac{-5}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} \quad \text{أبسط صورة}$$

$$9) 6.1 \times 3.25 \div (-0.25) = \dots$$

نحصر الضرب بين قوسين ونجد الناتج

$$= (6.1 \times 3.25) \div (-0.25)$$

$$= 19.825 \div (-0.25) = -79.3 \quad \text{الناتج}$$

$$10) 0.81 \div 0.9 \times (-0.05) = \dots$$

$$= (0.81 \div 0.9) \times (-0.05)$$

$$= 0.9 \times (-0.05) = -0.045 \quad \text{الناتج}$$

$$20 \quad \frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{6}{15} + \frac{4}{5} = \dots$$

نستخدم قاعدة ترتيب العمليات الجمع ثم الطرح

$$= \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10} \right) - \frac{6}{15} + \frac{4}{5}$$

وتبسط الناتج

$$= \frac{2+3}{10} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{1-2+4}{5} = \frac{3}{5}$$

الناتج

$$21 \quad 2.04 - 8.09 + 3.05 \dots$$

$$= (2.04 - 8.09) + 3.05$$

$$= -6.05 + 3.05 = -3$$

$$22 \quad 4.22 + 0.33 - 0.03 + 5.003 = \dots$$

$$= (4.22 + 0.33) - 0.03 + 5.003$$

$$= 4.55 - 0.03 + 5.003$$

$$= 4.52 + 5.003 = 9.523$$

أستعمل ضرب وقسمة الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$23 \quad 2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2} \div \left(-5\frac{3}{2} \right) = \dots$$

نحصر الضرب بين قوسين ونركب الاعداد الكسرية ونجري العمليات بالترتيب لايجاد

$$= \left(2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2} \right) \div \left(-5\frac{3}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{13}{6} \times \frac{9}{2} \right) \div \left(\frac{-13}{2} \right)$$

$$= \frac{39}{4} \times \frac{2}{-13} = \frac{-3}{2}$$

$$24 \quad \frac{5}{12} \div \frac{-25}{4} \times \frac{10}{3} = \dots$$

$$= \left(\frac{5}{12} \div \frac{-25}{4} \right) \times \frac{10}{3}$$

$$= \left(\frac{5}{12} \times \frac{4}{-25} \right) \times \frac{10}{3}$$

$$= \frac{-1}{15} \times \frac{10}{3} = \frac{-2}{9}$$

$$15 \quad 9.02 \times 1.4 - 8.03 \times 0.7 = \dots$$

نحصر الضرب بين قوسين

$$= (9.02 \times 1.4) - (8.03 \times 0.7)$$

$$= 15.334 - 5.62$$

نيسط الاقواس ونطرح

$$= 9.714$$

$$16 \quad 4.9 \div 0.7 + 4.8 \div 0.12 = \dots$$

نفس الترتيب بحصر القسمة بين قوسين

$$= (4.9 \div 0.7) + (4.8 \div 0.12)$$

$$= 7 + 40 = 47$$

الناتج

تدرب وحل التمرينات

أستعمل جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$17 \quad \frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \dots$$

نوجد المقامات بايجاد المضاعف المشترك (12)

$$= \frac{2-9+8}{12} = \frac{1}{12}$$

$$18 \quad 1\frac{1}{4} + 4\frac{3}{2} - \frac{9}{8} = \dots$$

نركب الاعداد الكسرية ونحصر الجمع بين قوسين والناتج يطرح منه العدد الثالث

$$= \left(\frac{5}{4} + \frac{11}{2} \right) - \frac{9}{8}$$

$$= \frac{5+22}{4} - \frac{9}{8} = \frac{27}{4} - \frac{9}{8}$$

$$= \frac{54-9}{8} = \frac{45}{8}$$

الناتج

$$19 \quad \frac{3}{7} - 1\frac{2}{7} + \frac{5}{3} - \frac{9}{14} = \dots$$

$$= \left(\frac{3}{7} - \frac{9}{7} \right) + \left(\frac{5}{3} - \frac{9}{14} \right)$$

$$= \frac{3-9}{7} + \frac{70-27}{42} = \frac{-6}{7} + \frac{43}{42}$$

$$= \frac{-36+43}{42} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$$

الناتج

$$30 \quad \frac{5}{14} - \frac{3}{4} \times \frac{36}{-15} \div \frac{3}{10} = \dots\dots$$

$$= \frac{5}{14} - \left(\frac{3}{4} \times \frac{36}{-15} \right) \div \frac{3}{10} =$$

$$= \frac{5}{14} + \left(\frac{9}{5} \times \frac{10}{3} \right)$$

$$= \frac{5}{14} + \frac{6}{1} = \frac{5 + 84}{14} = \frac{89}{14}$$

$$31 \quad -4.09 \times 3.2 - 5.03 \times 0.8 = \dots\dots$$

$$= (-4.09 \times 3.2) - (5.03 \times 0.8)$$

$$= -13.088 - 4.024 = -17.112$$

$$32 \quad -7.2 \div 0.9 + 0.42 \div 0.007 = \dots\dots$$

$$= (-7.2 \div 0.9) + (0.42 \div 0.007)$$

$$= -8 + 60 = 52 \text{ الناتج}$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

33 **كرة قدم:** بطولت كأس العالم لكرة القدم

هي أهم مسابقة كرة قدم دولية يقيمها الاتحاد الدولي لكرة القدم (الفيفا). اقيمت البطولة الاولى لأول مرة عام 1930 م ، وتقام كل 4 سنوات حتى الآن اقيمت البطولة 20 مرة وفاز المنتخب البرازيلي بالكأس 5 مرات والمنتخب الايطالي فاز 4 مرات ما الفرق بين نسبي فوز الفريقين الى العدد الكلي لتنظيم البطولة؟

$$\frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20} \text{ مجموع نسبي فوز الفريقين}$$

$$\frac{20}{20} - \frac{9}{20} = \frac{20-9}{20} = \frac{11}{20}$$

الفرق بين نسبي فوز الفريقين الى العدد الكلي

أو مباشرة يمكن الحل بعملية واحدة

$$\frac{20}{20} - \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{20-5-4}{20} = \frac{11}{20}$$

34 **رياضة الجري:** قطع العداء الذي فاز بالمرتبة

الاولى في سباق الجري 2000 m الدورة الواحدة (400 m) بمدة (44.2 sec) وقطع العداء الذي فاز بالمرتبة الثانية الدورة الواحدة بمدة (46.5 sec) . فما الفرق بين الوقت الكلي لقطع مسافة السباق للعدائين؟

$$25 \quad 0.01 \times 6.4 \div (-0.04) = \dots\dots$$

$$= (0.01 \times 6.4) \div (-0.04)$$

$$= 0.064 \div (-0.04)$$

$$= -1.6 \text{ الناتج}$$

$$26 \quad 0.35 \div 0.07 \times (-1.006) = \dots\dots$$

$$= (0.35 \div 0.07) \times (-1.006)$$

$$= 5 \times (-1.006) = -5.03$$

أستعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية

لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$27 \quad \frac{5}{-3} \times \frac{24}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{-15}{6} = \dots\dots$$

$$= \left(\frac{5}{-3} \times \frac{24}{45} \right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{-15}{6} \right)$$

$$= \left(\frac{-8}{9} \right) + \left(\frac{-5}{6} \right)$$

$$= \frac{-16-15}{18} = \frac{31}{18} \text{ الناتج}$$

$$28 \quad \frac{-2}{19} \div \frac{-8}{38} - \frac{11}{6} \div \frac{-22}{8} = \dots\dots$$

$$= \left(\frac{-2}{19} \div \frac{-8}{38} \right) - \left(\frac{11}{6} \div \frac{-22}{8} \right)$$

$$= \left(\frac{-2}{19} \times \frac{38}{8} \right) - \left(\frac{11}{6} \times \frac{8}{-22} \right)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

$$29 \quad \frac{1}{7} \div \frac{5}{42} \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12} = \dots\dots$$

$$= \left(\frac{1}{7} \div \frac{5}{42} \right) \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12}$$

$$= \left(\frac{1}{7} \times \frac{42}{5} \right) \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12}$$

$$= \left(\frac{6}{5} \times \frac{1}{-5} \right) - \frac{1}{12}$$

$$= \frac{-6}{25} - \frac{1}{12} = \frac{-72-25}{300} = \frac{-97}{300}$$



37 أصح الخطأ:

بسط جمال الجملة العددية وكتبها بأبسط صورة:

$$\frac{7}{3} \div \frac{9}{28} \times \frac{1}{-2} \div \frac{4}{-9} = 6 \quad \text{حدد خطأ جمال وصحة}$$

$$\text{الطرف الايسر} = \left(\frac{3}{7} \times \frac{28}{9} \right) \times \left(\frac{1}{-2} \times \frac{-9}{4} \right)$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{الصحيح}$$

∴ الجواب ليس 6 وإنما $\frac{3}{2}$

38 حسن عددي: ما العدد الذي يجب كتابته في المربع لتكون الجملة العددية التالية صحيحة

$$i) \left(\frac{1}{-2} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{\square} \right) = 0$$

نضيف النظير الجمعي للعدد $-\frac{1}{4}$

$$-\frac{1}{4} + \frac{3}{2\square} = 0 \quad \text{وهو } +\frac{1}{4} \text{ للطرفين}$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2\square} = 0 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{2\square} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3}{2\square} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$$

$$\frac{3}{2\square} = \frac{3}{2 \times 6} \quad \text{لان } 6 \times 2 = 4 \times 3$$

∴ نضع في الفراغ (6).

$$ii) \left(\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{1}{3} \div \frac{\square}{3} \right) = 0$$

نحصر القسمة بين قوسين ونجد ناتج القوس الاول

$$\left(\frac{1}{5} \times \frac{5}{2} \right) - \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{\square} \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{\square} = 0 \quad \text{نضيف } -\frac{1}{2} \text{ للطرفين}$$

∴ نضع داخل الفراغ العدد 2

$$\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{\square} = 0 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\square} = -\frac{1}{2}$$

مسافة السباق دورات $2000 \div 400 = 5$

$$46.5 \times 5 - 44.2 \times 5 = (46.5 \times 5) - (44.2 \times 5)$$

$$= 232.5 - 221$$

$$= 11.5 \text{ sec}$$

الفرق بين الوقت الكلي للعدائين

35 طقس: كانت درجة الحرارة في منطقة

القطب الشمالي -48 درجة سيليزية وبدأت درجة

الحرارة بالارتفاع التدريجي حتى الساعة 4 بعد الظهر

بمعدل 0.5 درجة سيليزية بالساعة ثم عاودت

بالانخفاض بمعدل 15 درجة سيليزية بالساعة كم

أصبحت درجة الحرارة عند الساعة 6 عصراً؟

درجة الحرارة -48 درجة سيليزية عند الساعة

12 (تضاف على السؤال)

من الساعة 4 الى الساعة 2 = 6 ساعة

$$-48 + (4 \times 0.5) - (2 \times 1.5)$$

$$= -48 + 2 - 3 = -49$$

درجة سيليزية

أصبحت درجة الحرارة عند الساعة 6 عصراً

فكر

36 تعد: أستعمل ترتيب العمليات على الاعداد

النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$i) \frac{1}{3} \left(\frac{-6}{5} + 2 \frac{1}{10} \right) \times \frac{4}{5} \div 2 \frac{8}{9} = \dots\dots$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{-6}{3} + \frac{21}{10} \right) \times \frac{4}{5} \div \frac{18}{5}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{-12 + 21}{10} \right) \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{18} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{9}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

$$ii) \frac{1}{2} \left(\frac{8}{9} - 3 \frac{1}{3} \right) \div 3 \frac{2}{3} \div \frac{-15}{7} = \dots$$

نبسط الاقواس ونجد الناتج

ثم نقلب القسمة الى ضرب ونختصر

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{8}{9} - 3 \frac{1}{3} \right) \div \frac{11}{3} \div \frac{-15}{7}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{8 - 30}{9} \right) \times \frac{3}{11} \times \frac{7}{-15}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{-22}{9} \times \frac{3}{11} \times \frac{7}{-15} = \frac{7}{45}$$

(يعني اذا كان الاس موجبا في المقام ويرفع العدد الى البسط يصبح الأس سالبا وبالعكس اذا كان الأس السالب لاي عدد في البسط ونكتب العدد في المقام يتحول الاس السالب لاي عدد في البسط ونكتب العدد في المقام يتحول الاس السالب الى أس موجب)

عندما يكون أس العدد صفرا

$$f^0 = 1 \text{ دائما } f^0 = 1$$

مهما يكن أس العدد (f) فالنتيجة f دائما.

$$f^5 = 1, f^3 = 1$$

الأس الزوجي لأي عدد سالب

تحذف اشارة السالب (-) وتحول الى (+)

$$(-1)^2 = 1 \text{ الاس الفردي لاي عدد سالب}$$

$$(-2)^3 = -8 \text{ تبقى اشارة السالب لا تحذف}$$

$$(-3)^3 = -27$$

$$(-1)^{-3} = \frac{1}{(-1)^3} = \frac{1}{-1} = -1$$

الآن نعود للمثال (1)

جد عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا يوميا

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

حولنا الاس السالب الى موجب

$$110 \times \frac{1}{10} = 11 \text{ kg}$$

مثال (2) احسب الاس السالبة لكل مما يأتي

(ركز على الحل عزيز الطالب)

وحسب التوضيح السابق

$$i) 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{9}$$

$$ii) 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$iii) 3^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$iv) (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-2} \times \frac{1}{-2} \times \frac{1}{-2} = \frac{1}{-8}$$

$$v) -2^{-2} = \frac{1}{-2^2} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

ملاحظة:

عزيزي الطالب ممكن هناك حلول أخرى بطرق مختلفة.

اكتب /

المقدار بأبسط صورة بأستعمال ترتيب العمليات

$$-1.03 \times 4.2 - 7.07 + 0.6 \times 2.5 = \dots\dots\dots$$

نحصر الضرب بين قوسين

$$= (-1.03 \times 4.2) - 7.07 + (0.6 \times 2.5)$$

$$= (-4.326 - 7.07) + 1.5$$

$$= -11.396 + 1.5$$

$$= -9.896 \text{ الناتج}$$

الدرس الثاني

القوى (الأسس) السالبة الصورة العلمية للعدد

فكرة الدرس:

❖ كيفية حساب مقادير تتضمن أساً سالبة، والتعبير عن عدد بالصورة العلمية.

❖ المفردات التي نستعملها: الأسس (القوة) والصورة العلمية والصورة الرقمية للعدد.

تعلم:

لنأخذ هذا المثال التالي وبعد توضيح فكرة الدرس سوف نطبق على المثال:

الباندا العملاقة أو الدب الصيني حيوان ضخم من عائلة الدب موطنه الاصيلي في الصين، تشتهر بلونها الاسود والابيض وفروها السميك الذي يحميها من البرد ويأكل الباندا ما يعادل 10^1 من وزنه يوميا. ما عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا الذي يزن 110 kg ؟

1-2 القوى السالبة للعدد:

تعلمنا سابقاً كيفية كتابة العدد بالقوى (الاسس) الموجبة

$$\text{مثلاً: } 10^3 = 1000, 10^2 = 100, 10^1 = 10 \dots\dots\dots$$

وبالاسلوب نفسه سوف نتعرف الى كتابة العدد بالقوى

(الاسس) السالبة

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}, \quad 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$$

مع ملاحظة/

أي عدد (عدا الصفر) للأس (0) يساوي (1)

والعدد (1) لاي أس موجب او سالب يساوي (1)

$$\text{iii) } 9.17 \times 10^{-2} = 0.0917$$

الفارزة العشرية تتحرك مرتبتين الى اليسار

$$\text{vi) } 52.6 \times 10^{-4} = 0.00526$$

الفارزة العشرية تتحرك اربعة مراتب الى اليسار

لتحويل الاعداد العشرية من الصورة الرقمية الى

الصورة العلمية نلاحظ الآتي:

(1) حرك الفارزة العشرية ليكون موقعها على يمين

اول مرتبة غير صفريية من اليسار.

(2) عد المراتب التي حركت بها الفارزة العشرية.

(3) جد قوة العدد عشرة، فإذا كانت القيمة

المطلقة للعدد الاصلي بين الصفر والواحد فإن

الاس يكون سالبا، واذا كان العدد أكبر من

واحد فإن الاس يكون موجبا.

مثال (4) اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

(السهم هو مسار الفارزة)

$$\text{i) } 72300 = 7.23 \times 10000$$

الفارزة العشرية تتحرك اربع مراتب الى اليسار

$$= 7.23 \times 10^4$$

وبما ان العدد 72300 أكبر من (1) لذا فالاس موجب

$$\text{ii) } 802000 = 8.02 \times 100000$$

الفارزة العشرية تتحرك خمس مراتب الى اليسار

$$= 8.02 \times 10^5$$

وبما ان العدد 802000 أكبر من (1) لذا فالاس موجب

$$\text{iii) } 0.0025 = 2.5 \times 0.001$$

الفارزة العشرية تتحرك ثلاث مراتب الى اليمين

$$= 2.5 \times 10^{-3}$$

وبما ان العدد بين (0) و (1) فإن الاس سالب

$$\text{iv) } 0.000371 = 3.71 \times 0.0001$$

الفارزة العشرية تتحرك اربع مراتب الى اليمين

$$= 3.71 \times 10^{-4}$$

وبما ان العدد بين (0) و (1) فإن الاس سالب

الخلاصة:

بصورة أوضح اذا اردت ان تكتب العدد بالصورة

العلمية هي ان تكتب العدد بالطريقة الأسية فإذا

كان العدد أكبر من (1) تتحرك الفارزة العشرية من

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

$$\text{vi) } \frac{1}{2} + 2^{-3} - (-2)^{-4}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$$

$$= \frac{8 + 2 - 1}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\text{vii) } 4^{-3} - (-6)^0 - 8^{-2}$$

$$= \frac{1}{4^3} - 1 - \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64} - 1 - \frac{1}{64} = -1$$

كل عدد أسه صفرا = 1 والاس السالب عند كتابته في المقام يتحول الى أس موجب.

الصورة العلمية للعدد

Scientific Notation of Number

تعلمنا سابقاً كيفية كتابة الاعداد الكبيرة

بالصورة العلمية كعدد صحيح مضروب في احدى

القوى الموجبة للعشرة مثل $1400000 = 14 \times 10^5$

والآن سوف نستعمل الصورة العلمية للعدد

لكتابة الاعداد التي قيمها المطلقة كبيرة جدا أو

صغيرة جدا ولكتابة الاعداد العشرية من الصور

العلمية للصورة الرقمية نلاحظ التالي:

(1) اذا ضرب العدد في احدى القوى الموجبة للعدد

10 فإن الفارزة العشرية تتحرك الى اليمين

$$\text{مثلا } 5.3 \times 10^3 = 5600$$

(2) اذا ضرب العدد في احدى القوى السالبة للعدد

10 فإن الفارزة العشرية تتحرك الى اليسار

$$\text{مثلا } 5.31 \times 10^{-2} = 0.0531$$

(3) عدد المراتب التي تتحرك بها الفارزة العشرية

هي القيمة المطلقة للاس.

مثال (3) اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

$$\text{i) } 7.3 \times 10^3 = 7300$$

الفارزة العشرية تتحرك ثلاث مراتب الى اليمين

$$\text{ii) } 2.64 \times 10^5 = 264000$$

الفارزة العشرية تتحرك خمسة مراتب الى اليمين

$$10 \quad \frac{1}{3} + 3^{-2} - (-3)^{-3} = \dots\dots\dots$$

العدد المرفوع الى أس سالب ينزل الى المقام

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{(-3)^3} \quad \text{كي يتحول الى أس موجب}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{-27} \quad \text{ثم نكمل الحل كما سبق}$$

$$= \frac{9 + 3 + 1}{27} = \frac{13}{27} \quad \text{النتيجة}$$

$$11 \quad 2^{-4} - (-6)^0 - 5^{-1} = \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{2^4} - (-1) - \frac{1}{5} = \frac{1}{16} - 1 - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{5 - 80 - 16}{80} = \frac{-91}{80} \quad \text{النتيجة}$$

$$12 \quad -4^{-2} + 1^3 - (-6)^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{4^2} + 1 - \frac{1}{(-6)^2} = \frac{1}{16} + 1 - \frac{1}{36}$$

$$= \frac{-9 + 144 - 4}{144} = \frac{131}{144} \quad \text{النتيجة}$$

$$13 \quad (8)^0 - (-3)^2 - 1^{-4} = \dots\dots\dots$$

كل عدد أسه صفر = 1

$$= 1 - 9 - 1 = -9$$

والعدد (1) مهما كان أسه يساوي واحد

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

$$14 \quad 4.2 \times 10^4 = \dots\dots\dots$$

$$4.2 \times 10000 = 42000$$

$$15 \quad 5.14 \times 10^6 = \dots\dots\dots$$

$$5.14 \times 1000000 = 5140000$$

$$16 \quad 2.16 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$2.16 \times \frac{1}{10^3} = 2.16 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 2.16 \times 0.001 = 0.00216$$

$$17 \quad 15.8 \times 10^{-5} = \dots\dots\dots$$

$$15.8 \times 0.00001 = 0.000158$$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

اليمين الى اليسار الى آخر عدد على اليسار وتضع فارزة وتضرب العدد $\times 10$ أس عدد المراتب التي تحرك بها الفارزة كما في المثالين (i) و(ii).

وإذا كان العدد بين (0) و(1) تحرك الفارزة الى اليمين لحد أول عدد يأتي بعد آخر صفر ثم تضع الفارزة بعد العدد وتضرب $\times 10$ أس عدد الاصفار الموجودة خلف العدد الصحيح لكن الاس سالب كما في المثالين (iii) و(vi).

تأكد من فهمك:

أحسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

$$1 \quad 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

لتحويل الاس الى موجب حول العدد الى المقام

$$2 \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$3 \quad 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

$$4 \quad -2^{-2} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}$$

ملاحظة/ هنا الأس لا يشمل اشارة السالب للعدد

$$5 \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$$

هنا الاس للعدد (-2) نكتب (-2) في المقام حتى يتحول الاس الى موجب والاس الفردي يبقى على اشارة السالب للعدد (2)

$$6 \quad (-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{625}$$

الاس الزوجي يحول اشارة (-) الى موجب (+)

$$7 \quad (-1)^{-5} = \frac{1}{(-1)^5} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$8 \quad -7^{-1} = \frac{1}{-7} = -\frac{1}{7}$$

$$9 \quad (-9)^0 = \dots\dots\dots$$

كل عدد أسه صفر = 1 $1 = (-9)^0$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

$$30 \quad \frac{1}{4} + 5^{-2} - (-1)^{-3} - \frac{1}{2} = \dots\dots$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{(-1)^3} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{25} - \frac{1}{-1} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{25} + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

ضرب اشارة (+) = (-) × (-)

$$= \frac{25+4+100-50}{100} = \frac{79}{100}$$

$$31 \quad (-2)^{-5} - (-7)^0 - 1^5 + \frac{1}{16} = \dots\dots$$

$$= \frac{1}{(-2)^5} - 1 - 1 + \frac{1}{16}$$

$$= -\frac{1}{32} - 2 + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{-1 - 64 + 2}{32} = \frac{-63}{32}$$

$$32 \quad 6^{-2} - 4^{-2} - (-8)^{-2} - \frac{1}{36} = \dots\dots$$

$$= \frac{1}{6^2} - \frac{1}{4^2} - \frac{1}{(-8)^2} - \frac{1}{36}$$

$$= \frac{1}{36} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64} - \frac{1}{36}$$

$$= -\frac{1}{16} - \frac{1}{64} = \frac{-4 - 1}{64} = \frac{-5}{64}$$

$$33 \quad (8)^0 - (-3)^2 - 1^4 + \frac{1}{9} = \dots\dots$$

$$= 1 - 9 - 1 + \frac{1}{9} = -9 + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{-81 + 1}{9} = \frac{-80}{9}$$

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

$$18 \quad 7 \overline{2300} = \dots\dots$$

$$= 7.23 \times 10000 \quad \text{حرك الفارزة الى اليسار}$$

$$= 7.23 \times 10^4 \quad \text{اربع مراتب}$$

$$19 \quad 8 \overline{02000} = \dots\dots$$

$$= 8.02 \times 100000 \quad \text{حرك الفارزة الى اليسار}$$

$$= 8.02 \times 10^5 \quad \text{اليسار خمس مراتب}$$

$$20 \quad 0. \overline{0025} = \dots\dots$$

$$= 2.5 \times 0.001 \quad \text{حرك الفارزة الى اليمين}$$

$$= 2.5 \times 10^{-3} \quad \text{ثلاث مراتب ونضع العدد } 10^{-3}$$

$$21 \quad 0. \overline{000371} = \dots\dots$$

$$= 3.71 \times 0.0001 \quad \text{حرك الفارزة الى اليمين}$$

$$= 3.71 \times 10^{-4} \quad \text{اربع مراتب ونضع العدد } 10^{-4}$$

تدرب وحل التمرينات:

أحسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

$$22 \quad 7^{-2} = \dots\dots$$

$$7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$23 \quad 5^{-3} = \dots\dots$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$24 \quad 1^4 = \dots\dots \rightarrow 1^4 = 1$$

$$25 \quad -3^{-2} = \dots\dots \rightarrow -\frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$$

$$26 \quad (-3)^{-2} = \dots\dots$$

$$(-3)^{-2} = -\frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$27 \quad (-2)^{-4} = \dots\dots$$

$$(-2)^{-4} = -\frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

$$28 \quad (-1)^0 = \dots\dots \rightarrow (-1)^0 = 1$$

$$29 \quad -9^{-1} = \dots\dots \rightarrow -9^{-1} = -\frac{1}{9}$$

تدرب وحل التمرينات لتصبح العمليات كلها مما يأتي:

تدرب وحل مسائل حياتية:

46

العنكبوت: العناكب فأنها تغزل خيط الحرير وهذا الخيط له وظائف وحسب الاستعمال وتضع اقراسا مخاطية لاصقة التي تعمل بوضعها اوتادا صلبة جدا تساعد على لصق الشبكتة العنكبوتية في أماكن وأسطح مختلفة ويبلغ قطر خيط الحرير 3×10^{-3} mm أكتب قطر خيط الحرير بالصورة الرقمية.

$$3 \times 10^{-3} = 3 \times \frac{1}{10^3}$$

$$= 3 \times 0.001 = 0.003 \text{ mm} \quad \text{قطر الخيط}$$

47

حيتان: تقطع الحيتان مسافة $2^5 \times 5^3$ km في كل رحلة تهاجر فيها ولكن الحوت الرمادي يقطع مسافة $2^4 \times 3 \times 5^3$ km زيادة عن الحيتان الاخرى في كل رحلة أكتب المسافة بالصورة الرقمية التي يقطعها الحوت الرمادي في كل رحلة.

$$(2^5 \times 5^3) + (2^4 \times 3 \times 5^3) =$$

$$32 \times 125 + 16 \times 3 \times 125 = 4000 + 6000 = 10000 \text{ Km}$$

المسافة التي يقطعها الحوت الرمادي

48

فضاء: كوكب الارض هو ثالث كوكب المجموعة الشمسية التي يعد جزءا من مجرة درب التبانة، ويتخذ الارض شكلا أهليجيا. ويعد حجمه صغيراً جداً عند مقارنته لحجم الشمس، المسافة التقريبية بين الارض والشمس 140000000000 m أكتب المسافة بالصورة العلمية.

$$140000000000 =$$

$$1.4 \times 100000000000 = 1.4 \times 10^{11} \text{ m}$$

فكر

49

تحذ: أكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

$$i) \frac{1}{4} \times 10^{-5} = \text{-----}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{10^5} = 0.25 \times 0.00001 = 0.0000025$$

$$34 \quad 6.3 \times 10^3 = \text{-----}$$

$$6.3 \times 1000 = 6300$$

$$35 \quad 9.02 \times 10^5 = \text{-----}$$

$$9.02 \times 100000 = 902000$$

$$36 \quad 1.28 \times 10^4 = \text{-----}$$

$$1.28 \times 10000 = 12800$$

$$37 \quad 23.7 \times 10^{-2} = \text{-----}$$

$$23.7 \times 0.01 = 0.237$$

$$38 \quad 6.54 \times 10^{-3} = \text{-----}$$

$$6.54 \times 0.001 = 0.00654$$

$$39 \quad 3.01 \times 10^{-5} = \text{-----}$$

$$3.01 \times 0.00001 = 0.0000301$$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

$$40 \quad 52100 = \text{----}$$

$$5.12 \times 1000 = 5.12 \times 10^4$$

$$41 \quad 734000 = \text{----}$$

$$7.34 \times 10000 = 7.34 \times 10^5$$

$$42 \quad 9100000 = \text{----}$$

$$9.1 \times 1000000 = 9.1 \times 10^6$$

$$43 \quad 0.0035 = \text{----}$$

$$3.5 \times 0.001 = 3.5 \times 10^{-3}$$

$$44 \quad 0.00062 = \text{----}$$

$$6.2 \times 0.0001 = 6.2 \times 10^{-4}$$

$$45 \quad 0.0000077 = \text{----}$$

$$7.7 \times 0.000001 = 7.7 \times 10^{-6}$$



الدرس الثالث

خصائص القوى (الأسس)

فكرة الدرس:

❖ ضرب قوتين لهما الأساس نفسه كذلك قسمة قوتين لهما الأساس نفسه ورفع قوة الى قوة.

❖ المفردات التي نستعملها: الأساس والأس.
قبل شرح الموضوع اليك المثال التالي:

تعلم:

الاسد حيوان من الثدييات من فصيلة السنوريات وأحد السنوريات الاربعة الكبيرة المنتمية الى جنس النمر، اذا كان الاسد البالغ يحتاج الى 2^3 kg من اللحم في الوجبة الواحدة، فكم كيلو غرام يحتاج 2^4 أسد في الوجبة الواحدة؟

3-1 ضرب قوتين لهما نفس الأساس

تعرفنا سابقا على القوى (الأسس) الموجبة والسالبة والان سوف نتعرف الى قوانين الأسس:

(1) ضرب قوتين لهما الأساس نفسه

اي عند ضرب قوتين لهما نفس الأساس فالناتج هو الأساس نفسه مرفوعا الى حاصل جمع الأسين مثل:
 $3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$

مثال (1) جد عدد الكيلوغرامات التي يحتاجها

24 أسدا في الوجبة الواحدة (المثال السابق) ضع

نفس الأساس واجمع الأسين

فالناتج $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$ kg

لذا يحتاج 2^7 أسدا الى 2^7 كيلو غراما من اللحم.

مثال (2) بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

i) $5^6 \times 5^2 = 5^{6+2} = 5^8$

ii) $7^9 \times 7^{-3} = 7^{9+(-3)} = 7^6$

iii) $3^{-2} \times 3^{-5} = 3^{-2+(-5)} = 3^{-7}$

iv) $8 \times 2^{-7} = 2^3 \times 2^{-7} = 2^{-4}$

اكتب 8 بالصيغة الاسية

v) $11^2 \times 11^6 \times 11^{-5} =$

$11^{2+6+(-5)} = 11^3$

ii) $\sqrt{\frac{1}{25}} \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{10^3} = 0.2 \times \frac{1}{1000} = 0.2 \times 0.001 = 0.0002$$

iii) $\sqrt{\frac{9}{16}} \times 10^{-4} = \dots\dots\dots$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{10^4} = 0.75 \times 0.0001 = 0.000075$$

50 أصح الخطأ: استعمل سماح ترتيب العمليات على الاعداد النسبية وكتبت الاتي:

$$(-3)^{-2} - (-1)^0 - 1^2 - \frac{1}{9} = 1$$

حدد خطأ سماح وصححه

$$\text{الطرف الايسر} = \frac{1}{(-3)^2} - 1 - 1 - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{1}{9} - 1 - 1 - \frac{1}{9} = -2$$

إذا جواب سماح خطأ والصحيح = 0

51 حس عددي: هل ان العدد $\sqrt{0.09} \times 10^{-2}$

يقع بين العددين 0.005 , 0.004 ؛ وضح اجابتك.

$$\sqrt{0.09} \times 10^{-2} = \sqrt{\frac{9}{100}} \times 10^{-2}$$

$$= \frac{3}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{3}{1000} = 0.003$$

∴ المقدار لا يقع بين العددين.

اكتب

ناتج جمع العددين بالصورة العلمية :

$$2.17 \times 10^{-3} + 3.83 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$= 2.17 \times \frac{1}{1000} + 3.83 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 2.17 \times 0.001 + 3.83 \times 0.001$$

$$= 0.00217 + 0.00383$$

$$= 0.006$$

$$\begin{aligned} \text{v)} \quad \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(\frac{1}{8}\right)^5} &= \frac{8^{-3}}{8^{-5}} \\ &= 8^{-3-(-5)} = 8^{-3+5} = 8^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vi)} \quad \frac{(-5)^2 \times 5^0 \times (-5)^7}{5^6} &= \\ &= 5^2 \times 5^0 \times (-5)^7 \times 5^{-6} \\ &= -5^{2+0+7+(-6)} = -5^3 \end{aligned}$$

3-3 رفع قوة الى قوة

(3) رفع قوة الى قوة ثانية للاساس نفسه

$a \in \mathbb{Q}, n, m \in \mathbb{Z}$ اذ ان $(a)^n \times (a)^m = a^{nm}$
عند رفع قوة الى قوة ثانية للاساس نفسه يكون
النتاج الاساس نفسه مرفوعا الى حاصل ضرب الاس
الاول \times الاس الثاني.

مثال (4) بسط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة

$$\text{i)} \quad (7^3)^4 = 7^{3 \times 4} = 7^{12}$$

$$\text{ii)} \quad (9^{-5})^6 = 9^{(-5) \times 6} = 9^{-30}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad (10^3 \times 10^{-8})^{-2} &= (10^{3+(-8)})^{-2} \\ &= (10^{-5})^{-2} = 10^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad (72)^2 &= (8 \times 9)^2 \\ &= (2^3 \times 3^2)^2 = 2^6 \times 3^4 \end{aligned}$$

توزع القوة على أس الاول والثاني

$$\begin{aligned} \text{v)} \quad \frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-49)^2}{7^{-4} \times (-7^3)^5} &= \\ \frac{-7^3 \times 7^8 \times (-7^2)^2}{7^{-4} \times (-7^{15})} &= \\ \frac{-7^{3+8+4}}{-7^{-4+15}} &= \frac{-7^{15}}{-7^1} \\ &= 7^{15-1} = 7^{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vi)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 &= \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-3+(-3)+6} &= \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \end{aligned}$$

كل عدد أسه صفراً يساوي واحد

vii) $12 \times 8 \times 3^{-4} =$
نحلل الاعداد الى عواملها الاولى وتكتب
بالصيغة الأسية

$$\begin{aligned} &= (2^2 \times 3) \times 2^3 \times 3^{-4} \\ &= 2^{2+3} \times 3^{1+(-4)} = 2^5 \times 3^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{viii)} \quad 4^{-3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 &= \frac{1}{4^3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^{3+5} = \left(\frac{1}{4}\right)^8 = 4^{-8} \end{aligned}$$

3-2 قسمة قوتين لهما الاساس نفسه

(2) قسمة قوتين لهما الاساس نفسه

$a \in \mathbb{Q}, n, m \in \mathbb{Z}$ اذ ان $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

اي عند قسمة قوة على قوة لهما نفس الاساس
النتاج يكون الاساس نفسه مرفوع الى حاصل
طرح الأسين أس المقام من أس البسط.

مثال (3) بسط واكتب ناتج القسمة بوصفها قوة واحدة

$$\text{i)} \quad \frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2$$

$$\text{ii)} \quad \frac{3^{-5}}{3^{-9}} = 3^{(-5)-(-9)} = 3^{-5+9} = 3^4$$

في ضرب وقسمة القوى كل عدد قابل
للتحليل يحلل ويكتب بالصيغة الاسية

$$\text{iii)} \quad \frac{2^{-6}}{16} = \frac{2^{-6}}{2^4} = 2^{-6-4} = 2^{-10}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad \frac{54}{12} &= \frac{2^1 \times 3^3}{2^2 \times 3^1} \\ &= 2^{1-2} \times 3^{3-1} = 2^{-1} \times 3^2 \end{aligned}$$

$$10 \quad \frac{2^{-6}}{2^{-1}} = \dots \rightarrow 2^{-6-(-1)} = 2^{-5}$$

$$11 \quad \frac{3^{-3}}{27} = \dots$$

حلل العدد 27 الى عوامله الاولية
واكتبه بالصيغة الاسية

$$\frac{3^{-3}}{3^3} = 3^{-3-3} = 3^{-6}$$

$$12 \quad \frac{6 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3} = \dots$$

حلل العدد $6 = 2 \times 3$

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times 3 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3} \\ &= 2^{1-4} \times 3^{1-(-2)-1} \\ &= 2^{-3} \times 3^{-2} \end{aligned}$$

$$13 \quad \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^4}{\left(\frac{1}{25}\right)^8} = \dots$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{5^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{5^2}\right)^8} = \frac{(5^{-2})^4}{(5^{-2})^8}$$

$$= \frac{5^{-8}}{5^{-16}} = 5^{-8-(-16)} = 5^{-8+16} = 5^8$$

$$14 \quad \frac{(-6)^3 \times 6^{-6} \times (-6)^0}{6^9} = \dots$$

$$\frac{-6^3 \times 6^{-6} \times 1}{6^9} = \dots$$

$$= -6^{3+(-6)-9} = -6^{-12}$$

$$15 \quad (5^2)^6 = \dots$$

$$5^{2 \times 6} = 5^{12}$$

$$16 \quad (8^{-3})^4 = \dots$$

$$8^{-3 \times 4} = 8^{-12}$$

$$17 \quad (10^{-7} \times 10^6)^{-3} = \dots$$

$$(10^{-7+6})^{-3} = (10^{-1})^{-3} = \dots$$

$$10^{(-1) \times (-3)} = 10^3$$

تأكد من فهمك

بسط وأكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة:

الاسئلة 1-8 مشابهة للمثال 2

$$1 \quad 2^4 \times 2^2 = \dots$$

$$2^4 \times 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$$

عند ضرب القوى لنفس الاساس

$$2 \quad 9^0 \times 9^{-5} = \dots$$

$$9^0 \times 9^{-5} = 9^{0+(-5)} = 9^{-5}$$

تكتب الاساس نفسه وتجمع الاسس

$$3 \quad 7^{-3} \times 7^{-5} = \dots$$

$$7^{-3+(-5)} = 7^{-8}$$

$$4 \quad 16 \times 2^{-8} = \dots$$

$$2^{4+(-8)} = 2^{-4}$$

$$5 \quad 13^{-4} \times (-13)^3 \times 13^6 = \dots$$

$$-13^{-4+3+6} = -13^5$$

$$6 \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \dots$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2+5-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3^{-2}$$

$$7 \quad 32 \times 3^4 \times 24 = \dots$$

نحلل العدد 32, 24 الى العوامل الاولية
ونكتبها بالصيغة الاسية

$$= 2^5 \times 3^4 \times 2^3 \times 4^1$$

$$= 2^{5+3} \times 3^{4+1} = 2^8 \times 3^5$$

$$8 \quad 9^{-6} \times \left(\frac{1}{9}\right)^7 = \dots$$

$$= (3^2)^{-6} \times \left(\frac{1}{3^2}\right)^7$$

$$= (3^2)^{-6} \times (3^{-2})^7$$

$$= 3^{-12} \times 3^{-14}$$

$$= 3^{-12+(-14)} = 3^{-26}$$

بسط وأكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة:

$$9 \quad \frac{5^3}{5^7} = \dots \rightarrow 5^{3-7} = 5^{-4}$$

$$\begin{aligned} 27 \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^7 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} &= \dots\dots\dots \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)^{-3+7+(-2)} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \\ &= (5^{-1})^2 = 5^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28 \quad (18)^{-4} \times (-2)^3 \times (-3)^2 &= \dots\dots\dots \\ &= (2 \times 3^2)^{-4} \times (-2^3) \times 3^2 \\ &= 2^{-4} \times 3^{-8} \times (-2^3) \times 3^2 \\ &= 2^{-4+3} \times 3^{-8+2} = -2^{-1} \times 3^{-6} \end{aligned}$$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

$$\begin{aligned} 29 \quad \frac{7^{-2}}{7^7} &= \dots\dots\dots \\ &= 7^{-2-7} = 7^{-9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30 \quad \frac{6^{-4}}{6^{-3}} &= \dots\dots\dots \\ &= 6^{-4-(-3)} = 6^{-4+3} = 6^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 31 \quad \frac{5^{-5}}{125} &= \dots\dots\dots \\ &= \frac{5^{-5}}{5^3} = 5^{-5-3} = 5^{-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32 \quad \frac{48 \times 3^{-4}}{3^3 \times 3} &= \dots\dots\dots \\ &= \frac{(3 \times 2^4) \times 3^{-4}}{3^3 \times 2} \\ &= \frac{3 \times 2^4 \times 3^{-4}}{3^3 \times 2} \\ &= 3^{1+(-4)-3} \times 2^{4-1} = 3^{-6} \times 2^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 33 \quad \frac{\left(\frac{1}{49}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{49}\right)^6} &= \dots\dots\dots \\ &= \left(\frac{1}{49}\right)^{-3-6} = \left(\frac{1}{49}\right)^{-9} \\ &= \left(\frac{1}{7^2}\right)^{-9} = (7^{-2})^{-9} = 7^{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 \quad (3^2)^{-2} &= \dots\dots\dots \\ &= 3^{2 \times (-2)} = 3^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 \quad \frac{(-1)^3 \times 1^8}{(-1^4)^6} &= \dots\dots\dots \\ &= \frac{-1 \times 1}{(-1^4)^6} = \frac{1}{(-1)^6} = \frac{-1}{1} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 \quad \frac{(-3)^2 \times 3^5}{(-3^3)^{-1}} &= \dots\dots\dots \\ &= \frac{3^2 \times 3^5}{-3^{3 \times (-1)}} = \frac{3^{2+5}}{-3^{-3}} \\ &= -3^{7-(-3)} = -3^{7+3} = -3^{10} \end{aligned}$$

تدرب وحل التمرينات

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

$$\begin{aligned} 21 \quad 6^{-7} \times 6^3 &= \dots\dots\dots \\ &= 6^{-7+3} = 6^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22 \quad 7^{-1} \times 7^{-4} &= \dots\dots\dots \\ &= 7^{-1+(-4)} \times 7^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 \quad \frac{(-1)^{-5} \times 1^{-2}}{(-1)^5} &= \dots\dots\dots \\ &= \frac{1}{(-1)^5} \times 1 = \frac{1}{-1} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 \quad 27 \times 3^{-6} &= 3^3 \times 3^{-6} \\ &= 3^{3+(-6)} = 3^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 \quad 8^{-7} \times \left(\frac{1}{8}\right)^7 &= \dots\dots\dots \\ &= (2^3)^{-7} \times \left(\frac{1}{2^3}\right)^7 \\ &= 2^{3 \times (-7)} \times 2^{-3 \times 7} \\ &= 2^{-21} \times 2^{-21} = 2^{-42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26 \quad 12 \times 2^3 \times 6^{-2} &= \dots\dots\dots \\ &= (2^2 \times 3) \times 2^3 \times (2 \times 3)^{-2} \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 2^3 \times 2^{-2} \times 3^{-2} \\ &= 2^{2+3+(-2)} \times 3^{1+(-2)} \\ &= 2^3 \times 3^{-1} \end{aligned}$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

40 الفهد: يعد الفهد الصياد الذي يعيش في قارتي آسيا وأفريقيا من الحيوانات الشدية المعرضة للانقراض والتي تنتمي الى عائلة اسنوريات او القططيات وهو أسرع الحيوانات الارضية على الاطلاق، اذ تصل سرعته القصوى الى $\frac{21}{10^{-3}}$ m/min .
أكتب عدد الامتار التي يقطعها الفهد خلال 2^3 min .

الحل

$$\begin{aligned} \frac{2}{10^{-3}} &= 2 \times 10^3 \text{ m/min} \text{ يقطع في الدقيقة الواحدة} \\ \therefore 2^3 \times (2 \times 10^3) &= 2^{3+1} \times 10^3 \\ &= 2^4 \times 10^3 = 16 \times 1000 \\ &= 16000 \text{ عدد الامتار} \end{aligned}$$

41 انتاج: أنتج العراق $\left(\frac{3}{10^{-2}}\right)^3$ برميلا من النفط خلال 9 أشهر في إحدى السنوات

أكتب أنتاج العراق من النفط بالصورة الرقمية.

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{10^{-2}}\right)^3 &= (3 \times 10^2)^3 \\ &= 3^3 \times 10^6 \\ &= 27 \times 1000000 \\ &= 27000000 \text{ انتاج العراق برميلا} \end{aligned}$$

42 مكعب روبك: مكعب روبك هو لغز يتمثل في مكعب ثلاثي الابعاد يتكون من 6 أوجه وكل وجه يحمل 3^2 ملصقات اللون نفسه ويحمل أوجه مكعب روبك على الالوان الرئيسية وهي الاحمر والابيض والاخضر والازرق والبرتقالي والاصفر. مخترع مكعب روبك هو النحات المجري إرنوروبيك. أكتب عدد الملصقات في 6 مكعبات على صورة اعداد ذات قوة واحدة.

$$\begin{aligned} &\text{عدد الملصقات في كل مكعب } 6 \times 3^2 \\ &\text{عدد الملصقات في 6 مكعبات } 6 \times (6 \times 3^2) = 6^2 \times 3^2 \\ &= (2 \times 3)^2 \times 3^2 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ &= 2^2 \times 3^4 \text{ عدد الملصقات} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 34 \quad & \frac{(-9)^5 \times 9^{-5} \times (-9)^0}{9} = \text{-----} \\ &= \frac{-9^5 \times 9^{-5} \times 1}{9} \\ &= -9^{5+(-5)-1} = -9^{-1} \end{aligned}$$

$$35 \quad (3^4)^{-3} = \text{-----}$$

$$(3^4)^{-3} = 3^{-12}$$

$$36 \quad (6^{-2})^{-5} = \text{-----}$$

$$= (6^{-2})^{-5} = 6^{-2 \times (-5)} = 6^{10}$$

$$37 \quad (10^9 \times 10^{-1})^{-4} = \text{-----}$$

$$= (10^{9+(-1)})^{-4} = (10^8)^{-4} = 10^{-32}$$

$$38 \quad \frac{(-2)^2 \times 2^6 \times (-4)^5}{2^{-4} \times (-2^5)^3} = \text{-----}$$

$$= \frac{2^2 \times 2^6 \times (-2^2)^5}{2^{-4} \times (-2^{15})}$$

$$= \frac{-2^2 \times 2^6 \times 2^{10}}{-2^{-4} \times 2^{15}}$$

$$= \frac{2^{2+6+10}}{2^{-4+15}} = \frac{2^{18}}{2^{11}}$$

$$= 2^{18-11} = 2^7$$

$$39 \quad \frac{(-27)^3 \times 3^{-2} \times (-9)^{-2}}{3^{-5} \times (-3^2)^7} = \text{-----}$$

$$= \frac{(-3^3)^3 \times 3^{-2} \times (-3)^{-2}}{3^{-5} \times 3^{14}}$$

$$= \frac{-3^9 \times 3^{-2} \times 3^{-4}}{-3^{-5} \times 3^{14}}$$

$$= \frac{3^{9+(-2)+(-4)}}{-3^{-5+14}} = \frac{3^3}{3^9}$$

$$= 3^{3-9} = 3^{-6}$$

فكر

43 **تحد:** بسط وأكتب الناتج بوصفته قوة واحدة

$$i) \frac{(-10)^5 \times 10^{-4} \times -10^{-2}}{10^{-7} \times (10^{-6})^2} = \dots\dots\dots$$

$$= \frac{-10^5 \times 10^{-4} \times -10^{-2}}{10^{-7} \times 10^{-12}}$$

$$= \frac{10^{5-4-2}}{10^{-7-12}} = \frac{10^{-1}}{10^{-19}}$$

$$= 10^{-1+19} = 10^{18}$$

$$ii) \sqrt[3]{\frac{1}{64} \times 2^4 \times (-4)^7} = \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{8} \times 2^4 \times (-2^2)^7$$

$$= \frac{1}{2^3} \times 2^4 \times -2^{14}$$

$$= -2^{-3} \times 2^4 \times 2^{14}$$

$$= -2^{-3+4+14} = -2^{15}$$

44 **أصح الخطأ:** بسط جميل المقدار التالي

وكتب الناتج كما يلي:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-7} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{27}\right)^{-1} = 3^{-14}$$

حدد خطأ جمال وصححه

$$\text{الطرف الايسر} = \left(\frac{1}{3^2}\right)^{-7} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3^3}\right)^{-1}$$

حلل العددين 9, 27 الى العوامل الاولية

وتكتب بالصيغة الاسية

$$= (3^{-2})^{-7} \times (3^{-1})^5 \times (3^{-3})^{-1}$$

$$= 3^{14} \times 3^{-5} \times 3^3$$

$$= 3^{14+(-5)+3} = 3^{12} \quad \text{الجواب الصحيح}$$

45 **حس عددي:** هل ان العدد $\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2}$ يقعبين العددين 3^{-2} , 3^{-1} ؟ وضح اجابتك

نبسط المقدار الى ابسط صورة بصيغته الاسية

$$\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2} = \frac{2^4 \times 2^{-6}}{2^{0+1}}$$

$$= \frac{2^{4-6}}{2^1} = 2^{-2-1} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}, \quad 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

∴ العدد $\frac{1}{8}$ يقع بين العددين 3^{-2} , 3^{-1} .**أكتب** / الناتج على صورة كسر اعتيادي

$$(36)^{-5} \times (-2)^8 \times (-3)^8 = \dots\dots\dots$$

$$= (3^2 \times 2^2)^{-5} \times 2^8 \times 3^8$$

$$= 3^{10} \times 2^{-10} \times 2^8 \times 3^8$$

$$= 3^{-10+8} \times 2^{-10+8}$$

$$= 3^{-2} \times 2^{-2}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{36}$$

الدرس الرابع

الكسور العشرية الدورية والصورة العلمية

للعدد (استعمال الحاسبة)

فكرة الدرس:

∗ استعمال الحاسبة في تبسيط جملة عددية تحتوي على:

كسور عشرية دورية وصورة علمية للعدد

∗ المفردات التي نستعملها: حاسبة وكسر عشري دوري.

لنأخذ المثال التالي ويحل بعد شرح الموضوع

تعلم:

الزرافة من الحيوانات الثديية، التي تتغذى على الاعشاب واوراق الاشجار والفواكه والخضراوات وتعد الزرافة أطول الحيوانات على الاطلاق، الزرافة تشرب الماء مرتين في الاسبوع، فإذا شربت إحدى الزرافات $\frac{15}{2}$ لتر في المرة الاولى وفي المرة الثانية $\frac{17}{3}$ لتر أكتب عدد ألتار الماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بصورة كسر عشري.

1-4 تبسيط جملة عددية

تحتوي على كسور عشرية دورية بأستعمال الحاسبة :

تعلمنا سابقا كيفية تبسيط جملة عددية بأستعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية والآن سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على كسور عشرية دورية (استعمال الحاسبة) وكالاتي:

اذا كانت الجملة العددية مكتوبة على صورة كسور اعتيادية فقط فيمكن اجراء العمليات كما تعلمنا سابقا ثم كتابة الناتج على شكل كسر عشري منته أو دوري مثال ذلك:

$$\frac{10}{3} + \frac{2}{5} = \frac{50+6}{15} = \frac{56}{15}$$

$$= 3.7333 \dots = 3.7\bar{3}$$

لاحظ عزيزي الطالب عند القسمة بالنهاية يبقى العدد 3 مكرر مهما طولت بالقسمة لذلك نكتب العدد المكرر مرة واحدة ونضع فوقه خط مثل ما سبق وهذا الكسر يسمى كسر دوري.

اما اذا كانت الجملة مكتوبة على صورة كسور اعتيادية عشرية دورية فسوف تترك الى المراحل اللاحقة. والان نعود للمثال السابق

مثال (1) أكتب ألتار الماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بالصورة العشرية.

$$\frac{15}{2} + \frac{17}{3} = \frac{15 \times 3 + 17 \times 2}{6} = \frac{45+34}{6} = \frac{79}{6} = 13.1666 \dots$$

$$= 13.1\bar{6}$$

عدد الالتر = 13.16

مثال (2) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح على صورة كسر عشري:

$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{8}{5} + \frac{13}{6} &= \text{اجمع الكسور الاعتيادية وبسط الناتج} \\ &= \frac{48+65}{30} = \frac{113}{30} \\ &= 3.7666 \dots \end{aligned}$$

اكتب الناتج على شكل كسر عشري دوري

$$= 3.7\bar{6}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \frac{9}{2} + \frac{21}{8} - \frac{5}{12} &= \frac{36+21}{8} - \frac{5}{12} \\ &= \frac{57}{8} - \frac{5}{12} \\ &= \frac{171-10}{24} = \frac{161}{24} \\ &= 6.708333 \dots \\ &= 6.708\bar{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \frac{6}{13} - \frac{11}{3} - \frac{10}{6} &= \frac{36-286-130}{78} \\ &= \frac{-380}{78} = -4.8717948717948 \dots \\ &= -4.87179\bar{4} \end{aligned}$$

كل عدد في الجزء العشري الذي يتكرر عدد من المرات يكتب عدد واحد ونضع فوقه خط

مثال (3) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{5}{3} \times \frac{12}{15} &= \frac{5 \times 12}{3 \times 15} \\ &= \frac{4}{3} = 1.333 \dots \\ &= 1.\bar{3} \end{aligned}$$

العدد 3 يتكرر

$$\begin{aligned} \text{ii) } \frac{8}{9} \div \frac{48}{-45} &= \frac{8}{9} \times \frac{-45}{48} \\ &= \frac{8 \times -45}{9 \times 48} = \frac{-5}{6} \\ &= -0.8333 \dots = -0.8\bar{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \frac{6}{5} \times \frac{13}{12} \div \frac{39}{4} &= \\ \left(\frac{6}{5} \times \frac{13}{12} \right) \div \frac{39}{4} &= \frac{13}{10} \times \frac{14}{39} = \\ &= 0.1333 \dots = 0.1\bar{3} \end{aligned}$$

ملاحظة/ اذا حركت الفارزة الى اليسار يضاف على أس 10 عدد مراتب الحركة واذا حركت الفارزة الى اليمين يطرح من أس 10 عدد مراتب الحركة.

$$\text{iii) } (12.5 \times 10^{-3})(9.08 \times 10^7) = \\ = (12.5 \times 9.08)(10^{-3} \times 10^7) \\ = 113.5 \times 10^4 \text{ حرك الفارزة مرتبتين الى اليسار} \\ = 1.135 \times 10^6 \text{ نضيف 2 الى أس 10}$$

$$\text{iv) } \frac{7.29 \times 10^6}{0.09 \times 10^4} = \\ = (7.29 \div 0.09)(10^6 \times 10^{-4}) \\ = 81 \times 10^2 \text{ نقسم الكسور العشرية مضروبة} \\ = 8.1 \times 10^3 \text{ قسمة قوى العشرة في حاصل} \\ \text{وحركة الفارزة مرتبة الى اليسار}$$

$$\text{v) } \frac{2.25 \times 10^{-7}}{0.005 \times 10^{-2}} = \\ = (2.25 \div 0.005)(10^{-7} \times 10^{-2}) \\ = 450 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-3}$$

خلاصة حل المثالين / سواء كان ضرب أو قسمته. اول خطوة ان نحصر الضرب او القسمة بين قوسين ثم قوى العشرة ثم نجد ناتج كل قوس والكسر العشري نحرك فارزته الى اليسار او اليمين بحيث يبقى من العدد عدد صحيح واحد وبقيت الاعداد هي الجزء العشري للعدد وتضيف وتطرح من أس 10 حسب حركة الفارزة وكما وضحت سابقا.

تأكد من فهمك:

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح

على صورة كسر عشري:

الاسئلة 1-4 مشابهة للمثال 2

$$\text{1) } \frac{2}{3} - \frac{5}{8} = \frac{16 - 15}{24} = \frac{1}{24} \\ = 0.041666... = 0.0416$$

$$\text{2) } \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \\ = \frac{2 + 5}{6} = \frac{7}{6} \\ = 1.1666... = 1.16$$

$$\text{iv) } \frac{17}{6} \div \frac{34}{42} \times \frac{-7}{6} = \\ = \left(\frac{17}{6} \div \frac{34}{42} \right) \times \frac{-7}{6} \\ = \left(\frac{17}{6} \times \frac{42}{34} \right) \times \frac{-7}{6} \\ = \frac{7}{2} \times \frac{-7}{6} = \frac{-49}{12} \\ = -4.08333... = -4.083$$

4 - 2 تبسيط جملة عددية

تحتوي على اعداد بالصورة العلمية

بأستعمال الحاسبة

تعلمت سابقا كيفية كتابة العدد بالصورة العلمية من الصورة القياسية (الرقمية) وبالعكس والان سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على ضرب وقسمة اعداد بالصورة العلمية (استعمال الحاسبة) وكالاتي:

- 1) اجري العمليات على الكسور العشرية أولا وحسب الترتيب (استعمال الحاسبة).
- 2) جد ناتج قوى العشرة.
- 3) حرك الفارزة بما يتطلبه الناتج.

مثال (4) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

$$\text{i) } (3.1 \times 10^4)(6.7 \times 10^{-3}) =$$

$$\text{احصر بين الاقواس ذات الاولوية} \\ = (3.1 \times 6.7)(10^4 \times 10^{-3}) \\ \text{وجد ناتج الضرب للكسور العشرية} \\ = 23.56 \times 10^1 = 2.356 \times 10^2 \\ \text{وناتج قوى العشرة ونحرك الفارزة الى اليسار مرتبة واحدة فنضيف على أس 10 العدد (1) (مقدار الحركة).}$$

$$\text{ii) } (1.05 \times 10^{-5})(0.9 \times 10^{-4})$$

$$= (1.05 \times 0.9)(10^{-5} \times 10^{-4}) \\ = 0.945 \times 10^{-9} \text{ حرك الفارزة مرتبة واحدة} \\ = 9.45 \times 10^{-10} \text{ الى اليمين} \\ \text{نطرح (1) من أس (10)}$$

$$9 \quad (2.7 \times 10^3)(6.6 \times 10^{-7}) = \text{-----}$$

نحصر الضرب بين قوسين للكسور العشرية وكذلك القوى القوى العشرة ونجد الناتج

$$= (2.7 \times 6.6)(10^3 \times 10^{-7})$$

$$= 17.82 \times 10^{-4}$$

نحرك الفارزة نحو اليسار مرتبة واحدة

$$= 1.782 \times 10^{-3}$$

$$10 \quad (5.08 \times 10^{-6})(0.8 \times 10^{-3}) = \text{-----}$$

$$= (5.08 \times 10)(10^{-6} \times 10^{-3})$$

$$= 4.064 \times 10^{-9}$$

في هذا المثال لا نحرك الفارزة

لان لدينا عدد صحيح مرتبة واحدة

$$11 \quad \frac{6.25 \times 10^8}{0.5 \times 10^3} = \text{-----}$$

$$= (6.25 \div 0.5)(10^8 \times 10^{-3})$$

نحصر القسمة للكسور العشرية بين قوسين

$$= 12.5 \times 10^5$$

ترك الفارزة لليساار ومرتبة واحدة

$$= 1.25 \times 10^6$$

$$12 \quad \frac{1.69 \times 10^{-6}}{0.13 \times 10^{-2}} = \text{-----}$$

$$= (1.69 \div 0.13)(10^{-6} \times 10^2)$$

$$= 1.3 \times 10^{-4} = 13 \times 10^{-3}$$

تدرب وحل التمرينات

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح

على صورة كسر عشري:

$$13 \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9}$$

$$= 0.5555... = 0.5$$

$$14 \quad \frac{1}{4} - \frac{5}{2} = \frac{1-10}{4} = \frac{-9}{4} = -2.25$$

$$3 \quad \frac{7}{2} + \frac{9}{4} - \frac{13}{12} = \frac{42+27-13}{12} = \frac{56}{12}$$

$$= 4.666... = 4.6$$

$$4 \quad \frac{21}{5} - \frac{17}{10} - \frac{3}{11} = \frac{462-187-30}{110} = \frac{245}{110}$$

$$= 2.2272727... = 2.227$$

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة

على صورة كسر عشري

الاسئلة 8-5 مشابهة للمثال 3

$$5 \quad \frac{4}{7} \times \frac{21}{12} = \frac{2 \times 21}{7 \times 12} = 1 = 1.0$$

$$6 \quad \frac{6}{11} \div \frac{4}{-22} = \frac{6}{11} \times \frac{-22}{4} = \frac{6 \times -22}{11 \times 4} = -3 = -3.0$$

$$7 \quad \frac{15}{9} \times \frac{36}{75} \div \frac{12}{35} = \frac{15}{9} \times \frac{36}{75} \times \frac{35}{12} = \frac{7}{3} = 2.333... = 2.3$$

$$8 \quad \frac{13}{5} \div \frac{39}{15} \times \frac{-11}{9} = \frac{13}{5} \times \frac{15}{39} \times \frac{-11}{9} = \frac{-2145}{1755} = -1.2222... = -1.2$$

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة

بالصورة العلمية للعدد:

الاسئلة 12-9 مشابهة للمثال 4

$$\begin{aligned} 22 \quad & (0.02 \times 10^{-5})(0.4 \times 10^3) \\ & = (0.02 \times 0.4)(10^{-5} \times 10^3) \\ & = 0.008 \times 10^{-2} \text{ نحصر ضرب الكسور} \\ & = 8 \times 10^{-5} \text{ العشرية بين قوسين} \\ & \text{وقوى } 10 \text{ بين قوسين} \\ & \text{(حرك الفارزة ثلاث مراتب الى اليمين واضرح)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 \quad & \frac{2.256 \times 10^{-2}}{0.16 \times 10^4} \\ & = (2.256 \div 0.16)(10^{-2} \times 10^{-4}) \\ & = 14.1 \times 10^{-6} \text{ حرك الفارزة مرتبة} \\ & = 1.41 \times 10^{-5} \text{ الى اليسار ثم اكمل} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 \quad & \frac{2.25 \times 10^5}{0.25 \times 10^3} \\ & = (2.25 \div 0.25)(10^5 \times 10^{-3}) \\ & = 9 \times 10^2 \end{aligned}$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

25 **هوت:** الحوت هو أضخم الحيوانات الحية على الاطلاق بما فيها البرية والبحرية وهو من الحيوانات الثديية. وضعت أنثى الحوت أربعة عجول طول اثنين منهما نسبة لطول الحوت الام هو $\frac{4}{15}$ و $\frac{1}{5}$ اكتب طولي الحوتين بكسر عشري.

$$\begin{aligned} \frac{4}{15} + \frac{1}{5} &= \frac{4+3}{15} = \frac{7}{15} \\ &= 0.4666\text{-----} = 0.46\text{m} \end{aligned}$$

26 **سلطة خضار:** عملت سارة صحن سلطتها خضارواضافت اليه 4 حبات فراوله وزن كل واحدة 1.5×10^{-2} kg و 12 حبة زيتون وزن الواحدة 0.06×10^{-1} kg اكتب الوزن الكلي المضاف الى السلطمة بالصورة العلمية.

$$\begin{aligned} & (4 \times 1.5 \times 10^{-2}) + (12 \times 0.06 \times 10^{-1}) = \\ & = (6 \times 10^{-2}) + (0.72 \times 10^{-1}) \\ & = \frac{6}{10^2} + \frac{0.72}{10} = \frac{6}{100} + \frac{72}{100} \\ & = \frac{60 + 72}{100} = \frac{132}{100} \\ & = 1.32 \times 10^{-1} \text{ kg الوزن الكلي} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15 \quad & \frac{2}{9} + \frac{1}{6} - \frac{7}{6} \\ & = \frac{12 + 9 - 63}{54} = \frac{-60}{54} \\ & = -1.1111\text{----} = 1.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16 \quad & \frac{8}{3} - \frac{5}{4} - \frac{7}{8} \\ & = \frac{64 - 30 - 21}{24} = \frac{13}{24} \\ & = 0.541666\text{----} = 0.5416 \end{aligned}$$

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

$$\begin{aligned} 17 \quad & \frac{1}{8} \times \frac{56}{3} = \frac{1 \times 56}{8 \times 3} \\ & = 2.3333\text{.....} = 2.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 \quad & \frac{-2}{7} \div \frac{16}{-49} = \frac{-2}{7} \times \frac{-49}{16} \\ & = \frac{+2 \times 49}{7 \times 16} = \frac{7}{8} \\ & = 0.875 \text{ سالب} \times \text{سالب} = \text{موجب} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 \quad & \frac{24}{25} \times \frac{5}{4} \div \frac{18}{35} \\ & = \left(\frac{24}{25} \times \frac{5}{4} \right) \times \frac{35}{18} = \frac{7}{3} \\ & = 2.333\text{...} = 2.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 \quad & \frac{17}{2} \div \frac{51}{-8} \times \frac{9}{22} = \left(\frac{17}{2} \div \frac{51}{-8} \right) \times \frac{9}{22} \\ & = \frac{17}{2} \times \frac{-8}{51} \times \frac{9}{22} = \frac{-12}{22} \end{aligned}$$

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

$$\begin{aligned} 21 \quad & (1.3 \times 10^{-4})(9.1 \times 10^{-6}) = \\ & = (1.3 \times 9.1)(10^{-4} \times 10^{-6}) \\ & = 11.83 \times 10^{-10} \\ & = 1.183 \times 10^{-9} \text{ حرك الفارزة مرتبة لليسار} \end{aligned}$$

$$= (6.7 \times 2.8)(10^3 \times 10^{-7})$$

$$= 18.76 \times 10^{-4} \quad \text{الجواب الصحيح}$$

$$= 1.876 \times 10^{-3} \quad \text{يعني الخطأ في أس 10 وحركة الفارزة}$$

$$\frac{23.5 \times 10^{-3}}{2.35 \times 10^{-2}} \quad \text{هل ان العدد عددي: هل ان العدد}$$

يقع بين العددين 0,2؛ وضح الاجابة

$$\frac{23.5 \times 10^{-3}}{2.35 \times 10^{-2}}$$

$$= (23.5 \div 2.35)(10^{-3} \times 10^2)$$

$$= 10 \times 10^{-1} = 10^0 = 1$$

∴ العدد يقع بين العددين 0,2.

النتائج على صورة كسر عشري:

أكتب

$$\frac{9}{4} \div \frac{63}{-12} \times \frac{-2}{3} = \dots\dots\dots$$

$$= \left(\frac{9}{4} \times \frac{-12}{63} \right) \times \frac{-2}{3}$$

$$= \frac{2}{7} = 0.2857142857\dots$$

$$= 0.285714$$

الدرس الخامس /

تبسيط الحمل العددية الكسرية

فكرة الدرس:

- تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى وصورة علمية للعدد.
- المفردات التي نستعملها: جذر، مربع كامل.
- اليك المثال التالي ليوضح فكرة الدرس

تعلم:

على احدى رحلات شركة الخطوط الجوية العراقية من بغداد الى أسطنبول باعت الشركة تذكرة الدرجة الاولى بسعر 5.5×10^5 دينار والدرجة السياحية بمبلغ 46.5×10^4 دينار. اذا كانت الطائرة تتسع 168 كرسيًا، 12 منها للدرجة الاولى والباقي للدرجة السياحية، ما المبلغ الذي تجنيه الشركة اذا بيعت كل التذاكر؟

27 تعليم: كانت نسبة النجاح النهائية للدورين الاول والثاني في إحدى المدارس الثانوية $\frac{19}{20}$ ما نسبة النجاح في الدور الثاني اذا كانت نسبة النجاح في الدور الاول هو $\frac{19}{20}$ ؟

اكتب العدد بصورة كسر.

$$\frac{19}{20} - \frac{19}{25} = \frac{5 \times 19 - 4 \times 19}{100}$$

$$= \frac{95 - 76}{100} = \frac{19}{100}$$

نسبة النجاح في الدور الثاني 1.9×10^{-1}

فكر

28 تحد: أستعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسر عشري:

i) $\frac{3}{7} \times \frac{35}{6} + \frac{10}{13} \times \frac{26}{-6} =$

$$\frac{5}{2} + \frac{10}{-3} = \frac{5}{2} - \frac{10}{3}$$

$$= \frac{15 - 20}{6} = \frac{-5}{6}$$

$$= -0.8333\dots = -0.8\bar{3}$$

ii) $\frac{5}{22} \div \frac{20}{33} - \frac{7}{13} \div \frac{42}{26}$

$$= \left(\frac{5}{22} \times \frac{33}{20} \right) - \left(\frac{7}{13} \times \frac{26}{42} \right)$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{1}{3} = \frac{9 - 8}{24}$$

$$= \frac{1}{24} = 0.041\bar{6}$$

العدد 6 مكرر عند القسمة نكتب 6 واحدة ونضع - فوق العدد 6.

29 أصح الخطأ: استعملت خلود الحاسبة وكتبت ناتج المقدار كما يلي:

$$(6.7 \times 10^3)(2.8 \times 10^{-7}) = 1.876 \times 10^{-4}$$

حدد خطأ خلود وصححه

$$= (6.7 \times 10^3)(2.8 \times 10^{-7}) = \text{الطرف الايسر}$$

1 - 5 تبسيط جملة عددية

❖ تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على قوى

وصورة علمية للعدد :

تعلمنا سابقا كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على ضرب وقسمة فقط لأعداد بالصورة العلمية والآن سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على جمع وطرح فضلا عن الضرب والقسمة لأعداد بالصورة العلمية ولايجاد ناتج جمع او طرح حدين يحتويان على صورة علمية للعدد نتبع احدي الطريقتين:

الطريقة الاولى/ مساواة قوى العشرة للحدين واخراجها بوصفها عاملا مشتركا ثم اجراء عملية الجمع او الطرح للكسرين العشريين بعد حصرهما بين قوسين وكتابة ناتجهما مضروبا في قوى العشرة، ثم تعديل قوى العشرة بما يتطلبه كتابة العدد بالصورة العلمية.

الطريقة الثانية/ كتابة كل عدد بالصورة الرقمية من الصورة العلمية له، ثم اجراء عملية الجمع او الطرح وبعدها ارجاع العدد الى الصورة العلمية او بحسب ما يتطلبه السؤال.

مثال (1) جد المبلغ الذي تجنيه الشركة اذا باعت التذاكر جميعها

الطريقة الاولى/ مساواة قوى العشرة للحدين

$$\text{سر تذكرة الدرجة السياحية} = 46.5 \times 10^4 = 4.65 \times 10^5$$

$$\text{سر تذاكر الدرجة} = 12 \times 5.5 \times 10^5 = 66 \times 10^5$$

الاولى

$$168 - 12 = 156 \quad \text{الدرجة السياحية كرسيا}$$

$$165 \times 4.65 \times 10^5 = 725.4 \times 10^5$$

سر تذاكر الدرجة السياحية

$$66 \times 10^5 + 725.4 \times 10^5$$

$$= (66 + 725.4) \times 10^5$$

اخراج 10^5 عامل مشترك

$$791.4 \times 10^5 = 7.914 \times 10^7 \quad \text{المبلغ الكلي بالدينار}$$

الطريقة الثانية/ سر تذاكر الدرجة الاولى

$$12 \times 5.5 \times 10^5 = 66 \times 10^5 = 6600000$$

$$156 \times 46.5 \times 10^5 = 725.4 \times 10^5$$

$$= 72540000$$

سر تذاكر الدرجة السياحية

$$6600000 + 72540000$$

$$= 79140000 = 7.914 \times 10^7$$

المبلغ الكلي بالدينار

ملاحظة/

يمكنك استعمال الحاسبة في اجراء العمليات على الكسور العشرية.

مثال (2) بسط الجمل العددية الكسرية المتتالية واكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد.

$$\text{i) } 4.1 \times 10^{-5} + 0.61 \times 10^{-4} \\ = (4.1 \times 10^{-5}) + (6.1 \times 10^{-5})$$

اخراج 10^5 عامل مشترك

$$= (4.1 + 6.1) \times 10^{-5}$$

$$= 10.2 \times 10^{-5}$$

$$= 1.02 \times 10^{-4}$$

$$\text{ii) } 7.6 \times 10^{-4} - 0.23 \times 10^{-3} \\ = (7.6 \times 10^{-4}) - (2.3 \times 10^{-4})$$

اخراج 10^{-4} عامل مشترك

$$= (7.6 - 2.3) \times 10^{-4}$$

$$= 5.3 \times 10^{-4}$$

$$\text{iii) } 2.3 \times 10^{-2} + 0.176 \times 10^3 \\ = 0.023 + 176 = 176.023$$

$$= 1.76023 \times 10^2$$

هنا حولنا الأعداد الى كسور عشرية

بالضرب 10^{-2} و 10^3 ثم حولنا الناتج

الى العدد بالصورة العلمية :

$$\text{iv) } 300.1 \times 10^{-2} - 0.005 \times 10^4 \\ = 3.001 - 50 = -46.999$$

$$= -4.6999 \times 10^1$$

$$\text{v) } (6.3 \times 10^3)(8.2 \times 10^{-7}) \\ = (6.3 \times 8.2)(10^3 \times 10^{-7})$$

$$= 51.66 \times 10^{-4}$$

$$= 5.166 \times 10^{-3}$$

حرك الفارزة مرتبة الى اليسار

امثلة على تحرك الفارزة/

لكتابة العدد بالصورة العلمية

$$462.5 \times 10^{-3} \rightarrow 4.625 \times 10^{-1}$$

هنا تحرك الفارزة نحو اليسار بحيث تضعها قبل آخر رتبة.

وتضيف لاس 2 بعد حركة الفارزة



$$= \left(\frac{1}{23} \times \frac{23}{14} \right) - \frac{1}{28}$$

$$= \frac{1}{14} - \frac{1}{28} = \frac{2-1}{28} = \frac{1}{28}$$

$$\text{iii) } \frac{\sqrt[3]{-125}}{36} \times \frac{|-6|}{10} + \frac{9}{4} \div \frac{-18}{\sqrt[3]{-8}}$$

$$= \left(\frac{-5}{36} \times \frac{6}{10} \right) + \left(\frac{9}{4} \div \frac{-18}{-2} \right)$$

$$= \left(\frac{-5}{36} \times \frac{6}{10} \right) + \left(\frac{9}{4} \times \frac{2}{18} \right)$$

$$= \frac{-1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{-1+3}{12}$$

$$= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\text{iv) } \frac{1}{3^2} \times 3^4 \div (-3)^{-1} + 3^{-2}$$

$$= (3^{-2} \times 3^4) \div (-3^{-1}) + 3^{-2}$$

$$= 3^2 \div \frac{1}{-3} + \frac{1}{3^2}$$

$$= -3^2 \times 3 + \frac{1}{9}$$

$$= -3^3 + \frac{1}{9} = -27 + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{-243+1}{9} = \frac{-242}{9}$$

$$\text{v) } (-1)^{-2} - (-8)^0 + \frac{\sqrt{25}}{3^2} \div \frac{25}{-12} =$$

$$= 1 - 1 + \frac{5}{9} \div \frac{25}{-12}$$

$$= \frac{5}{9} \times \frac{-12}{25}$$

$$= \frac{5 \times 12}{9 \times 25} = \frac{-4}{15}$$

تأكد من فهمك:

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج

بالصورة العلمية:

$$0.00341 \times 10^{-5} \rightarrow 3.41 \times 10^{-8}$$

هنا تحرك الفارزة نحو اليمين بحيث تضعها بعد اول عدد غير الصفر وتحسب المراتب حيث حركت ثلاث مراتب لليمين وهنا تطرح من أس العدد (10) العدد (-3) يعني ليسار تضيف ولليمين تطرح.

5 - 2 تبسيط جملة عددية

تبسيط جملة عددية كسرية

تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى:

تعلمنا سابقاً كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد نسبية بأستعمال ترتيب العمليات والان سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى لاعداد وسوف نتبع الخطوات السابقة نفسها التي تعلمتها في تبسيط الجمل العددية وهي:

(1) تبسيط كل حد من الحدود بأبسط صورة وذلك بالتخلص من الجذور والقيم المطلقة للعدد وتبسيط القوى.

(2) استعمال ترتيب العمليات لتبسيط المقدم مع اعطاء الاولوية للعمليات داخل الأقواس.

مثال (3) بسط الجمل العددية الكسرية المتالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

$$\text{i) } \frac{4}{3} - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{-2}{\sqrt{16}}$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - \frac{-2}{4}$$

بأبسط صورة وحصر العمليات

$$= \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{3} \right) - \frac{-2}{4}$$

$$= \frac{4-5}{3} + \frac{2}{4}$$

$$= \frac{-1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{23} \left(\frac{|-15|}{7} - \frac{\sqrt[3]{-8}}{-4} \right) - \frac{1}{28} = \dots$$

ايجاد القيم المطلقة والجذور بأبسط صورة واجراء العمليات حسب الاولوية

$$= \frac{1}{23} \left(\frac{15}{7} - \frac{2^1}{4_2} \right) - \frac{1}{28}$$

$$= \left(\frac{1}{23} \times \frac{30-7}{14} \right) - \frac{1}{28}$$

$$8) (5.3 \times 10^4)(7.2 \times 10^{-9}) = \dots\dots$$

$$= (5.3 \times 7.2)(10^4 \times 10^{-9})$$

$$= 38.16 \times 10^{-5}$$

$$= 3.816 \times 10^{-4}$$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

$$9) \frac{2}{5} - \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{-8}} - \frac{3}{\sqrt{25}} = \dots\dots$$

نجد الجذر التربيعي والتكعيبي للجذور ثم نبسط

$$= \frac{2}{5} - \frac{6}{-2} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{1} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{2 + 15 - 3}{5} = \frac{14}{3}$$

$$10) \frac{1}{14} \left(\frac{|-11|}{2} - \frac{\sqrt[3]{-64}}{3} \right) - 4 = \dots\dots$$

نجد القيمة المطلقة والجذر التكعيبي

$$= \frac{1}{14} \left(\frac{11}{2} - \frac{-4}{3} \right) - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{14} \left(\frac{33 + 8}{6} \right) - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{14} \times \frac{41}{6} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{41 - 16}{64} = \frac{25}{64}$$

$$11) \frac{\sqrt[3]{-216}}{7} \times \frac{|-21|}{12} + \frac{-5}{16} = \dots\dots$$

$$= \frac{-6}{7} \times \frac{21}{12} - \frac{5}{16}$$

$$= \frac{-3}{2} - \frac{5}{16} = \frac{-24 - 5}{16} = \frac{-29}{16}$$

$$12) \frac{\sqrt[3]{-27}}{15} \div \frac{6}{|-5|} + \frac{-7}{\sqrt{144}} = \dots\dots$$

$$= \frac{-3}{15} \div \frac{6}{5} - \frac{7}{12}$$

$$= \frac{-3}{15} \times \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$$

$$= \frac{-1}{6} - \frac{7}{12} = \frac{-1-7}{12} = \frac{-9}{12}$$

$$1) 7.3 \times 10^4 + 3.6 \times 10^4 =$$

اخراج عامل مشترك 10^4

$$= (7.3 + 3.6) \times 10^4$$

$$= 10.9 \times 10^4$$

$$= 1.09 \times 10^5$$

حرك الفارزة مرتبة واحدة

$$2) 1.5 \times 10^{-3} - 5.42 \times 10^{-3} = \dots\dots$$

$$= (1.5 - 5.42) \times 10^{-3}$$

اخراج عامل مشترك 10^{-3}

$$= -3.92 \times 10^{-3}$$

$$3) 5.2 \times 10^3 + 0.61 \times 10^5 = \dots\dots$$

$$= 5.2 \times 10^3 + 61 \times 10^3$$

نساوي أس 10 بتحريك

$$= (5.2 + 61) \times 10^3$$

$$= 66.2 \times 10^3$$

$$= 6.62 \times 10^4$$

الفارزة مرتبتين الى اليمين

$$4) 2.4 \times 10^{-6} + 0.21 \times 10^{-4} = \dots\dots$$

$$= 2.4 \times 10^{-6} + 21 \times 10^{-6}$$

$$= (2.4 + 21) \times 10^{-6}$$

$$= 23.4 \times 10^{-6} = 2.34 \times 10^{-5}$$

$$5) 7.6 \times 10^{-5} - 0.23 \times 10^{-4} = \dots\dots$$

$$= 7.6 \times 10^{-5} - 2.3 \times 10^{-5}$$

$$= (7.6 - 2.3) \times 10^{-5}$$

$$= 5.3 \times 10^{-5}$$

$$6) 7.4 \times 10^{-2} + 0.176 \times 10^2 = \dots\dots$$

$$= 0.074 + 17.6$$

$$= 17.674 = 1.7674 \times 10^1$$

$$7) (9.9 \times 10^{-2})(81.8 \times 10^{-2}) = \dots\dots$$

احصر الكسور العشرية بين قوسين

$$= (9.9 \times 81.8)(10^2 \times 10^{-2})$$

بسطة حرك الفارزة مرتبتين

$$= 809.82 \times 10^0$$

الى اليسار



$$20 \quad 9.1 \times 10^{-4} + 0.53 \times 10^3 = \dots$$

في هذه الحالة نقسم على 10^4 ونضرب 10^3

$$= \frac{9.1}{10^4} + 0.53 \times 1000$$

$$= \frac{9.1}{10000} + 530$$

$$= 0.00091 + 530$$

$$= 530.00091$$

$$= 5.3000091 \times 10^2$$

$$21 \quad (8.2 \times 10^{-6}) (9.6 \times 10^2) = \dots$$

$$= (8.2 \times 9.6) (10^{-6} \times 10^2)$$

$$= 78.72 \times 10^{-4} = 7.872 \times 10^{-3}$$

$$22 \quad (7.7 \times 10^3) (2.7 \times 10^{-8}) = \dots$$

$$= (7.7 \times 2.7) (10^3 \times 10^{-8})$$

$$= 20.79 \times 10^{-5} = 2.079 \times 10^{-4}$$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج
بأبسط صورة.

$$23 \quad \frac{1}{7} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{-27}} - \frac{-6}{\sqrt{49}} = \dots$$

$$= \frac{1}{7} - \frac{8}{-3} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{8}{3} + \frac{6}{7}$$

$$= \frac{3 + 56 + 18}{21} = \frac{77}{21}$$

$$24 \quad \frac{-2}{17} \left(\frac{|-8|}{|-15|} - \frac{\sqrt[3]{-125}}{3} \right) + \frac{-2}{5} = \dots$$

$$= \frac{-2}{17} \left(\frac{8}{15} - \frac{-5}{3} \right) - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{-2}{17} \left(\frac{8 + 25}{15} \right) - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{-2}{17} \times \frac{33}{15} - \frac{2}{5} = \frac{-66}{255} - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{-66}{255} - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{-66 - 102}{255} = \frac{-168}{255}$$

$$13 \quad \frac{1}{5^{-2}} \times 5^{-4} \div (-5)^{-3} + 5^{-1} = \dots$$

$$= \frac{5^2}{5^4} \div \frac{1}{-5^3} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5^2} \times \frac{-5^3}{1} + \frac{1}{5}$$

$$= -5 + \frac{1}{5} = \frac{-25 + 1}{5} = \frac{-24}{5}$$

$$14 \quad (-1)^{-4} - (-9)^0 + \frac{\sqrt{49}}{2^3} \div \frac{7}{-12} = \dots$$

$$= 1 - 1 + \frac{7}{8} \times \frac{-12}{7} = \frac{-3}{2}$$

تدرب وحل التمرينات:

$$15 \quad 2.8 \times 10^5 + 1.2 \times 10^5 = \dots$$

نستخرج 10^5 عامل مشترك

$$= (2.8 + 1.2) \times 10^5 = 4 \times 10^5$$

$$16 \quad 3.1 \times 10^{-4} - 4.02 \times 10^{-4} = \dots$$

$$= (3.1 - 4.02) \times 10^{-4}$$

$$= 0.92 \times 10^{-4} = -9.2 \times 10^{-5}$$

$$17 \quad 6.4 \times 10^2 + 0.73 \times 10^4 = \dots$$

نساوي أس 10 ونخرجه عامل مشترك

$$= 6.4 \times 10^2 + 73 \times 10^2$$

$$= (6.4 + 73) \times 10^2$$

$$= 79.4 \times 10^2$$

حرك الفارزة

$$= 7.94 \times 10^3$$

مرتببة واحدة الى اليسار

$$18 \quad 7.2 \times 10^{-5} + 0.95 \times 10^{-3} = \dots$$

$$= 7.2 \times 10^{-5} + 95 \times 10^{-5}$$

$$= (7.2 + 95) \times 10^{-5}$$

نساوي أس 10 اخراج 10^{-5} عامل مشترك

$$= 102.2 \times 10^{-5} = 1.022 \times 10^{-3}$$

$$19 \quad 4.6 \times 10^{-3} - 0.56 \times 10^{-5} = \dots$$

$$= 4.6 \times 10^{-3} - 0.0056 \times 10^{-3}$$

$$= (4.6 - 0.0056) \times 10^{-3}$$

$$= 4.5944 \times 10^{-3}$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

29 طالب: تنمو الطحالب على سطوح البرك الراكدة والصخور التي على ساحل البركة اذا كانت كتلة الطحالب على الصخرة الاولى 2.6×10^4 والصخرة الثانية 1.7×10^5 ما مجموع كتلة الطحالب على الصخرتين؟

$$\begin{aligned} & 1.7 \times 10^5 + 2.6 \times 10^4 \\ & = 0.17 \times 10^{-4} + 2.6 \times 10^{-4} \quad \text{تساوي أس } 10 \\ & = (0.17 + 2.6) \times 10^{-4} \\ & \text{واخراج عامل مشترك } 10^{-4} \\ & = 2.77 \times 10^{-4} \quad \text{مجموع كتلة الطحالب} \end{aligned}$$

30 الضوء: تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في سنة واحدة 9.46×10^{12} km تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في 4.5×10^3 سنة

$$\begin{aligned} & (4.5 \times 10^3)(9.46 \times 10^{12}) \\ & = (4.9 \times 9.46)(10^3 \times 10^{12}) \\ & = 42.57 \times 10^5 \\ & = 4.257 \times 10^{16} \text{ km} \quad \text{المسافة} \end{aligned}$$

31 الذرة: البرتون من مكونات الذرة شحنة كهربائية موجبة تعادل تماما الشحنة التي يحملها الالكترون الا ان الالكترون شحنته سالبة وكتله البرتون تقريبا 1.67×10^{-27} وكتلة الالكترون تقريبا 9.11×10^{-31} ما الفرق بين كتلتيهما؟

$$\begin{aligned} & 1.67 \times 10^{-27} - 9.11 \times 10^{-31} \\ & = 167 \times 10^{-29} - 0.0911 \times 10^{-29} \\ & \text{نساوي أس } 10 \\ & = (167 - 0.0911) \times 10^{-29} \\ & = 166.9089 \times 10^{-29} \\ & \text{نحرك الفارزة مرتبتين الى اليسار} \\ & = 1.669089 \times 10^{-27} \quad \text{الفرق بين الكتلتين} \end{aligned}$$

فكر

32 تحذ: بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{25} \quad & \frac{\sqrt[3]{-27}}{4} \times \frac{|-8|}{9} + \frac{5}{14} \div \frac{-15}{\sqrt{49}} = \dots \\ & = \left(\frac{-3}{4} \times \frac{8}{9} \right) + \left(\frac{5}{14} \div \frac{-15}{7} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{-2}{3} + \left(\frac{5}{14} \times \frac{7}{-15} \right) \\ & = \frac{-2}{3} + \frac{-1}{6} = \frac{-4 - 1}{6} = \frac{-5}{6} \end{aligned}$$

$$\text{26} \quad \frac{\sqrt[3]{-8}}{6} \div \frac{6}{|-12|} - \frac{3}{20} \times \frac{-8}{\sqrt{81}} = \dots$$

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{-2}{6} \div \frac{5}{12} \right) - \left(\frac{3}{20} \times \frac{-8}{9} \right) \\ & = \left(\frac{-2}{6} \times \frac{12}{5} \right) + \left(\frac{3}{20} \times \frac{8}{9} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{-4}{5} + \frac{2}{15} = \frac{-12 + 2}{15} \\ & = \frac{-10}{15} = \frac{-2}{5} \end{aligned}$$

$$\text{27} \quad \frac{1}{7^{-3}} \times 7^{-5} - (-7)^{-2} + 7^{-1} = \dots$$

$$= \frac{7^3}{7^5} \div \frac{1}{(-7)^2} + \frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{1}{7^2} \div \frac{1}{7^2} \right) + \frac{1}{7} = 1 + \frac{1}{7} \\ & = \frac{7 + 1}{7} = \frac{8}{7} \end{aligned}$$

$$\text{28} \quad (-1)^{-5} - (-1)^0 + \frac{2^3}{6^2} \div \frac{-5}{18} = \dots$$

$$\begin{aligned} & = \frac{1}{(-1)^5} - 1 + \frac{8}{36} \times \frac{18}{-5} \\ & = -1 - 1 + \frac{4}{-5} = -2 - \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$= \frac{-10 - 4}{5} = \frac{-14}{5}$$



أكتب الناتج على صورة كسر عشري:

$$\begin{aligned} & (-1)^{-4} - (-5)^0 + \frac{5^{-4}}{5^{-3}} \div \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \dots \\ & = \frac{1}{(-1)^4} - 1 + 5^{-4+3} \div 1 \\ & = 1 - 1 + 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0.2 \end{aligned}$$

الدرس السادس /

خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

فكرة الدرس:

* استعمال تحديد معقولية الاجابة في حل المسألة..

واليك المثال التالي للتوضيح

اذا كان 25% من الرحلات السياحية في لبنان تضمن رحلات بحرية علما ان عدد الرحلات جميعها 580 رحلة، فهل تمثل 145 رحلة تقديرا معقولا ام 160 رحلة؟

أفهم:

ما المعطيات في المسألة :

عدد الرحلات 580 رحلة اما الرحلات البحرية تمثل 25% رحلة من مجموع الرحلات ما المطلوب في المسألة :

بما ان 25% اي $\frac{1}{4}$ هي رحلات بحرية فيمكن تقسيم عدد الرحلات 580 على 4 اقسام متساوية

الحل/

نقرب العدد الكلي للرحلات 580 الى اقرب عدد يقبل القسمة على 4 وهو 600

فان $600 = 150 \times \frac{1}{4}$ وان 145 قريب جدا من 150 اكثر من 600 لذا فان من المعقول ان يكون عدد الرحلات البحرية 145 رحلة.

تحقق

جد 25% من 580 وذلك بأن $\frac{1}{4} \times 580 = 145$ لذا التقدير هو 145 رحلة.

$$\begin{aligned} \text{i) } & \frac{\sqrt[3]{-27}}{3^{-2}} \times \frac{|-3^{-3}|}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-2^3}{\sqrt{25}} = \\ & = \frac{-3}{3^{-2}} \times \frac{3^{-3}}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-8}{5} = \\ & = -3 \times 3^2 \times \frac{3^{-4}}{3^3} - \frac{8}{5} \times \frac{5}{8} \\ & = -3^{-3} - (-1) = -\frac{1}{3} + 1 \\ & = -\frac{1}{27} + 1 = \frac{-1 + 27}{27} = \frac{26}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } & \frac{7}{6} \div \sqrt{\frac{49}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} \div \frac{15}{-3} = \dots \\ & = \frac{7}{16} \div \frac{7}{8} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-3}{15} \\ & = \frac{7}{16} \times \frac{8}{7} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-3}{15} = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

33 **أصح الخطأ:** استعملت سندس الحاسبة وكتبت ناتج المقدار بالصورة العلمية:

$$(5.4 \times 10^{-4})(3.6 \times 10^{-5}) = 19.44 \times 10^{-5}$$

حدد خطأ سندس وصححه

الجواب/ نأخذ الطرف الايسر

$$\begin{aligned} & (5.4 \times 10^{-4})(3.6 \times 10^{-5}) = \\ & = (5.4 \times 3.6)(10^{-4} \times 10^{-5}) \\ & = 19.44 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

الصح

خطأ سندس 19.44×10^{-5}

خطأها في أس 10 يجب جمع الاسس

$$\frac{3.2 \times 10^{-3}}{6.4 \times 10^{-4}} \quad \text{34} \quad \text{حسن عددي: هل ان العدد}$$

يقع في منتصف المسافة من 0 الى 10؟

وضع اجابتك

الحل/ نبسط المقدار

$$\frac{3.2 \times 10^{-3}}{6.4 \times 10^{-4}} = (3.2 \div 6.4)(10^{-3} \times 10^4)$$

∴ العدد يقع بين 0, 10 في منتصف المسافة

$$= 0.5 \times 10 = 5$$

$$16666.66 \times 6^2 = 16666.66 \times 36 = 60466.76$$

وبما ان $6^7 = 279936$ فهي بعيدة عن مبلغ التوفير في 6^2 أشهر لذلك 6^{10} مقدار ما توفره زينب في 6^2 أشهر.

التحقيق/ وهو مقدار ما توفره زينب 6^2 أشهر

$$6^{10} = 60466176 \text{ دينار}$$

3 مدرسة: باع حانوت مدرسة 150 قطعة

حلوى ثمن كل منها 1500 دينار. اذا كانت حصة المدرسة 25% من مبيعات الحانوت فهل حصة المدرسة 2000000 دينار؟

المعطيات/ لدينا 150 قطعة حلوى سعر كل منها 1500 دينار و حصة المدرسة 25% منها

المطلوب/

هل حصة المدرسة من المبيعات 2000000 دينار؟

الحل/ نخطط للحل وذلك بأيجاد سعر 150 قطعة ثم نجد حصة 25%

$$\text{ثمن المبيعات دينار} = 150 \times 1599 = 225000$$

25% تمثل $\frac{1}{4}$ المبيعات **يعني** نقسم مبلغ المبيعات على 4 وهذه هي حصة المدرسة

$$\text{دينار} = 225000 \div 4 = 56250$$

لذلك حصة المدرسة المذكورة 2000000 دينار

بعيدة عن هذه الحصة $\frac{1}{4}$ أو 25% من المبيعات.

والتحقق من ذلك حيث حصة المدرسة 25% $\frac{1}{4} = 25\%$

$$\frac{1}{4} \times 225000 = 56250$$

4 تعليم: يمثل الجدول التالي نجاح الطلاب بـ 3

مواد وكان العدد الكلي للطلاب 160 طالب، ما التقدير المعقول لعدد الطلاب الناجحين في مادة الرياضيات؟ أهو 130 أم 128.

انكليزي	علوم	رياضيات
66%	70%	80%

المعطيات/ الجدول

المطلوب/ التقدير المعقول لعدد الطلاب الناجحين في مادة الرياضيات.

الحل/ لدينا ثلاث نسب 60% , 70% , 80%

Problems : مسائل

حل المسائل التالية بأستراتيجية

(تحديد معقولة الاجابة)

1 رياضة: يمثل الشكل التالي نسب 3 انواع من النشاطات الرياضية التي يفضلها طلاب الصف الثاني المتوسط وعددهم 260 طالبا ما التقدير المعقول لعدد الطلاب الذين لا يفضلون كرة القدم؟ هي 52, 60, 50 حيث ان 80% كرة قدم، 15% كرة منضدة، 5% كرة سلة.

المعطيات/ 3 أنواع من الانشطة يمارسها طلاب الثاني المتوسط وعددهم 260 طالبا منهم 80% كرة قدم، ومنهم 15% كرة منضدة، ومنهم 5% كرة سلة .

المطلوب/ عدد الطلاب الذين لا يفضلون كرة القدم.

الحل/ نأخذ أعلى نسبة من الطلاب 80% يفضلون لعبة كرة قدم

$$\frac{80}{100} \times 260 = 208$$

$$260 - 208 = 52$$

ثم نطرح 52 عدد الطلاب الذين لا يفضلون كرة القدم

والتحقق من ذلك نجمع النسبتين 5% و 15% الذين لا يرغبون كرة القدم $15\% + 5\% = 20\%$

الحل الصحيح هو التقدير

$$\frac{20}{100} \times 260 = 52 \text{ طالبا}$$

2 توفير: توفر زينب 10^5 دينار كل 6 أشهر،

ما المبلغ الذي توفره زينب خلال 6^2 أشهر

ايكون التقدير المنطقي 6^{10} , 6^7

المعطيات/ مقدار ما توفره زينب 10^5 دينار كل 6 أشهر

المطلوب/ ما المبلغ الذي توفره زينب خلال 6^2 أشهر. أهو 6^{10} أم 6^7

الحل/ نخطط للحل اولاً 10^5 تمثل توفيره لمدة 6 أشهر. لذلك نقسم المبلغ 10^5 على 6 أشهر لنجد ما توفره في الشهر الواحد.

ما توفره زينب في الشهر الواحد

$$\text{دينار} = 10^5 \div 6 = 16666.66$$

∴ ما توفره زينب خلال 6^2 تقريبا

تدريب (2) استعمل ضرب الاعداد النسبية وقسمتها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

$$\left(\frac{54}{10} \cdot \frac{-1}{5}\right) \times \frac{-7}{8} = \left(\frac{54}{10} \times \frac{5}{-1}\right) \times \frac{-7}{8} = \frac{189}{8}$$

الدرس الثاني /

القوى (الاسس) السالبة والصورة العلمية للعدد

مثال (1) احسب الاسس السالبة لكل مما يأتي:

i) $-7^2 = -\frac{1}{7^2} = -\frac{1}{49}$

ii) $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$

تدريب (1) احسب الاسس السالبة لكل مما يأتي:

i) $-5^3 = -\frac{1}{5^3} = -\frac{1}{125}$

ii) $(-9)^{-2} = -\frac{1}{(-9)^2} = \frac{1}{81}$

مثال (2) اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية

i) $2.6 \times 10^4 = 2.6 \times 10000 = 26000$

ii) $1.03 \times 10^5 = 103000$

تدريب (2) اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية

i) $4.1 \times 10^3 = 4.1 \times 1000 = 4100$

ii) $7.02 \times 10^6 = 7020000$

مثال (3) اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية

i) $63100 = 6.31 \times 10^4$

ii) $789000 = 7.89 \times 10^5$

تدريب (3) اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية

i) $806000 = 8.06 \times 10^5$

ii) $1140000 = 1.14 \times 10^6$

بالامكان ضرب كل نسبة في العدد الكلي للطلاب ونجد عددهم بالتقدير المعقول

الطلاب الناجحين $\frac{60}{100} \times 160 = 96$

في الانكليزي $\frac{70}{100} \times 160 = 112$

الطلاب الناجحين في العلوم $\frac{80}{100} \times 160 = 128$

الطلاب الناجحين في الرياضيات

∴ التقدير المعقول لعدد الطلاب الناجحين هو 128 طالبا

مراجعة الفصل الاول

Chapter One Review

المفردات تحفظ من الكتاب ص 28 لانها مهمة جدا في الدراسات العليا:

الدرس الاول /

ترتيب العمليات على الاعداد النسبية

مثال (1) استعمل جمع الاعداد النسبية وطرحها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

$$\frac{1}{2} - \frac{8}{12} - \frac{12}{6} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1 \times 3 - 2 \times 2 - 1}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

تدريب (1) استعمل جمع الاعداد النسبية وطرحها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

i) $\left(\frac{7}{3} + 1\frac{1}{5}\right) - \frac{9}{15} = \frac{7}{3} + \frac{6}{5} - \frac{9}{15}$

$$= \frac{35 + 18}{15} - \frac{9}{15} = \frac{53 - 9}{15} = \frac{144}{15}$$

ii) $(5.17 - 1.8) - 4.7$

$$3.37 - 4.7 = -1.33$$

مثال (2) استعمل ضرب الاعداد النسبية وقسمتها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

$$-3\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{6} = \frac{7}{2} \times \frac{14}{3} \div \frac{49}{6}$$

$$= \frac{-7 \times 14}{2 \times 3} \times \frac{6}{49} = \frac{-98}{6} \times \frac{6}{49} = -2$$



الدرس الثالث /

خصائص القوى (الأسس)

مثال (1) اضرب واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

i) $2^3 \times 2^5 \times 2^1 = 2^{3+5+1} = 2^9$

ii) $(-7)^5 \times 3^4 \times 2^3 =$
 $= -7^5 \times 3^4 \times 3^3 \times 7^3$
 $= 7^8 \times 3^{-1}$

تدريب (1) اضرب واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

i) $7^4 \times 7^6 \times 7^0 = 7^{4+6+0} = 7^{10}$

ii) $(-3)^6 \times 5^2 \times 15^4 =$
 $= 3^6 \times 5^{-2} \times 3^4 \times 5^4 = 3^{10} \times 5^2$

مثال (2)

أقسم واكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة

i) $\frac{9^2}{9^5} = 9^{2-5} = 9^{-3}$

ii) $\frac{(-16)^2}{(-8)^3} = \frac{(-2^4)^2}{(-2^3)^3}$

$$= \frac{-2^8}{2^9} = -2^{8-9} = -2^{-1}$$

تدريب (2)

أقسم واكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة

i) $\frac{5^6}{5^3} = 5^6 \times 5^{-3} = 5^{6-3} = 5^3$

رفعنا الأس السالب في المقام إلى البسط
تتحول إلى أي موجب

ii) $\frac{(-27)^3}{(-9)^2} = \frac{(-3^3)^3}{(-3^2)^2} = \frac{-3^9}{3^4}$
 $= 3^9 \times 3^{-4} = -3^{9-4} = -3^5$

الدرس الرابع /

الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد

(استعمال الحاسبة)

مثال (1) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الجمع او

الطرح على صورة كسر عشري

$$\frac{3}{5} - \frac{7}{12} = \frac{3 \times 12 - 7 \times 5}{60}$$

$$= \frac{36 - 35}{60} = \frac{1}{60}$$

$$= 0.01666 = 0.01\bar{6}$$

تدريب (1) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الجمع او

الطرح على صورة كسر عشري

$$\frac{5}{6} - \frac{6}{9} = \frac{5 \times 6 - 6 \times 4}{36} = \frac{30 - 24}{36} = \frac{6}{36}$$

$$= \frac{1}{6} = 0.1666 = 0.1\bar{6}$$

مثال (2) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الضرب

بالصورة العلمية

$$(5.3 \times 10^6)(4.7 \times 10^{-3})$$

$$= (5.3 \times 4.7)(10^6 \times 10^{-3})$$

$$= 24.91 \times 10^{6-3}$$

$$= 24.91 \times 10^3 = 2.491 \times 10^4$$

تدريب (2) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الضرب

بالصورة العلمية

$$(7.1 \times 10^5)(3.8 \times 10^{-2}) =$$

$$= (7.1 \times 3.8)(10^5 \times 10^{-2})$$

$$= 26.98 \times 10^3 = 2.698 \times 10^4$$



اختبار الفصل الأول

Chapter Test

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية
لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{1} \quad & \frac{-8}{22} \times \frac{11}{-4} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{4} = \text{-----} \\ & = \left(\frac{-8}{22} \times \frac{11}{-4} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{11}{4} \right) \\ & = 1 + \frac{11}{8} = \frac{19}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2} \quad & \frac{9}{2} \div \frac{-22}{25} - \frac{9}{4} \div \frac{-16}{3} = \text{-----} \\ & = \left(\frac{9}{2} \div \frac{25}{-22} \right) - \left(\frac{9}{4} \div \frac{3}{-16} \right) \\ & = -\frac{225}{44} + \frac{27}{64} = \frac{-3600 + 297}{704} \\ & = \frac{-3303}{704} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3} \quad & \frac{7}{4} - \frac{5}{12} \times \frac{48}{15} \div \frac{8}{21} = \text{-----} \\ & = \frac{7}{4} + \left(\frac{5}{12} \times \frac{48}{15} \right) \times \frac{21}{8} \\ & = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = \frac{7 + 14}{4} = \frac{21}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4} \quad & 6.03 \times 1.5 - 4.03 \times 0.9 = \text{-----} \\ & = (6.03 \times 1.5) - (4.03 \times 0.9) \\ & = 9.045 - 3.627 = 5.418 \end{aligned}$$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

$$\begin{aligned} \text{5} \quad & \frac{1}{3} + 3^{-2} + (-1)^{-4} \times \frac{1}{6} = \text{-----} \\ & = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{(-1)^4} \times \frac{1}{6} \\ & = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \\ & = \frac{6 + 2 + 3}{18} = \frac{11}{18} \end{aligned}$$

الدرس الخامس /

تبسيط الجمل العددية الكسرية

مثال (1) بسط الجمل العددية الكسرية التالية
واكتب الناتج بأبسط صورة

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} - \frac{\sqrt{25}}{2} - \frac{-7}{\sqrt{16}} &= \frac{2}{5} - \frac{5}{2} + \frac{7}{4} \\ &= \frac{2 \times 4 - 5 \times 10 + 7 \times 5}{20} = \frac{-7}{20} \end{aligned}$$

تدريب (1) بسط الجمل العددية الكسرية التالية
واكتب الناتج بأبسط صورة

$$\frac{1}{2} \left(\frac{|-8|}{5} - \frac{\sqrt[3]{125}}{-2} \right) - \frac{1}{20} =$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{8}{5} - \frac{5}{-2} \right) - \frac{1}{20} &= \frac{1}{2} \left(\frac{16+25}{10} \right) - \frac{1}{20} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{41}{10} - \frac{1}{20} = \frac{41}{20} - \frac{1}{20} = \frac{40}{20} = 2 \end{aligned}$$

مثال (2) بسط الجمل العددية الكسرية
التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية

$$\begin{aligned} & 4.06 \times 10^5 - 7.23 \times 10^4 \\ & = 4.06 \times 10^5 - 0.723 \times 10^5 \\ & = (4.06 - 0.723) \times 10^5 \\ & = 3.337 \times 10^5 \end{aligned}$$

تدريب (2) بسط الجمل العددية الكسرية التالية
واكتب الناتج بالصورة العلمية

$$\begin{aligned} & 5.02 \times 10^6 - 4.32 \times 10^4 = \\ & = 5.02 \times 10^6 - 0.0432 \times 10^6 \\ & = (5.02 - 0.0432) \times 10^6 \\ & = 4.9768 \times 10^6 \end{aligned}$$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة:

$$15 \quad 5^{-6} \times 5^2 = 5^{-6+2} \times 5^{-4}$$

$$16 \quad (-1)^{-4} \times 1^{-3} \\ = \frac{1}{(-1)^4} \times \frac{1}{1^3} = 1 \times 1 = 1$$

$$17 \quad 9^{-5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 =$$

$$= (3^2)^{-5} \times (3^{-1})^5 \\ = 3^{-10} \times 3^{-5} \\ = 3^{-10-5} = 3^{-15}$$

$$18 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1-3+6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{-2}$$

$$19 \quad 12^{-3} \times (-3)^4 \times (3)^5$$

$$= (2^2 \times 3)^{-3} \times 3^4 \times 3^5 \\ = 2^{-6} \times 3^{-3} \times 3^4 \times 3^5 \\ = 12^{-6} \times 3^{-3+4+5} = 2^{-6} \times 3^6$$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوة واحدة:

$$20 \quad \frac{5^{-4}}{5^{-9}} = 5^{-4} \times 5^{-9} = 5^{-13}$$

$$21 \quad (7^{-3})^{-2} = 7^{-3 \times (-2)} = 7^6$$

$$22 \quad \frac{50 \times 5^{-6}}{5^3 \times 8} = \frac{5^2 \times 2 \times 5^{-6}}{5^3 \times 2^3} \\ = \frac{5^{2+(-6)-3}}{2^{3-1}} = \frac{1}{2^2 \times 5^7}$$

$$23 \quad \frac{(-3)^4 \times 3^3 \times (-9)^5}{3^{-6} \times (-3^4)^3} \\ = \frac{3^4 \times 3^3 \times (-3^2)^5}{5^{-6} \times (-3^{12})} \\ = \frac{3^7 \times 3^{10}}{-3^{-6} \times 3^{12}} = \frac{3^{17}}{-3^6} = 3^{17-6} = 3^{11}$$

$$6 \quad (-3)^{-3} - (8)^0 + 1^3 + \frac{1}{9} = \text{-----}$$

$$= \frac{1}{(-3)^3} + 1 + 1 + \frac{1}{9} \\ = -\frac{1}{27} + \frac{1}{9} = \frac{-1+3}{27} \\ = \frac{2}{27}$$

$$7 \quad 4^{-2} - 2^4 - (-5)^2 - \frac{1}{5} = \text{.....}$$

$$= \frac{1}{4^2} - 16 - 25 - \frac{1}{5} \\ = \frac{1}{16} - \frac{41}{1} - \frac{1}{5} \\ = \frac{5-3280-16}{80} = \frac{-3291}{80}$$

$$8 \quad (-4)^0 - (-6)^{-2} + 1^4 - \frac{1}{6} = \text{.....}$$

$$= 1 - \frac{1}{(-6)^2} + 1 - \frac{1}{6} \\ = 1 - \frac{1}{36} + 1 - \frac{1}{6} \\ = 2 - \frac{1}{36} - \frac{1}{6} \\ = \frac{72-1-6}{36} = \frac{65}{36}$$

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

$$9 \quad 3.4 \times 10^4 = 34000$$

$$10 \quad 2.14 \times 10^{-5} = 0.0000214$$

$$11 \quad 8.05 \times 10^{-6} = 0.00000805$$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

$$12 \quad 72000 = 7.2 \times 10^5$$

$$13 \quad 0.00012 = 1.2 \times 10^{-4}$$

$$14 \quad 0.0000066 = 6.6 \times 10^{-6}$$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة
بالصورة العلمية للعدد:

$$\begin{aligned} \text{31} \quad & (3.5 \times 10^{-6})(8.1 \times 10^{-3}) \\ & = (3.5 \times 8.1)(10^{-6} \times 10^{-3}) \\ & = 28.35 \times 10^{-9} \\ & = 2.835 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{32} \quad & \frac{7.29 \times 10^7}{0.09 \times 10^3} \\ & = (7.29 \div 0.09)(10^7 \times 10^3) \\ & = 81 \times 10^4 \\ & = 8.1 \times 10^5 \end{aligned}$$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية وأكتب الناتج
بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{33} \quad & \frac{\sqrt[3]{-27}}{5} \times \frac{|-35|}{9} + \frac{2}{28} \times \frac{-7}{\sqrt[3]{8}} = \\ & = \left(\frac{-3}{5} \times \frac{35^7}{9^3} \right) + \left(\frac{2}{28^4} \times \frac{-7^{-1}}{2} \right) \\ & = \frac{-7}{3} + \frac{-1}{4} = \frac{-28 - 3}{12} = \frac{-31}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{34} \quad & \frac{6}{\sqrt{49}} \div \frac{|-54|}{7} - \frac{\sqrt[3]{-25}}{3} \times \frac{-15}{6} = \dots \\ & = \left(\frac{6}{7} \div \frac{54}{7} \right) - \left(\frac{-5}{3} \times \frac{-15^{-5}}{6} \right) \\ & = \left(\frac{6}{7} \times \frac{7}{54} \right) - \frac{25}{6} \\ & = \frac{1}{9} - \frac{25}{6} \\ & = \frac{2-75}{18} = \frac{-37}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{24} \quad & \frac{(-3)^4 \times 3^3 \times (-9)^5}{3^{-6} \times (-3^4)^3} \\ & = \frac{(-8)^3 \times 2^{-2} \times (-4^{-2})}{2^{-7} \times (2^3)^3} \\ & = \frac{(-2^3)^3 \times 2^{-2} \left((-2^2)^{-2} \right)}{2^{-7} \times 2^9} \\ & = \frac{+2^9 \times 2^2 \times 2^{-4}}{2^{-7} \times 2^9} \\ & = 2^{9+(-2)+(-4)-(-7)-9} \\ & = 2^{9-2-4+7-9} = 2^3 \end{aligned}$$

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسر عشري:

$$\text{25} \quad \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{2+3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\begin{aligned} \text{26} \quad & \frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{4-5}{6} = \frac{-1}{6} \\ & = 0.1666\text{---} = 0.1\bar{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{27} \quad & \frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{12-21+28}{42} \\ & = \frac{19}{42} = 0.452 \end{aligned}$$

$$\text{28} \quad \frac{1}{6} \times \frac{48}{3} = \frac{8}{3} = 2.666 \dots = 2.\bar{6}$$

$$\begin{aligned} \text{29} \quad & \frac{2}{-7} \div \frac{18}{35} = \frac{2}{-7} \times \frac{35}{18} \\ & = -\frac{5}{9} = -0.555 \dots = -0.\bar{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{30} \quad & \frac{3}{5} \times \frac{7}{15} \div \frac{14}{35} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{15} \right) \times \frac{35}{14} \\ & = \frac{3 \times 7}{5 \times 15} \times \frac{35}{14} = \frac{7}{10} = 0.7 \end{aligned}$$

الفصل الثاني

The Real Numbers الأعداد الحقيقية

$$\begin{aligned} \text{7} \quad & 2\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} \\ & = \left(\frac{9}{4} \times \frac{7}{2}\right) \div \frac{5}{4} = \frac{63}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{63}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8} \quad & \frac{22}{4} \div \frac{-11}{15} \times \frac{-1}{3} \\ & = \left(\frac{22}{4} \div \frac{15}{-11}\right) \times \frac{1}{3} = -6 \times \frac{-1}{3} = +2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{9} \quad & 2.5 \times 4.05 \div (-1.2) \\ & = (2.5 \times 4.05) \div (-1.2) \\ & = 10.125 \div (-1.2) = -8.4375 \end{aligned}$$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} \text{10} \quad & \frac{1}{5} + 5^{-2} - (-5)^{-3} \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{(-5)^3} \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} \\ & = \frac{25 + 5 + 1}{125} = \frac{31}{125} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{11} \quad & 3^{-3} - (-3)^0 - 3^{-2} \\ & = \frac{1}{3^3} - 1 - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{27} - 1 - \frac{1}{9} \\ & = \frac{1 - 27 - 3}{27} = \frac{-29}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{12} \quad & -2^{-2} + 1^3 - (-4)^{-2} \\ & = \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{(-4)^{-2}} \\ & = \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{16} \\ & = \frac{4 + 16 - 1}{16} = \frac{19}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{13} \quad & (9)^0 - (-4)^2 - 1^5 \\ & = 1 - 16 - 1 = -16 \end{aligned}$$

الاختبار القبلي Pretest

استعمل جمع وطرح الأعداد المسببة لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{1} \quad & \frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{2} = \text{-----} \\ & = \frac{1 \times 10 - 2 \times 6 + 4 \times 15}{30} \end{aligned}$$

$$= \frac{58}{30} = \frac{29}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{2} \quad & 3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{4} - \frac{7}{2} = \text{-----} \\ & = \frac{7}{2} + \frac{6}{4} - \frac{7}{2} \\ & = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3} \quad & \frac{2}{7} - 2\frac{1}{6} - \frac{5}{12} = \text{-----} \\ & = \frac{2}{7} - \frac{13}{6} - \frac{5}{12} \\ & = \frac{2 \times 12 - 13 \times 14 - 5 \times 7}{84} \\ & = \frac{24 - 182 - 35}{84} = \frac{193}{84} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4} \quad & 3.12 - 3.7 + 1.5 = \text{.....} \\ & = (3.12 - 3.07) + 1.5 \\ & = 0.05 + 1.5 = 1.55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5} \quad & 0.14 + 0.92 - 0.76 \\ & = (0.14 + 0.92) - 0.76 \\ & = 1.06 - 0.76 = 0.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6} \quad & 5.12 - 0.37 - 6.96 = \text{-----} \\ & = (5.12 - 0.37) - 6.96 \\ & = 4.75 - 6.96 = -2.21 \end{aligned}$$



استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة

على صورة كسر عشري:

$$31 \quad \frac{2}{7} \times \frac{28}{6} = \frac{2 \times 28}{7 \times 6} = \frac{4}{3}$$

$$= 1.333... = 1.\bar{3}$$

$$32 \quad \frac{7}{3} \div \frac{56}{-21} =$$

$$\frac{7}{3} \times \frac{-21}{56} = \frac{-7}{8} = -0.875$$

$$33 \quad \frac{15}{9} \times \frac{81}{60} \div \frac{27}{8}$$

$$= \left(\frac{15}{9} \times \frac{81}{60} \right) \div \frac{27}{8} = \frac{9}{4} \times \frac{8}{27} = 0.666... = 0.\bar{6}$$

اكتب مثلاً واحداً لكل خاصية من الخواص الاتية:

$$34 \quad \text{لكل } a, b, c \text{ إذا كان } a \leq c$$

$$\text{فإن } a + b \leq b + c$$

$$3 \leq 5 \text{ وأن } c = 2 \text{ فإن } 3 + 2 \leq 5 + 2$$

$$\boxed{5 \leq 7}$$

$$35 \quad \text{لكل } a, b, c \in \mathbb{Q} \text{ إذا كان } a \leq 0$$

$$\text{فإن } ac < bc$$

$$\text{إذا كان } 5 > 2 \text{ وأن } c = 3 \text{ فإن } 5 \times (-3) < 2 \times (-3)$$

$$\boxed{-15 < -6}$$

$$36 \quad \text{لكل } a, b, c \in \mathbb{Q} \text{ إذا كان } a \geq b$$

$$\text{فإن } \frac{a}{b} \leq \frac{b}{c}$$

$$\text{إذا كان } 5 > 2 \text{ وأن } c = -1 \text{ فإن } \frac{5}{-1} \leq \frac{2}{-1}$$

$$\boxed{-5 \leq -2}$$

الدرس الاول /

مفهوم الاعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الاعداد:

فكرة الدرس:

♦ التعرف على مفهوم الاعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الاعداد ومقارنتها وترتيبها.

♦ المفردات التي نستعملها: العدد النسبي العدد غير النسبي، العدد الحقيقي.

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

$$14 \quad 5.3 \times 10^3 = 5.3 \times 1000 = 5300$$

$$15 \quad 2.04 \times 10^5 = 2.04 \times 100000 = 204000$$

$$16 \quad 1.17 \times 10^{-4} = 1.17 \times 0.0001 = 0.000117$$

$$17 \quad 61.4 \times 10^{-6} = 61.4 \times 0.000001 = 0.0000614$$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

$$18 \quad 65300 = 6.53 \times 10^4$$

$$19 \quad 108000 = 1.08 \times 10^5$$

$$20 \quad 0.0043 = 4.3 \times 10^{-3}$$

$$21 \quad 0.000276 = 2.76 \times 10^{-4}$$

بسّط واكتب ناتج الضرب والقسمة كقوة واحدة

$$22 \quad 3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$$

$$23 \quad 7^0 \times 7^{-4} = 7^{0+(-4)} = 7^{-4}$$

$$24 \quad 6^{-1} \times 6^{-5} = 6^{-1+(-5)} = 6^{-6}$$

$$25 \quad \frac{5^4}{5^7} = 5^4 \times 5^{-7} = 5^{4-7} = 5^{-3}$$

$$26 \quad \frac{2^{-4}}{8} = \frac{2^{-4}}{2^3} = 2^{-4} \times 2^{-3} = 2^{-7}$$

$$27 \quad \frac{6 \times 3^{-3}}{2^5 \times 3} = \frac{(2 \times 3) \times 3^{-3}}{2^5 \times 3} = 2 \times 3^1 \times 3^{-3} \times 2^{-5} \times 3^{-1}$$

$$= 2^{-4} \times 3^{-3}$$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح

على صورة كسر عشري:

$$28 \quad \frac{1}{4} - \frac{5}{2} = \frac{1 - 10}{4} = \frac{-9}{4} = -2.25$$

$$29 \quad \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3 + 10}{15} = \frac{13}{15}$$

$$= 0.8666... = 0.8\bar{6}$$

$$30 \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{13}{6} = \frac{3 + 2 - 13}{6} = \frac{-8}{6}$$

$$= -1.333... = -1.\bar{3}$$

iv) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ عدد نسبي، عدد حقيقي

v) $\sqrt{-17}$ عدد غير حقيقي
ملاحظة/ الجذر التربيعي للعدد السالب غير حقيقي

vi) $\frac{4}{0}$ غير معرف، لذا فهو ليس عدداً

vii) $\sqrt{\frac{16}{5}} \approx 2.23606...$ عدد حقيقي
عدد غير نسبي

ix) $-3 \frac{2}{3} = -3.4$ عدد حقيقي
عدد نسبي

x) $-\sqrt{2} \approx -1.414213$ عدد غير نسبي
عدد حقيقي

2-2 تمثيل الاعداد الحقيقية

* تمثيل الاعداد الحقيقية على مستقيم الاعداد:

Represent Real Numbers on Number Line:-

تتمتع الاعداد الحقيقية بخاصية الكثافة وهي أن بين اي عددين حقيقيين يوجد عدد حقيقي آخر، ولا تنطبق هذه الخاصية على مجموعة الاعداد الطبيعية او الصحيحة ويمكن تمثيل الاعداد الحقيقية على مستقيم الاعداد ونحتاج الى تقريب الاعداد غير النسبية لاقرب جزء من العشرة (عشر) لتمثيلها على مستقيم الاعداد.

مثال (3) جد عدداً حقيقياً بين العددين $1\frac{3}{5}$ ، $3\frac{2}{5}$

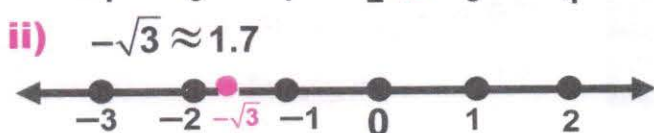
ومثله على مستقيم الاعداد



اجمع العددين
واقسم على 2
نلاحظ انه يقع
بين العددين

$$\left(3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5}\right) \div 2 = 4\frac{5}{5} \div 2 = 2\frac{1}{2}$$

مثال (4) قدر الجذور التربيعية التالية لاقرب عشر، ثم مثلها على مستقيم الاعداد:



واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم:

رسم أحمد لوحة فنية تمثل احدى المعالم الاثرية، وفي أعلى مقدمة البناء يظهر المثلث القائم الزاوية واطوال الضلعين القائمين في اللوحة هو $2m$ ، $3m$ جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا؟

2-1 مفهوم الاعداد الحقيقية

Concept of Real Numbers

تعرفنا سابقا الى الاعداد النسبية والتي يمكن كتابتها على شكل كسر او عدد (كسر) عشري منته او عدد عشري دوري

مثال / $\frac{4}{3} = 1.3$ ، $2\frac{5}{3} = \frac{11}{3}$ ، $4\frac{1}{2} = 4.5$

اما الاعداد غير النسبية فتكتب بوصفها اعداد عشرية غير منتهية وغير دورية، وان كل عدد طبيعي لا يكتب على شكل مربع كامل، يكون جذره التربيعي عدد غير نسبي. مثال على ذلك $\sqrt{5} \approx 2.2360679$ ، $\sqrt{3} \approx 1.7320508$ وكذلك العدد غير النسبي لا يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ اذ ان $b \neq 0$ ومجموعة الاعداد الحقيقية نرمز لها (R) تتألف من اتحاد مجموعة الاعداد النسبية Q ومجموعة الاعداد النسبية والتي نرمز لها (H) لذلك $R = Q \cup H$ أي ان مجموعة الاعداد الحقيقية هي كل الاعداد الطبيعية والصحيحة والكسور والجذور.

مثال (1) جد طول الوتر، وبين أهو نسبي أم لا؟

نفرض ان طول الوتر هو المتغير x وبتطبيق نظرية فيثاغورس فان:

$$\begin{aligned} x^2 &= 2^2 + 3^2 && \text{وباستعمال الحاسبة فان} \\ x^2 &= 4 + 9 && x = \sqrt{13} \approx 3.5055512 \\ x^2 &= 13 && \text{نلاحظ ان قيمة الجذر التربيعي} \\ x &= \sqrt{13} && \text{للعدد 13 هو عدد عشري غير دوري} \end{aligned}$$

لذا هو عدد غير نسبي وعليه يسمى (عدد حقيقي).

مثال (2) صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي:

- i) $\sqrt{9} = 3$ عدد صحيح نسبي، عدد حقيقي
ii) $\sqrt{8} \approx 2.828$ عدد غير نسبي، عدد حقيقي
iii) $\frac{0}{5} = 0$ عدد صحيح، عدد نسبي، عدد حقيقي

3 عدد نسبي وعدد حقيقي $\frac{0}{\sqrt{2}} = 0$

4 عدد نسبي وعدد حقيقي $\sqrt{\frac{9}{25}} \approx \frac{3}{5} = 0.6$

5 عدد غير حقيقي $\sqrt{-27}$

6 ليس بعدد لانه غير معرف $\frac{8}{0}$

7 عدد غير نسبي وعدد حقيقي $\sqrt{\frac{36}{7}} = \frac{6}{\sqrt{7}} \approx 2.2677$

8 عدد نسبي عدد حقيقي (كسر دوري) $\frac{20}{6} \approx 3.333... = 3.\bar{3}$

9 عدد نسبي، عدد حقيقي $-5\frac{3}{2} = -\frac{13}{2} = -6.5$

10 عدد غير نسبي، عدد حقيقي $-\sqrt{6} \approx -2.449$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عشر ثم مثلها على مستقيم الاعداد

11 $\sqrt{7} \approx \dots \rightarrow \sqrt{7} \approx 2.645\dots = 2.6$



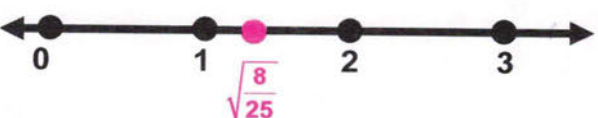
12 $-\sqrt{5} \approx \dots$

$\rightarrow -\sqrt{5} \approx -2.236\dots = -2.2$



13 $\sqrt{\frac{8}{25}} \approx \dots$

$\rightarrow = \sqrt{\frac{8}{25}} = \frac{\sqrt{8}}{5} \approx 1.264\dots = 1.3$



2-3 مقارنة الاعداد الحقيقية وترتيبها

* مقارنة الاعداد الحقيقية وترتيبها:

Coparison Arrangement of Real Numbers

نفس الاسلوب الذي تعلمناه في مقارنة الاعداد النسبية وترتيبها لذلك سوف تقارن الاعداد الحقيقية وترتيبها بعد كتابتها بالصورة العشرية تقرباً لأقرب جزء من العشرة (عشر).

مثال (5) قارن بين الاعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (>, <, =)

ملاحظة / نستخدم الترتيب من اليسار الى اليمين:

> أكبر من ، < أصغر من ، = يساوي

i) $\sqrt{5} < 2\frac{1}{2}$ ii) $\sqrt{3} > \sqrt{1.69}$

$\sqrt{5} \approx 2.236\dots$

$\sqrt{3} \approx 1.732\dots$

$2\frac{1}{2} = 2.5$

$\sqrt{1.69} = 1.3$

$\sqrt{5} < 2\frac{1}{2}$

$\sqrt{3} > \sqrt{1.69}$

مثال (6) i) رتب الاعداد الحقيقية التالية من

الصغر الى الاكبر $\sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{3}$

i) $\sqrt{7} \approx 2.645\dots$

$\sqrt{11} \approx 3.316\dots$

$\sqrt{3} \approx 1.732$

الترتيب $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$

ii) رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاكبر الى

الصغر $-\sqrt{8}, -2\frac{1}{2}, -2.9$

ii) $-\sqrt{8} \approx -2.282\dots$

$-2\frac{1}{2} = -2.5, -2.9$

الترتيب $-2\frac{1}{2}, -\sqrt{8}, -2.9$

تأكد من فهمك:

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير

نسبي او غير حقيقي:

1 عدد نسبي وعدد حقيقي $\sqrt{16} = 4$

2 عدد غير نسبي وعدد حقيقي $\sqrt{11} \approx 3.316$

24 $\frac{13}{0}$ ليس بعدد لانه غير معرف

25 $\sqrt{\frac{49}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \approx = 3.1304$

غير نسبي، حقيقي

26 $\frac{20}{6} \approx 3.333... = 3.\bar{3}$

عدد غير نسبي عدد حقيقي (كسر دوري)

27 $-7\frac{4}{5} = -7.8$ عدد نسبي، عدد حقيقي

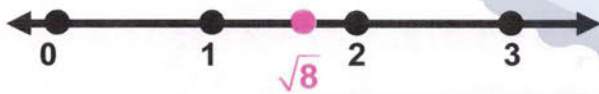
28 $\sqrt{5.3} = \dots$

عدد غير نسبي عدد حقيقي

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عشر

ثم مثلها على مستقيم الأعداد

29 $\sqrt{8} \approx \dots \rightarrow \sqrt{8} \approx 2.828\dots = 2.8$



30 $-\sqrt{2} \approx \dots \rightarrow -\sqrt{2} \approx -1.414 = -1.4$



31 $\sqrt{\frac{25}{21}} \approx \dots$

$\sqrt{\frac{25}{21}} = \frac{5}{\sqrt{21}} \approx 1.091 = 1.1$



32 $\sqrt{5.3} \approx \dots$

$\rightarrow \sqrt{5.3} \approx 2.302\dots = 2.3$



قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً ($=$, $<$, $>$)

14 $\sqrt{3} < 3\frac{1}{3}$

$\sqrt{3} \approx 1.732\dots$

$3\frac{1}{3} \approx 3.333 \rightarrow \sqrt{3} < 3\frac{1}{3}$

15 $-\sqrt{8} < \sqrt{2.25}$

$-\sqrt{8} \approx -2.828\dots$

$\sqrt{2.25} \approx 1.5 \rightarrow -\sqrt{8} < \sqrt{2.25}$

16 $\frac{0}{\sqrt{2}} = \frac{0}{\sqrt{5}}$

$\frac{0}{\sqrt{2}} = 0, \frac{0}{\sqrt{5}} = 0 \rightarrow \frac{0}{\sqrt{2}} = \frac{0}{\sqrt{5}}$

17 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر إلى

الأكبر $2.236, \sqrt{13}, \sqrt{2}$

$\sqrt{13} \approx 5.408\dots$

$\sqrt{2} \approx 1.414$

الترتيب $\sqrt{2}, 2.236, \sqrt{13}$

18 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر إلى

الأصغر $-\sqrt{6}, -3\frac{1}{4}, -2.21$

$-\sqrt{6} \approx -2.449\dots$

$-3\frac{1}{4} \approx -3.25, -2.21$

الترتيب $-2.21, -\sqrt{6}, -3\frac{1}{4}$

تدرب وحل التمرينات:

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير

نسبي او غير حقيقي

19 $\sqrt{25} = 5$ عدد نسبي، عدد حقيقي

20 $\sqrt{17} \approx 4.1231$ عدد غير نسبي و عدد حقيقي

21 $\frac{0}{-6} = 0$ عدد نسبي، عدد حقيقي

22 $\sqrt{\frac{4}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.333 = 0.\bar{3}$

عدد غير نسبي عدد حقيقي (كسر دوري)

23 $\sqrt{-23}$ عدد غير حقيقي



39 دلافين: نزلت ثلاثة دلافين بالاعماق التالية تحت سطح الماء:

$$-10 \times \sqrt{\frac{36}{144}} \text{ m}, -10 \times \sqrt{\frac{1}{8}} \text{ m}, 10 \times \sqrt{\frac{9}{25}} \text{ m}$$

رتب اعماق الدلافين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الاقرب الى سطح الماء الى الابدع عمقا وبالاعداد العشرية.

$$\begin{aligned} -10 \times \sqrt{\frac{9}{25}} &= 10 \times \frac{3}{5} & -10 \times \sqrt{\frac{1}{8}} &= 10 \times \frac{1}{\sqrt{8}} \\ &= -10 \times 0.6 = -6 \text{ m} & &= -10 \times 0.353 \approx -3.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -10 \times \sqrt{\frac{36}{144}} &= 10 \times \frac{6}{12} \\ &= -10 \times 0.05 = -5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$-10 \times \sqrt{\frac{1}{8}}, -10 \times \sqrt{\frac{36}{144}}, 10 \times \sqrt{\frac{9}{25}}$$

الاقرب الاعمق

ملاحظة / الترتيب من الاقرب الى الاكثر عمقا (الترتيب من اليسار الى اليمين)

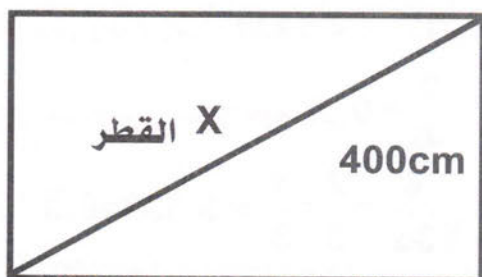
40 لوحة فنية: رسمت لوحة فنية على قطعة زجاج مستطيلة الشكل بعدها 400cm , 600cm جد قطر اللوحة القنينة وأيمثل عددا نسبييا ام عدد غير نسبي؟

نفرض ان قطر اللوحة هو X

$$X^2 (60)^2 + (40)^2 = 3600 + 1600 = 5200$$

القطر يمثّل عدد غير نسبي

$$x = \sqrt{5200} \approx 72.111 \dots \text{m}$$



600cm

قارن بين الاعداد الحقيقية مستعملا الرموز ($=, <, >$)

33 $\sqrt{13} \square 3\frac{1}{5}$

$$\sqrt{13} \approx 3.605 \dots, 3\frac{1}{5} = 3.2$$

$$\rightarrow \sqrt{13} > 3\frac{1}{5}$$

34 $-\sqrt{12} \square \sqrt{6.25}$

واضح جداً ان العدد السالب اصغر من العدد الموجب

35 $\frac{0}{\sqrt{5}} \square \frac{0}{\sqrt{3}}, \frac{0}{\sqrt{5}} = 0, \frac{0}{\sqrt{3}} = 0$

$$\rightarrow \frac{0}{\sqrt{5}} = \frac{0}{\sqrt{3}}$$

36 رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاصغر الى الاكبر $\sqrt{7}, \sqrt{15}, 1.732$

$$\sqrt{15} \approx 3.872 \dots, \sqrt{7} \approx 2.645$$

$$\rightarrow 1.732 \dots \sqrt{7}, \sqrt{15} \text{ الترتيب}$$

37 رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاكبر الى الاصغر $-\sqrt{14}, -3\frac{1}{5}, -3.06$

$$-\sqrt{14} \approx -3.741 \dots, -3\frac{1}{5} = -3.20, -3.06$$

$$\rightarrow -3.06, -3\frac{1}{5}, -\sqrt{14} \text{ الترتيب}$$

$$\rightarrow -3.06, -3\frac{1}{5}, -\sqrt{14} \text{ الترتيب}$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

38 ساحة التحرير: احدى الساحات الرئيسية في

وسط بغداد، صممت بشكل دائري محيط 176m وقطرها 56m . بين أيمثل حاصل قسمة محيط الساحة على قطرها عددا نسبييا ام عددا غير نسبي؟

$$176 \div 56 \approx 3.1428 \text{ الناتج عدد غير نسبي}$$



فكر

41 **تحد:** تعلمت سابقاً ان محيط الدائرة مقسوماً على قطرها يساوي النسبة الثابتة π وهي عدد غير نسبي، ما قطر الدائرة التي محيطها 120 m؟ وضع اجابتك.

$$\pi = \frac{22}{7}, \quad \text{طول القطر} = 2r$$

محيط الدائرة = طول القطر \times النسبة الثابتة

$$\frac{22}{7} \times 2r = 120 \Rightarrow 2r = \frac{120 \times 7}{22}$$

$$\Rightarrow 2r = \frac{120 \times 7}{22} = \frac{420}{11} \approx 3.818 \text{ cm}$$

42 **أصح الخطأ:** قالت شيما ان العدد $\sqrt{\frac{16}{48}}$

يمثل عددا نسبيا في حين $\sqrt{\frac{16}{49}}$ عدد غير نسبي

الحل/ للتحقق من العددين نحدد ايهما نسبي او غير نسبي

$$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7} \approx 0.5714 \quad \text{غير نسبي}$$

$$\sqrt{\frac{16}{48}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.5773 \quad \text{غير نسبي}$$

∴ جواب شيما ان $\sqrt{\frac{16}{48}}$ عددا نسبي خطأ والصحيح غير نسبي.

والثاني $\sqrt{\frac{16}{49}}$ ايضا عدد غير نسبي.

43 **حسن عددي:** هل ان العدد $\sqrt{\frac{9}{4}}$

يقع بين العددين $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1.5, \quad \sqrt{2} \approx 1.414..., \quad \sqrt{3} \approx 1.713$$

∴ العدد $\sqrt{\frac{9}{4}}$ يقع بين العددين $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

أكتب

ناتج جمع العددين الحقيقيين بعد تقريبهما لاقر ب عشر:

$$\sqrt{5} + \sqrt{7} \approx 2.236 + 2.645 \approx 4.881 = 4.9$$

الدرس الثاني /

خصائص الاعداد الحقيقية

Properties of Real Numbers

فكرة الدرس:

∗ التعرف على خصائص الاعداد الحقيقية

∗ المفردات التي نستعملها:

خاصية الابدال، التجميع، خاصية التوزيع، العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي.

وايك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم:

قيمة الجذر $\sqrt{\frac{LW}{3600}}$ تمثل المساحة السطحية لجسم الانسان، اذ ان (L) يمثل طول الانسان بالسنتيمتر، (W) يمثل وزن الجسم بالكيلو غرامات وتستعمل المساحة السطحية لجسم الانسان في حساب جرعات الادوية، جد المساحة السطحية لجسم رجل وزنه 80KG وطوله 170CM.

2-1 خاصية الابدال والتجميع والتوزيع

تعرفنا سابقا الى خواص الاعداد الصحيحة والاعداد النسبية وبنفس الاسلوب سوف نتعرف الى خواص الاعداد الحقيقية وهي: خاصية الابدال وخاصية التجميع وخاصية التوزيع والعنصر المحايد والنظير الجمعي والنظير الضربي ونبدأ بالخواص الثلاثة الاولى منها وهي:

i) $a + b = b + a$,
خاصية الابدال $ab = ba, \forall a, b \in \mathbb{R}$

ii) $(a + b) + c = a + (b + c)$,
 $a(bc) = (ab)c, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$
خاصية التجميع

iii) $a(b + c) = ab + ac$,
خاصية التوزيع $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

الرمز \forall يعني لكل او مهما يكن / هذه الخواص سبق ان درستها.

ملاحظة/

عملية الجمع لا تتوزع على عملية الضرب.

مثال (1) جد المساحة السطحية لجسم شخص يزن 80kg وطوله 170cm

v) $a + (-a) = (-a) + a = 0$,
 $a \neq 1 \quad \forall a \in \mathbb{R}$ النظرير الجمعي
 $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$
 $a \neq 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$ النظرير الضربي

ملاحظة/

★ لكل عدد حقيقي عدا الصفر يوجد نظير جمعي يعاكسه في الاشارة.

★ لكل عد حقيق عدا الصفر يوجد نظير ضربي هو مقلوبه

مثال (3)

اكتب مثالا لكل خاصية من الخواص الاتية:

iv) $a + 0 = 0 + a = a$, $a \in \mathbb{R}$
 $\sqrt{8} + 0 = 0 + \sqrt{8}$, $\sqrt{8} \in \mathbb{R}$
 $1 \times a = a \times 1 = a$, $\forall a \in \mathbb{R}$
 $1 \times \sqrt{13} = \sqrt{13} \times 1 = \sqrt{13}$, $\sqrt{13} \in \mathbb{R}$

v) $a + (-a) = (-a) + a = 0$, $\forall a, -a \in \mathbb{R}$
 $\sqrt{5} + (-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5}) + \sqrt{5} = 0$
 $\sqrt{5} , -\sqrt{5} \in \mathbb{R}$

vi) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$, $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$
 $\sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17}$, $\sqrt{17} \in \mathbb{R}$

مثال (4)

جد النظرير الجمعي للاعداد الحقيقية الاتية:

i) $6\sqrt{5} + 2$
 $= 6\sqrt{5} + 2 + -6\sqrt{5} - 2$
 $= (6\sqrt{5} - 6\sqrt{5}) + (2 - 2) = 0$
 ∴ نظير $6\sqrt{5} + 2$ هو $-6\sqrt{5} - 2$
 (النظرير الجمعي نفس العدد لكن عكس الاشارة)

ii) $\sqrt{3} - \sqrt{11}$
 $\sqrt{3} - \sqrt{11} + -\sqrt{3} + \sqrt{11}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{3} + -\sqrt{11} + \sqrt{11} = 0$
 ∴ نظير $\sqrt{3} - \sqrt{11}$ هو $-\sqrt{3} + \sqrt{11}$
 لان نظير $\sqrt{3}$ هو $-\sqrt{3}$ ونظير $-\sqrt{11}$ هو $\sqrt{11}$

والقانون الذي يمثل المساحة السطحية لجسم الانسان هو $BSA = \sqrt{\frac{LW}{360}}$ اذ ان BSA هي مختصر

(Body Surface Area) وهي مساحة سطح الجسم. والآن بالتعويض عن المتغيرات بالقيم المعطاة

$$BSA = \sqrt{\frac{170 \times 80}{360}} \rightarrow$$

اكتب 170 على الشكل $100 + 70$

$$BSA = \sqrt{\frac{(100+70) \times 80}{360}}$$

$$= \sqrt{\frac{100 \times 80 + 70 \times 80}{360}}$$

$$BSA \approx 1.943 \text{ cm}^2$$

مثال (2)

اكتب مقالا لكل خاصية من الخواص الاتية:

i) $a + b = b + a$,

$$ab = ba, \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

ii) $(a + b) + c = a + (b + c)$

$$a(bc) = (ab)c, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{3} + (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \sqrt{5}$$

$$\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{3} (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) \sqrt{5}$$

iii) $a(b + c) = ab + ac, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{7} (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{7} \sqrt{5}$$

$$\sqrt{7}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

2-2- العنصر المحايد، النظرير الجمعي، النظرير الضربي

iv) $a + 0 = 0 + a = a$, $\forall a \in \mathbb{R}$

العدد (0) هو المحايد لعملية الجمع (المحايد الجمعي)

$$1 \times a = a \times 1 = a, \forall a \in \mathbb{R}$$

العدد (1) هو المحايد لعملية الضرب (المحايد الضربي)

2 $a+(b+c) = (a+b)+c$,
 $a(bc) = (ab) c$, $a,b,c \in \mathbb{R}$
 خاصية التجميع

$$\sqrt{3}+(\sqrt{5}+1)=(\sqrt{3}+\sqrt{5})+1$$

$$\sqrt{3},\sqrt{5},1 \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{2}(5 \times 4)=(\sqrt{2} \times 5) \times 4$$

$$\sqrt{2},5,4 \in \mathbb{R}$$

3 $a(b+c) = ab + ac$, $\forall a,b,c \in \mathbb{R}$
 $\sqrt{2}(\sqrt{7}+3) = \sqrt{2} \times \sqrt{7} + \sqrt{2} \times 3$
 $\sqrt{2},\sqrt{7},3 \in \mathbb{R}$ خاصية التوزيع

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

4 $4\sqrt{2} - 1$
 $= (4\sqrt{2} - 1) + (-4\sqrt{2} + 1)$
 $= (4\sqrt{2} - 4\sqrt{2})(-1 + 1) = 0$
 $= -4\sqrt{2} + 1$ نظير $4\sqrt{2}$ هو
 $4\sqrt{2} + 1$ هو نظير $4\sqrt{2} - 1$.

5 $\sqrt{5} + \sqrt{7}$
 $= \sqrt{5} + \sqrt{7} + (-\sqrt{5} - \sqrt{7})$
 $= (\sqrt{5} - \sqrt{5}) + (\sqrt{7} - \sqrt{7}) = 0$
 $-\sqrt{5} - \sqrt{7}$ هو نظير $\sqrt{5} + \sqrt{7}$.

6 $-9\sqrt{11} + \frac{1}{3}$
 $-9\sqrt{11} + \frac{1}{3} + (9\sqrt{11} - \frac{1}{3})$
 $= (-9\sqrt{11} + 9\sqrt{11}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{3}) = 0$
 $9\sqrt{11} - \frac{1}{3}$ هو نظير $-9\sqrt{11} + \frac{1}{3}$.

7 $-5\sqrt{3} + 8$
 $-5\sqrt{3} + 8 + (5\sqrt{3} - 8)$
 $= (-5\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) + (8 - 8) = 0$
 $5\sqrt{3} - 8$ هو نظير $-5\sqrt{3} + 8$.

iii) $-2\sqrt{8} + \frac{1}{2}$
 $= -2\sqrt{8} + \frac{1}{2} + (+2\sqrt{8} + \frac{1}{2})$
 $= -2\sqrt{8} + 2\sqrt{8} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) = 0$
 $2\sqrt{8} - \frac{1}{2}$ هو نظير $-2\sqrt{8} + \frac{1}{2}$.

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية:

iv) $\sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{7} = 1$
 $\sqrt{7}$ هو نظير $\sqrt{\frac{1}{7}}$.

v) $-2\sqrt{3} + 3$
 $(-2\sqrt{3} + 3) \times \frac{1}{(-2\sqrt{3} + 3)} = 1$
 $\frac{1}{-2\sqrt{3} + 3}$ هو نظير $(-2\sqrt{3} + 3)$.

vi) $-6\frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$
 $-6\frac{2}{5} = -\frac{32}{5} \rightarrow -\frac{32}{5} \times \frac{5}{-32} = 1$
 $\frac{5}{-32}$ هو نظير $-6\frac{2}{5}$.

ملاحظة:

النظير الضربي لأي عدد حقيقي عدا الصفر هو مقلوبه

تأكد من فهمك:

اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

1 $a+b = b+a$, $ab = ba$,
 $\forall a,b \in \mathbb{R}$ خاصية الإبدال

$$2 + \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2, \sqrt{3}, 2 \in \mathbb{R}$$

$$3 \times \sqrt{7} = \sqrt{7} \times 3, 3, \sqrt{7} \in \mathbb{R}$$

خاصية التجميع

$$\boxed{14} \quad \sqrt{2} - \frac{1}{3} = \frac{3\sqrt{2}-1}{3}$$

$$\frac{3\sqrt{2}-1}{3} \times \frac{3}{3\sqrt{2}-1} = 1$$

∴ نظير $\sqrt{2} - \frac{1}{3}$ هو $\frac{3}{3\sqrt{2}-1}$

$$\boxed{15} \quad 8\frac{1}{2} - 5\frac{5}{2}$$

$$= 8.5 - 7.5 = 1$$

والنظير الضربي للعدد 1 هو 1

ملاحظة/ عزيزي الطالب في مسائل النظير الجمعي والضربي تلاحظ هناك عمليات جمع وطرح وتركيب اعداد كسرية تبسطها الى ابسط صورة ثم تجد النظير.

تدرب وحل التمرينات :

اكتب مثالا لكل خاصية من الخواص الآتية:

$$\boxed{16} \quad a+b=b+a, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$3+0=0+3=3, \quad 3 \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{17} \quad 1 \times a = a \times 1 = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$1 \times \sqrt{5} = \sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5}, \quad \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{18} \quad a + (-a) = (-a) + a = 0$$

, $a, -a \in \mathbb{R}$

$$5 + (-5) = (-5) + 5 = 0, \quad -5, 5 \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{19} \quad a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1, \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 1, \quad \sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

جد النظير الجمعي للاعداد الحقيقية الآتية:

$$\boxed{20} \quad -6\sqrt{13} - 5$$

$$= -6\sqrt{13} - 5 + (-6\sqrt{13} + 5)$$

$$= (-6\sqrt{13} + 6\sqrt{13}) + (-5+5) = 0$$

∴ نظير $-6\sqrt{13} - 5$ هو $6\sqrt{13} + 5$

$$\boxed{8} \quad \frac{1}{\sqrt{11}} - 6$$

$$= \frac{1}{\sqrt{11}} - 6 + \left(-\frac{1}{\sqrt{11}} + 6\right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{11}} - \frac{1}{\sqrt{11}}\right) + (-6+6) = 0$$

∴ نظير $\frac{1}{\sqrt{11}} - 6$ هو $-\frac{1}{\sqrt{11}} + 6$

$$\boxed{9} \quad -4\frac{2}{3} \rightarrow -4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} = 0$$

∴ نظير $-4\frac{2}{3}$ هو $4\frac{2}{3}$

جد النظير الضربي للاعداد الحقيقية الآتية:

$$\boxed{10} \quad \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$$

∴ نظير $\sqrt{\frac{1}{5}}$ هو $\sqrt{5}$

$$\boxed{11} \quad 3\sqrt{7}-7$$

$$(3\sqrt{7}-7) \times \frac{1}{(3\sqrt{7}-7)} = 1$$

∴ نظير $(3\sqrt{7}-7)$ هو $\frac{1}{(3\sqrt{7}-7)}$

$$\boxed{12} \quad -11\frac{2}{3} = -\frac{35}{3}$$

$$-\frac{35}{3} \times \frac{3}{-35} = 1$$

∴ نظير $-11\frac{2}{3}$ هو $-\frac{35}{3}$

$$\boxed{13} \quad -6\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$= -6\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{-6}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{-6}{3} \times \frac{3}{-6} = 1$$

∴ نظير $-6\sqrt{\frac{1}{3}}$ هو $\frac{3}{-6}$

$$27 \quad -4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5} = \frac{21}{5} - \frac{13}{5} = \frac{-34}{5}$$

نظير $\frac{-34}{5}$ هو $\frac{5}{-34}$

$$\frac{-34}{5} \times \frac{5}{-34} = 1$$

قدر النظير اضربي للجذور التربيعية التالية
التقريب لأقرب عشر:

$$28 \quad -\sqrt{\frac{1}{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad -0.4$$

نظير $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ هو $\frac{1}{-0.4}$

$$-0.4 \times \frac{1}{-0.4} = 1$$

$$29 \quad -\sqrt{\frac{1}{7}} = -\frac{1}{\sqrt{7}} \quad -0.4$$

نظير $-\sqrt{\frac{1}{7}}$ هو $\frac{1}{-0.4}$

$$-0.4 \times \frac{1}{-0.4} = 1$$

$$30 \quad \sqrt{\frac{13}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4} \quad 0.9$$

نظير $\sqrt{\frac{13}{16}}$ هو $\frac{1}{0.9}$

$$0.9 \times \frac{1}{0.9} = 1$$

$$31 \quad \sqrt{\frac{1}{7.3}} = \frac{1}{\sqrt{7.3}} \quad 0.4$$

نظير $\sqrt{\frac{1}{7.3}}$ هو $\frac{1}{0.4}$

$$0.4 \times \frac{1}{0.4} = 1$$

في هذه التمرينات قربنا الجذور التربيعية
لأقرب عشر (استخدم الحاسبة)

$$21 \quad -\sqrt{1} - \sqrt{3}$$

$$= -1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})$$

$$= (-1 + 1) + (-\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 0$$

نظير $-\sqrt{1} - \sqrt{3}$ هو $1 + \sqrt{3}$

$$22 \quad \sqrt{8} - \frac{1}{9} = \sqrt{8} - \frac{1}{9} + (-\sqrt{8} - \frac{1}{9})$$

$$= (\sqrt{8} - \sqrt{8}) + (-\frac{1}{9} + \frac{1}{9}) = 0$$

نظير $\sqrt{8} - \frac{1}{9}$ هو $-\sqrt{8} - \frac{1}{9}$

$$23 \quad \frac{2}{\sqrt{7}} - \frac{5}{\sqrt{7}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{7}} - \frac{5}{\sqrt{7}} + (\frac{-2}{\sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7}})$$

$$= (\frac{2}{\sqrt{7}} - \frac{2}{\sqrt{7}}) + (\frac{-5}{\sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7}}) = 0$$

نظير $\frac{2}{\sqrt{7}} - \frac{5}{\sqrt{7}}$ هو $\frac{-2}{\sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7}}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية:

$$24 \quad -\sqrt{\frac{1}{8}} = -\frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{-1}{\sqrt{8}} \times (-\sqrt{8}) = 1$$

نظير $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ هو $-\sqrt{8}$

$$25 \quad -5\sqrt{2} - 5$$

$$(-5\sqrt{2} - 5) \times \frac{1}{(-5\sqrt{2} - 5)} = 1$$

نظير $-5\sqrt{2} - 5$ هو $\frac{1}{-5\sqrt{2} - 5}$

$$26 \quad \sqrt{3} - \frac{1}{3} = \frac{3\sqrt{3} - 1}{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 1}{3} \times \frac{3}{3\sqrt{3} - 1} = 1$$

نظير $\sqrt{3} - \frac{1}{3}$ هو $\frac{3}{3\sqrt{3} - 1}$

34 سمكة القرش: النظير الضربي لطولي سمكتي

قرش $\sqrt{\frac{2.25}{81}}m, \sqrt{\frac{5.25}{36}}m$ قارن بين طوليها الحقيقيين.

∴ طول السمكة الاولى $\frac{6}{2.5} = 2.4$ متر

$$\sqrt{\frac{5.25}{36}} = \frac{2.5}{6} \rightarrow \frac{2.5}{6} \times \frac{6}{2.5} = 1$$

∴ طول السمكة الثانية $\frac{9}{1.5} = 6$ متر

$$\sqrt{\frac{2.25}{81}} = \frac{1.5}{9} \rightarrow \frac{1.5}{9} \times \frac{9}{1.5} = 1$$

∴ السمكة الثانية أطول من طول السمكة الاولى

فكر

35 تحد: رتب النظير الجمعي للقيمة التقديرية

لجذور التربيعية التالية بالتقريب الى اقرب عشر من الاصغر الى الاكبر: $\sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{7}$

$$\sqrt{5} \approx 2.2, \sqrt{3} \approx 1.7, \sqrt{7} \approx 2.6$$

التقريب الى اقرب عشر

$$\sqrt{5} \rightarrow 2.2 + (-2.2) = (-2.2) + 2.2 = 0$$

نظير $\sqrt{5}$ التقديري هو -2.2

$$\sqrt{3} \rightarrow 1.7 + (-1.7) = (-1.7) + 1.7 = 0$$

نظير $\sqrt{3}$ التقديري هو -1.7

$$\sqrt{7} \rightarrow 2.6 + (-2.6) = (-2.6) + 2.6 = 0$$

نظير $\sqrt{7}$ التقديري هو -2.6

∴ الترتيب للنظير الجمعي من الاصغر الى الاكبر

$$-2.6, -2.2, -1.7$$

36 أصح الخطأ: قال ياسين ان $(-5\sqrt{7}+1)$

هو النظير الجمعي للعدد $\frac{1}{-5\sqrt{7}+1}$

$$\text{لان } (-5\sqrt{7}+1) \times \frac{1}{(-5\sqrt{7}+1)}$$

حدد خطأ ياسين وصححه.

الجواب/ جواب ياسين النظير الجمعي خطأ بينما هو

النظير الضربي اما النظير الجمعي للعدد

$$(-5\sqrt{7}+1)$$

$$\text{هو } (-5\sqrt{7}+1) + (5\sqrt{7}-1) = 0 \text{ لان } (5\sqrt{7}-1)$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

32 شاشة تلفاز: اشترت مروة تلفاز طول شاشته

48 CM وعرضها 36 CM جد النظير الجمعي لقطر الشاشة للتلفاز.

نفرض القطر الشاشة التلفاز هو X ونطبق نظرية فيثاغورس

$$x^2 = (48)^2 + (36)^2 \\ = 2304 + 1296$$

$$x^2 = 3600 \rightarrow x = \sqrt{3600} = 60\text{cm}$$

قطر التلفاز

$$60 + (-60) = (-60) + 60 = 0,$$

∴ النظير الجمعي هو -60

33 غوص: نزل ثلاثة غواصين بالاعماق التالية

تحت سطح الماء:

$$-18 \times \sqrt{\frac{36}{81}} \text{ m}, -24 \times \sqrt{\frac{1}{16}} \text{ m}, -30 \times \sqrt{\frac{9}{25}} \text{ m}$$

رتب النظير الضربي لاعمق الغواصين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الابدع عمقا الى الاقرب الى سطح الماء.

$$-18 \times \sqrt{\frac{36}{81}} = -18 \times \frac{6}{9} = -12 \times \frac{1}{12} = 1$$

نظير العمق الاول $\frac{1}{-12}$

$$-24 \times \sqrt{\frac{1}{16}} = -24 \times \frac{1}{4} = -6$$

$$-6 \times \frac{1}{-6} = 1$$

نظير العمق الثاني $\frac{1}{-6}$

$$-30 \times \sqrt{\frac{9}{25}} = 30 \times \frac{3}{5} = -18$$

$$-18 \times \frac{1}{-18} = 1 \text{ نظير العمق الثالث } \frac{1}{-18}$$

∴ ترتيب النظير الضربي لاعمق الغواصين بالنسبة الى

$$\text{مستوى سطح الماء } \frac{1}{18}, \frac{1}{12}, \frac{1}{6}$$



$$ii) \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a, \forall a \geq 0$$

$$iii) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \forall a \geq 0, b > 0$$

مثال (1) جد محيط اللوحة الفنية المستطيلة التي ابعادها $5\sqrt{18}$ cm ، $3\sqrt{2}$ cm التي رسمها بسام.

P محيط المستطيل ، **L** الطول ، **D** العرض

$$P = 2(L+D) = 2(5\sqrt{18} + 3\sqrt{2})$$

الجواب / استعمل خاصية التوزيع

$$= 2 \times 5\sqrt{18} + 3\sqrt{2} \cdot 2, \sqrt{9}, \sqrt{2}$$

عوض عن $\sqrt{18}$ بما يساويها $\sqrt{9}, \sqrt{2}$

$$= 10\sqrt{9} \times \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

وعوض بدله وبسط $\sqrt{9} = 3$

$$= 10 \times 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 36\sqrt{2} \text{ CM}$$

محيط اللوحة الفنية

مثال (2) بسط الجمل العددية التالية بأستعمال

الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع) :

$$i) 5\sqrt{12} - 7\sqrt{32}$$

$$= 5\sqrt{3 \times 4} - 7\sqrt{2 \times 16}$$

$$= 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} - 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{16}$$

$$= 5 \times 3 \cdot \sqrt{3} - 7 \times 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$= 10\sqrt{3} - 28\sqrt{2}$$

$$ii) \sqrt{5(\sqrt{10} + \sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{50} + \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{25 \times 2} + \sqrt{15} = 5\sqrt{2} + \sqrt{15}$$

يعني في حالة تبسيط الجذور التربيعية للاعداد حاول ان تحلل العدد الى حاصل ضرب عددين يمكن ايجاد جذر احدهما واكمل الحل بأستخدام الخواص كما سبق بالتبسيط.

37 **حسن عددي**: أيساوي حاصل ضرب أي عدد

حقيقي في المقلوب السالب له العدد (1)؟

الجواب / لا يساوي (1) وانما (-1).

أكتب

الخاصية التي تعبر عن المثال الآتي:

$$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3}) + \sqrt{3} = 0, \sqrt{3}, -\sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

∴ النظير الجمعي للعدد $\sqrt{3}$ هو $-\sqrt{3}$.

الدرس الثالث /

تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور

تربيعية

* تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.

* المفردات التي نستعملها : في هذا الدرس تنسيب المقام.

واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم :

العنكبوت هي انثى العنكب وهي التي تبني بيت العنكبوت وتصل عدد الخيوط الى 400 الف خيط وطول الخيط الواحد 20CM. رسم بسام لوحة فنية لبيت العنكبوت على لوح زجاجي مستطيل طوله 5√18 cm ، وعرضه 3√2 cm ما محيط اللوحة الفنية؟

3-1 تبسيط الجمل العددية

*** تبسيط الجمل بأستعمال الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع)**

وتعريفنا سابقاً تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد نسبية بأستعمال خواص الاعداد وبالاسلوب نفسه سوف نتعلم تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية بأستعمال الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع) ويمكن استعمال الخواص الآتية:

فكرة الدرس :

$$i) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a, b \geq 0$$

(يعني الجذور التربيعية للاعداد الحقيقية غير السالبة)



3-2 تبسيط الجمل العددية

◆ تبسيط الجمل العددية باستعمال الخواص (العنصر

المحايد ، النظير الجمعي، النظير الضربي)

بالامكان تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية باستعمال الخواص (العنصر المحايد ، النظير الجمعي، النظير الضربي) وفي حالة الكسر الذي مقامه جذر تربيعي سوف تستعمل عملية (تنسيب المقام) و تحويل مقام الكسر الى مقدار ليس فيه جذر وذلك بأن تضرب الكسر بالمحايد الضربي العدد 1 ثم تعوض عنه (بكسر مناسب) كما موضح في المثال.

مثال (3) بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد ، النظير الجمعي، النظير الضربي):

$$\frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times 1 \quad (\text{المحايد الضربي})$$

ضرب الكسر في 1

$$= \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}(3+\sqrt{7})}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}$$

$$= \frac{3\sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{7}$$

$$= \frac{3\sqrt{7} + 7}{7}$$

$$= \frac{3\sqrt{7} + 7}{7} \quad \text{توزيع وتبسيط}$$

معنى تنسيب المقام يعني اذا كان المقام جذراً تربيعياً نحوله الى عدد صحيح وذلك بضرب البسط والمقام \times المقام (نفسه) حتى نضرب الجذرين للمقام ونتخلص من الجذر في المقام ونضرب البسط \times البسط.

مثال (4) بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

$$i) \quad \sqrt{8(1-\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{8} - \sqrt{8}\sqrt{2} = \sqrt{8} - \sqrt{16}$$

استعمل خاصية التوزيع

$$= \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{16} = 2\sqrt{2} - 4$$

$$\begin{aligned} ii) \quad & \sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{27}) \\ & = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{27} \\ & = 3 + \sqrt{3} \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} \\ & = 3 + \sqrt{9}(\sqrt{3} \sqrt{3}) \\ & = 3 + 3 \times 3 = 3 + 9 = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} iii) \quad & 6\sqrt{125} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\ & = 6\sqrt{25 \times 5} - 2\sqrt{5} \\ & \quad \text{حول } 125 \text{ الى } 25 \times 1 \text{ وبسط الجمع} \\ & = 6\sqrt{25} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ & = 6 \times 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ & = 30\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \quad \text{لان } \sqrt{25} = 5 \\ & = (30-2)\sqrt{5} \quad \text{اخراج عامل مشترك} \\ & = 28\sqrt{5} \quad \text{النتائج} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} iv) \quad & \frac{1}{2}\sqrt{7} + \frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{6}\sqrt{7} \\ & \quad \text{اخراج عامل مشترك } \sqrt{7} \text{ وبسط القوس} \\ & = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \sqrt{7} \\ & = \frac{3+2-1}{6} \sqrt{7} = \frac{2}{3} \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v) \quad & \frac{\sqrt{5-8}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5-8}}{2\sqrt{5}} \times 1 \\ & \quad \text{ضربنا في (1) لان في المقام } \sqrt{5} \\ & = \frac{\sqrt{5-8}}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \text{ الى (1) حول}$$

ثم نوزع على البسط ونضرب في المقام

$$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5-8})}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} \quad \text{تسمى هذه العملية تنسيب المقام}$$

$$= \frac{5-8\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{5-8\sqrt{5}}{10}$$

$$= 2\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{2} + 6\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}$$

$$= 2 \times 3\sqrt{2} + 6 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$$

5 $\sqrt{27(5-\sqrt{3})} = 5\sqrt{27} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$
استعمل خاصية التوزيع

$$= 5\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \times 3}$$

$$= 5\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{9}\sqrt{3}$$

$$= 5 \times 3\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{9}\sqrt{3}$$

$$= 15\sqrt{3} - 3 \times 3 = 15\sqrt{3} - 9$$

6 $\sqrt{2}(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$

$$= \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2 \times 3} - 3 \times 2$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3} - 6 = 2\sqrt{3} - 6$$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص

(المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي)

7 $\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} \times 1$

$$= \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

ضربنا في (1) و عوضنا عنه

لان المقام $\sqrt{3}$ ووزعنا البسط \times البسط والمقام \times المقام

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{7}-2)}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{7} - 2\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{21} - 2\sqrt{3}}{3}$$

8 $\frac{8+\sqrt{7}-2}{4\sqrt{5}} = \frac{8+\sqrt{7}}{4\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$$= \frac{8\sqrt{5} + \sqrt{35}}{4 \times 5} = \frac{8 + \sqrt{35}}{20}$$

9 $\frac{8+\sqrt{7}-2}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{8}-1}{2\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

$$= \frac{\sqrt{8}(\sqrt{8}-1)}{\sqrt{8}}$$

vi) $\frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{8\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$$

$$= \frac{9\sqrt{4 \times 11}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$$

حلل $4 \times 11 = 44$
واخرج 4 من تحت الجذر واختصار

$$= \frac{9\sqrt{44} \times \sqrt{11}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$$

$$= \frac{9 \times 2\sqrt{11}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$$

$$= \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

تأكد من فهمك:

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص
(الابدال والتجميع والتوزيع):

1 $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = (4-9)\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$
اخراج عامل مشترك $\sqrt{3}$

2 $\sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{2}) = \sqrt{7}\sqrt{7} + \sqrt{7}\sqrt{2}$
خاصية التوزيع $\sqrt{7}$ على القوس
 $= 7 + \sqrt{7 \times 2} = 7 + \sqrt{14}$

3 $3\sqrt{12} - 5\sqrt{8}$

$$= 3\sqrt{4 \times 3} - 5\sqrt{4 \times 2}$$

حلل $8 = 4 \times 2$, $12 = 4 \times 3$
ووزع الجذر على المعاملات

$$= 3\sqrt{4}\sqrt{3} - 5\sqrt{4}\sqrt{2}$$

$$= 3 \times 2\sqrt{3} - 5 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{3} - 10\sqrt{2}$$

4 $\sqrt{6}(2\sqrt{3} + 6\sqrt{2})$

$$= \sqrt{6} \times 2\sqrt{3} + \sqrt{6} \times 6\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3 \times 2} + 6\sqrt{2} \sqrt{2 \times 3}$$

$$\begin{aligned}
 14 \quad & \sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{28}) \\
 & = \sqrt{7}\sqrt{7} + \sqrt{7}\sqrt{28} \quad \text{توزيع} \\
 & = 7 + \sqrt{7}\sqrt{7 \times 4} \quad \text{حولنا 28 الى } 7 \times 4 \\
 & = 7 + (\sqrt{7}\sqrt{7})\sqrt{4} \quad \text{تجميع} \\
 & = 7 + 7 \times 2 = 21
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 \quad & 4\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\
 & = 4\sqrt{16 \times 2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\
 & \quad \text{لاحظ } 32 = 16 \times 2 \\
 & = 4\sqrt{16} \cdot \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\
 & = 4 \times 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\
 & = 16\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\
 & \quad \text{اخراج عامل مشترك } \sqrt{2} \\
 & = (16 + 3 - 5)\sqrt{2} = 14\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \quad & \frac{1}{4}\sqrt{11} + \frac{1}{5}\sqrt{11} - \frac{1}{2}\sqrt{11} \\
 & = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{11} \\
 & = \frac{5+4-10}{20}\sqrt{11} = \frac{-1}{20}\sqrt{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17 \quad & \frac{\sqrt{24-5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24} - 5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\
 & = \frac{\sqrt{3} \times (\sqrt{24} - 5)}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{72} - 5\sqrt{3}}{6} \\
 & = \frac{\sqrt{36} - 5\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{36}\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{6} \\
 & = \frac{6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18 \quad & \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \frac{14\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} \times 2}{14\sqrt{3}} \\
 & \quad \text{حولنا 6 الى } 3 \times 2 \\
 & = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{14\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & = \frac{8 - \sqrt{8}}{16} = \frac{8 - \sqrt{4 \times 2}}{16} \\
 & = \frac{8 - 2\sqrt{2}}{16} = \frac{2(4 - \sqrt{2})}{16} = \frac{8 - \sqrt{2}}{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10 \quad & \frac{\sqrt{12-2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4 \times 3} - 2}{2\sqrt{3}} \times 1 \\
 & = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{3} - 2}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\
 & = \frac{\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2)}{2 \times 3} \\
 & = \frac{2 \times 3 - 2\sqrt{3}}{6} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{6} \\
 & = \frac{2(3 - \sqrt{3})}{6} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11 \quad & \frac{\sqrt{20} + \sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\
 & = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 \quad & \frac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{9 \times 3}} \\
 & = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{6(2 - \sqrt{3})}{3\sqrt{3}} \\
 & = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{\sqrt{3}} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times 1 \\
 & = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\
 & = \frac{\sqrt{3}(4 - 2\sqrt{3})}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} - 2 \times 3}{3} \\
 & = \frac{4\sqrt{3} - 6}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص
الاعداد الحقيقية:

$$\begin{aligned}
 13 \quad & \sqrt{3}(5 - \sqrt{3}) \\
 & = \sqrt{3} \times 5 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \\
 & = 5\sqrt{3} - 3 \quad \text{خاصية التوزيع والابدال}
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{7\sqrt{7} \times 2} - (\sqrt{7\sqrt{7}}) \times 5$$

$$= (\sqrt{7\sqrt{7}}) \sqrt{2} - 7 \times 5 = 7\sqrt{2} - 35$$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص
(الحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي)

$$25 \quad \frac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{9 \times 3}}$$

$$= \frac{9 - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{9 - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} \times 1$$

$$= \frac{9 - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(9 - 2\sqrt{5})}{3(\sqrt{5}\sqrt{5})}$$

$$= \frac{9\sqrt{5} - 2(\sqrt{5}\sqrt{5})}{3 \times 5}$$

$$= \frac{9\sqrt{5} - 2 \times 5}{15} = \frac{9\sqrt{5} - 10}{15}$$

$$26 \quad \frac{\sqrt{6} - 5}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - 5}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{6} \times (\sqrt{6} - 5)}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{6 - 5\sqrt{6}}{6}$$

$$27 \quad \frac{\sqrt{75} - \sqrt{36}}{2\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{25 \times 3} - \sqrt{9 \times 4}}{2\sqrt{4 \times 3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} - 6}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(5\sqrt{3} - 6)}{4 \times 3}$$

$$= \frac{\sqrt{25}\sqrt{3} - \sqrt{9}\sqrt{4}}{2\sqrt{4}\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} - 3 \times 2}{2 \times 3\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3} - 6}{4\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}\sqrt{3} - 6\sqrt{3}}{12} = \frac{5 \times 3 - 6\sqrt{3}}{12}$$

$$= \frac{15 - 6\sqrt{3}}{12}$$

$$28 \quad \frac{\sqrt{40} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times 1$$

$$= \frac{2\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

تدرب وحل التمرينات:

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص
(الابدال، التجميع، التوزيع):

$$19 \quad \sqrt{2}(1 + 7\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 7(\sqrt{2}\sqrt{2})$$

$$= \sqrt{2} + 7 \times 2 = \sqrt{2} + 14$$

$$20 \quad \sqrt{5}(\sqrt{20} - \sqrt{5}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5\sqrt{5} \times 4} - 5$$

$$= (\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}) \sqrt{4} - \sqrt{5}$$

$$= 5 \times 2 - 5 = 10 - 5 = 5$$

$$21 \quad 4\sqrt{18} - 6\sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{9 \times 2} - 6\sqrt{16 \times 2}$$

$$= 4\sqrt{9} \sqrt{2} - 6\sqrt{16} \sqrt{2}$$

$$= 4 \times 3\sqrt{2} - 6 \times 4\sqrt{2}$$

$$= 12\sqrt{2} - 24\sqrt{2} = -12\sqrt{2}$$

$$22 \quad \sqrt{10}(3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})$$

$$= \sqrt{10} \times 3\sqrt{5} - \sqrt{10} \times 7\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{5 \times 2} \times 3\sqrt{5} - \sqrt{5 \times 2} \times 7\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{5}\sqrt{2} \times 3\sqrt{5} - \sqrt{5}\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}(\sqrt{5}\sqrt{5}) - 7(\sqrt{2}\sqrt{2})\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{2} \times 5 - 7 \times 2\sqrt{5}$$

$$= 15\sqrt{2} - 14\sqrt{5}$$

$$23 \quad \sqrt{54}(2 - \sqrt{2}) = \sqrt{54} \times 2 - \sqrt{54}\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{9 \times 6} - \sqrt{9 \times 6} \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{9}\sqrt{6} - \sqrt{9}\sqrt{6}\sqrt{2}$$

$$= 2 \times 3\sqrt{6} - 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{6} - 3 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6} - 6\sqrt{3}$$

$$24 \quad \sqrt{7}(\sqrt{14} - 5\sqrt{7})$$

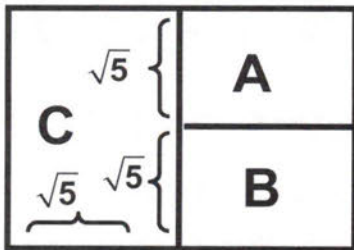
$$= \sqrt{7}\sqrt{14} - \sqrt{7} \times 5\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} 33 \quad \frac{8\sqrt{6}}{\sqrt{8}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{98}} &= \frac{8\sqrt{6}}{12\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{49 \times 2}}{12\sqrt{3}} \\ &= \frac{8\sqrt{6}}{12\sqrt{3}} = \frac{\cancel{8}^4 \sqrt{3} \sqrt{2}}{\cancel{12}_2 \sqrt{2}} \times \frac{7\sqrt{2}}{\cancel{12}_3 \sqrt{3}} \\ &= \frac{7}{3} \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 34 \quad \frac{9\sqrt{1}}{\sqrt{15}} \times \frac{10\sqrt{12}}{\sqrt{18}} \\ &= \frac{9}{\sqrt{5 \times 3}} \times \frac{10\sqrt{4 \times 3}}{\sqrt{9 \times 2}} \\ &= \frac{9}{\sqrt{5} \sqrt{3}} \times \frac{10 \times 2 \sqrt{3}}{3 \sqrt{2}} \\ &= \frac{60}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{60}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{60\sqrt{10}}{10} = 6\sqrt{10} \end{aligned}$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

35 هندسة: الشكل الهندسي المجاور مكون من ثلاثة اقسام: القسم الاول A يمثل مربع وهو مطابق الى لقسم B والقسم C يمثل مستطيلاً جد المساحة الكلية للشكل الهندسي.



مساحة الشكل A (مربع) = طول الضلع × نفسه

$$A = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

مساحة الشكل B (مربع) = طول الضلع × نفسه

$$B = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

مساحة الشكل C (مستطيل) = الطول × العرض

$$C = \sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{5}) = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5}$$

$$= 2 \times (\sqrt{5} \sqrt{5}) = 10$$

$$A + B + C = 5 + 5 + 10 = 20 \quad \text{مساحة الشكل}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{10} - \sqrt{2})}{\sqrt{5}\sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{50} - \sqrt{10}}{5} = \frac{10\sqrt{2} - \sqrt{10}}{5} \end{aligned}$$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

$$\begin{aligned} 29 \quad \sqrt{2}(7 + \sqrt{3}) - 4\sqrt{6} \\ &= 7\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{3} - 4\sqrt{6} \\ &= 7\sqrt{2} + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30 \quad \sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{50}) - 8\sqrt{2} \\ &= (\sqrt{5}\sqrt{5}) + \sqrt{5}\sqrt{50} - 8\sqrt{2} \\ &= 5 + \sqrt{5}\sqrt{25 \times 2} - 8\sqrt{2} \\ &= 5 + \sqrt{5}\sqrt{25}\sqrt{2} - 8\sqrt{2} \\ &= 5 + 5\sqrt{5}\sqrt{2} - 8\sqrt{2} \\ &= 5 + 5\sqrt{10} - 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 31 \quad 3\sqrt{8} + 3(\sqrt{6} - \sqrt{72}) \\ &= 3\sqrt{4 \times 2} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{72} \\ &= 3\sqrt{4} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{36 \times 2} \\ &= 3 \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{36} \times 2 \\ &= 6\sqrt{2} + 3\sqrt{6} - 18\sqrt{6} + (6\sqrt{2} - 8\sqrt{16}) \\ &= 3\sqrt{6} - 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32 \quad \frac{1}{6}\sqrt{13} + \frac{1}{2}(\sqrt{52} - \frac{1}{3}\sqrt{13}) \\ &= \frac{1}{6}\sqrt{13} + \frac{1}{2}\sqrt{52} - \frac{1}{6}\sqrt{13} \\ &= \frac{1}{6}\sqrt{13} + \frac{1}{2}\sqrt{4 \times 13} - \frac{1}{6}\sqrt{13} \\ &= \frac{1}{6}\sqrt{13} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} - \frac{1}{6}\sqrt{13} \\ &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$= \frac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-7 \times 2}{2} - \frac{\sqrt{3}-2 \times 3}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-14}{2} - \frac{\sqrt{3}-6}{3} = \frac{3(\sqrt{2}-14) - 2(\sqrt{3}-6)}{6}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}-42-2\sqrt{3}+12}{6} = \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}-30}{6}$$

39) $\frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \div \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = \frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{4\sqrt{2}}$

$$= \frac{(12-8\sqrt{3})}{6\sqrt{5}} \div \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = \frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(12-8\sqrt{3}) \times 2\sqrt{5}}{24\sqrt{5}\sqrt{2}} = \frac{12-8\sqrt{3}}{12\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{12\sqrt{2} - 8(\sqrt{3}\sqrt{2})}{24} = \frac{12\sqrt{2} - 8\sqrt{6}}{24}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}{6}$$

بسط ومقام بالقسمة على 4

40) **أصح الخطأ:** قال منير ان ناتج تبسيط الجملة العددية $\frac{1}{2}\sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{18} - \frac{2}{3}\sqrt{50}$ هو $2\sqrt{2}$ حدد خطأ منير وصححه.

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{18} - \frac{2}{3}\sqrt{50}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} + \frac{1}{3} \times 3\sqrt{2} - \frac{2}{3} \times 5\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{10}{3}\sqrt{2} = \left(1+1-\frac{10}{3}\right)\sqrt{2}$$

$$= \frac{(3+3-10)}{3}\sqrt{2} = \frac{-4}{3}\sqrt{2}$$

∴ جواب منير خطأ والصحيح هو $-\frac{4}{3}\sqrt{2}$

41) **حسن عددي:** ما احتمالية طول كل ضلع من الضلعين القائمين في مثلث قائم الزاوية طول وتره $\sqrt{5}$ cm

$$(\sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$$

∴ احتمال طول الضلعين القائمين هما

$$5 = 2 + 3 \quad \sqrt{2}, \sqrt{3}$$

36) **سيارة الحريق:** توقفت سيارة الحريق على بعد 20M من عمارة سكنية فرفعت سلم الحريق بزاوية معينة وبكامل طوله البالغ 35M فوصل الى احدى الطوابق للعمارة ما ارتفاع الطاب الذي وصل اليه سلم الحريق على اعتبار سيارة الحريق مع العمارة تمثل ثلث قائم الزاوية، جد ناتج بالتقريب لاقرب عشر.

نفرض ارتفاع الطابق الذي وصل اليه السلم = x
نطبق نظرية فيثاغورس

$$(35)^2 = x^2 + (20)^2$$

$$1225 = x^2 + 400$$

$$1225 = x^2 + 400$$

$$x^2 = 1225 - 400$$

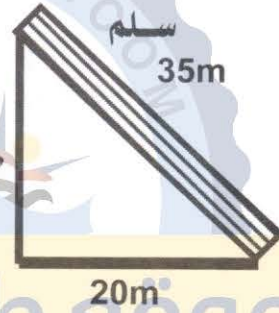
$$x^2 = 825$$

$$\therefore x = \sqrt{825}$$

$$= \sqrt{25 \times 33}$$

$$= \sqrt{25} \sqrt{33}$$

$$x = 5\sqrt{33} \text{ m}$$



تقريباً ارتفاع الطابق التقريبي $x \approx 5 \times 5.7 = 28.5\text{m}$

37) **خيمة:** واجهة الخيمة تمثل مثلثاً متساوي الساقين وتحتاج كل خيمة الى عمودين واحد للواجهة الامامية وواحد للواجهة الخلفية لتثبيتها. اذا كان طول قاعدة الواجهة الامامية للخيمة $2\sqrt{5}$ m وطول حرفها المائل 3M ما طول الاعمدة التي نحتاجها لتركيب 4 خيم؟

نفرض طول عمود التثبيت = x

والمثلث بين العمود وجزء من الخيمة

واجهة تمثل مثلث قائم الزاوية

$$(3)^2 = x^2 + (5)^2 \Rightarrow 9 = x^2 + 5$$

$$\therefore x^2 = 9 - 5 = 4$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{4} = 2\text{m} \quad \text{طول العمود}$$

$$2 \times 2 \times 4 = 16\text{m} \quad \text{طول الاعمدة}$$

وكل خيمة تحتاد عمودين ولاربعة خيم

38) **تحد:** بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

$$\frac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

اكتب

جملة عددية فيها جذور حقيقية وبسطها بأستعمال خاصية التوزيع:

$$\frac{3+2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(3+2\sqrt{5})}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{3}\sqrt{5}}{3} = \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{15}}{3}$$

الدرس الرابع /

تطبيقات على نظرية فيثاغورس

فكرة الدرس:

❖ ايجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب لعدد.
عكس نظرية فيثاغورس ثم تمثيل الاعداد النسبية على مستقيم الاعداد.

❖ المفردات التي نستعملها : في هذا الموضوع هي الجذر التربيعي الاساس.

4-1 ايجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب

❖ ايجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب تعلمت في دروس سابقة ايجاد الجذر التربيعي الموجب لعدد والجذر التربيعي لعدد ما:

هو العملية العكسية لتربيع جذر هذا العدد مثل $7^2 = 49$ أي $\sqrt{49} = 7$

والان سوف نتعلم بأن لكل عدد موجب جذران تربيعيان احدهما موجب والاخر سالب فالجذر الموجب للعدد 64 هو 8

لان $8 \times 8 = 64$ والجذر السالب هو -8

لان $-8 \times -8 = 64$

ويمكن كتابة الجذر التربيعي على الشكل

$$\pm \sqrt{64} = \pm 8 \text{ وان } -\sqrt{64} = -8$$

عند استعمال الحاسبة فإنه يظهر فقط الجذر التربيعي الموجب ويسمى بالجذر التربيعي الاساسي للعدد (اي لكل عدد حقيقي جذران حقيقيان موجب وسالب).

مثال (1) جد طول ضلع اللوحة الفنية المربعة

الشكل التي مساحتها $9m^2$

المتغير L يمثل طول ضلع اللوحة الفنية المربعة

$$L = \sqrt{9} \text{ m}$$

∴ طول ضلع اللوحة الفنية هو $3m$

نلاحظ ان: $3 \times 3 = 9 \Rightarrow \sqrt{9} = 3$

ولكن الجذر التربيعي السالب يهمل لانه

$$-3 \times -3 = 9 \Rightarrow -\sqrt{9} = -3$$

لا يوجد طول حقيقي السالب

(الاجوبة غير المعقولة تهمل عند ايجاد قيمتها)

مثال (2) جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الآتية:

$$i) \quad 36 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{36} = 6, & 6 \times 6 = 36 \\ -\sqrt{36} = -6, & -6 \times -6 = 36 \end{cases}$$

$$ii) \quad 81 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9, & 9 \times 9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9, & -9 \times -9 = 81 \end{cases}$$

$$iii) \quad \frac{9}{16} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}, & \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \\ -\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}, & \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} = \frac{9}{16} \end{cases}$$

$$iv) \quad 6.25 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{6.25} = 2.5, & 2.5 \times 2.5 = 6.25 \\ -\sqrt{6.25} = -2.5, & -2.5 \times -2.5 = 6.25 \end{cases}$$

4-2 عكس نظرية فيثاغورس

عرفنا سابقاً ودرسنا نظرية فيثاغورس التي تصف العلاقة بين وتر مثلث قائم الزاوية وطولي الضلعين القائمين الآخرين حيث (مربع الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين الآخرين) والان سوف نتعرف الى عكس نظرية فيثاغورس يعني: (في أي مثلث اذا كان مجموع مربعي طول أحد أضلاعه يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم (الزاوية)).

نأخذ المثال التالي للتوضيح

مثال (3) اذا كانت قياسات الاضلاع الثلاثة لمثلث

هي $3\text{cm}, 4\text{cm}, 5\text{cm}$ حدد فيما اذا كان

المثلث قائم الزاوية ام لا؟

نكتب مربع طول كل ضلع من اضلاع المثلث:

$$(3)^2 = 9, \quad (4)^2 = 16, \quad (5)^2 = 25$$

(نسأل سؤال هل ان احد المربعات تساوي مجموع

المربعين الآخرين يعني هل $9+16$ تساوي 25

الجواب نعم) لذلك نقول بأن المثلث قائم الزاوية

وسيكون ترتيب الجواب بالشكل:

بما ان $16+9=25$ لذا فإن المثلث يحقق عكس

نظرية فيثاغورس أي ان المثلث قائم الزاوية. وغير

ذلك المثلث ليس قائماً.

حدد ما اذا كان كل مثلث بالاضلاع المعطاة هو

مثلث قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

9 $40\text{ CM}, 9\text{ CM}, 41\text{ CM}$

نربع اطوال الاضلاع المذكورة

$$(40)^2=1600, (9)^2=81, (41)^2=1681$$

$$1600 + 81 = 1681$$

لذا فالمثلث قائم الزاوية لانه يحقق عكس نظرية فيثاغورس.

10 $4\text{ cm}, 7\text{ cm}, 5\text{ cm}$ نربع اطوال الاضلاع

$$(4)^2=16, (7)^2=49, (5)^2=25$$

$$16 + 25 \neq 49$$

(مربع طول احد الاضلاع لا يساوي مجموع مربع طولي الضلعين الاخرين) فهو مثلث غير قائم.

11 $6\text{ CM}, 8\text{ CM}, 10\text{ CM}$

نربع اطوال الاضلاع

$$(6)^2=36, (8)^2=64, (10)^2=100$$

$$3600 + 64 = 100$$

نلاحظ ان فالمثلث قائم الزاوية لانه عكس نظرية فيثاغورس.

12 $17\text{ CM}, 13\text{ CM}, 12\text{ CM}$

نربع اطوال الاضلاع

$$(17)^2=289, (13)^2=169, (12)^2=144$$

$$289 \neq 169 + 144$$

لذا فالمثلث ليس قائم الزاوية.

جد طول الضلع القائم بتقريب الناتج لا قرب عشر اذا

علمت ان طول الوتر وضع قائم لكل مثلث مما يأتي:

13 $12\text{ cm}, 6\text{ cm}, \text{-----}$

نفرض طول الضلع القائم الآخر x

$$\therefore (12)^2 = (6)^2 + x^2$$

$$x^2 = (12)^2 - (6)^2 = 144 - 36 = 108$$

$$x = \sqrt{108} \approx 10.4\text{ cm}$$

14 $10\text{ cm}, 20\text{ cm}, \text{-----}$

$$(20)^2 = (10)^2 + x^2$$

$$x^2 = (20)^2 - (10)^2$$

$$= 400 - 100 = 300$$

$$x = \sqrt{300} \approx 17.3\text{ cm}$$

4-3 تمثيل الاعداد النسبية

تمثيل الاعداد غير النسبية على مستقيم الاعداد

مثال (4) مثل العدد $\sqrt{41}$ على مستقيم الاعداد بشكل دقيق.

الخطوة 1/

نجد عددين مربعين مجموعهما 41 وهما 16, 25.

الخطوة 2/

ارسم على ورق المربعات مثلث قائم الزاوية طول ساقيه 4, 5 وحدات وهما الجذرين الاساسيين للعددين 16, 25.

الخطوة 3/

افتح الفرجال بطول الوتر ثم ضع رأسه المدبب عند العدد (0) وارسم قوسا يقطع مستقيم الاعداد في نقطة تمثل $\sqrt{41}$.

تأكد من فهمك:

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الاتية

1 $16 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{16} = 4, & 4 \times 4 = 16 \\ -\sqrt{16} = -4, & -4 \times -4 = 16 \end{cases}$

2 $25 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{25} = 5, & 5 \times 5 = 25 \\ -\sqrt{25} = -5, & -5 \times -5 = 25 \end{cases}$

3 $49 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{49} = 7, & 7 \times 7 = 49 \\ -\sqrt{49} = -7, & -7 \times -7 = 49 \end{cases}$

4 $64 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{64} = 8, & 8 \times 8 = 64 \\ -\sqrt{64} = -8, & -8 \times -8 = 64 \end{cases}$

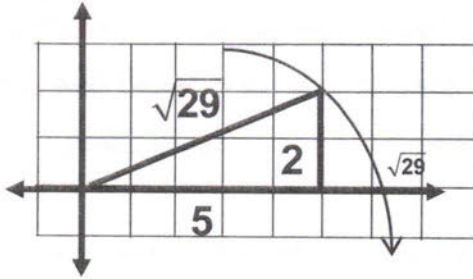
5 $\frac{9}{25} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}, & \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25} \\ -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}, & -\frac{3}{5} \times -\frac{3}{5} = \frac{9}{25} \end{cases}$

6 $\frac{36}{81} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{36}{81}} = \frac{6}{9}, & \frac{6}{9} \times \frac{6}{9} = \frac{36}{81} \\ -\sqrt{\frac{36}{81}} = -\frac{6}{9}, & -\frac{6}{9} \times -\frac{6}{9} = \frac{36}{81} \end{cases}$

7 $1.21 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{1.21} = 1.1, & 1.1 \times 1.1 = 1.21 \\ -\sqrt{1.21} = -1.1, & -1.1 \times -1.1 = 1.21 \end{cases}$

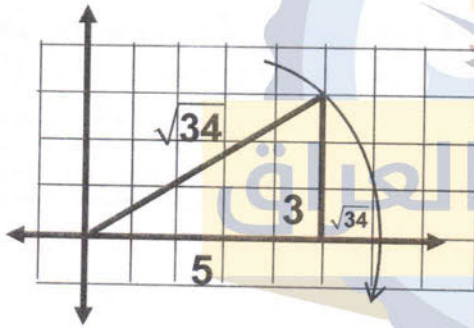
8 $2.25 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2.25} = 1.5, & 1.5 \times 1.5 = 2.25 \\ -\sqrt{2.25} = -1.5, & -1.5 \times -1.5 = 2.25 \end{cases}$

$$18 \quad \sqrt{29} \Rightarrow 29 = (5)^2 + (2)^2$$



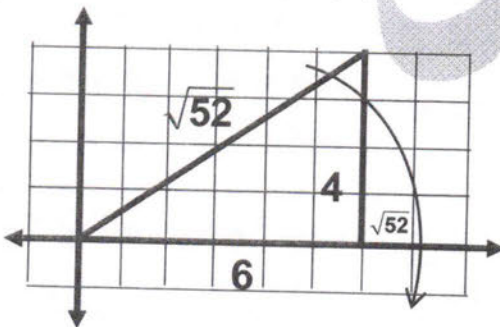
نجد عددين مجموعهما $29 = 4 + 25$ نرسم مثلث قائم طول كل من ساقيه $2, 5$ ووتره $\sqrt{29}$ ثم نعين $\sqrt{29}$ على مستقيم الاعداد كما سبق.

$$19 \quad \sqrt{34} \Rightarrow 34 = (5)^2 + (3)^2$$



نجد عددين مجموعهما $34 = 9 + 25$ نرسم مثلث طول ساقيه $3, 5$ وطول وتره $\sqrt{34}$ ونعين $\sqrt{34}$ على مستقيم الاعداد كما سبق.

$$20 \quad \sqrt{52} \Rightarrow 52 = (6)^2 + (4)^2$$



بنفس الطريقة $52 = 36 + 16$ نرسم المثلث طول كل من ساقيه $4, 6$ فيكون الوتر $\sqrt{52}$ نعين $\sqrt{52}$ على مستقيم الاعداد باستخدام الفرجال كما سبق.

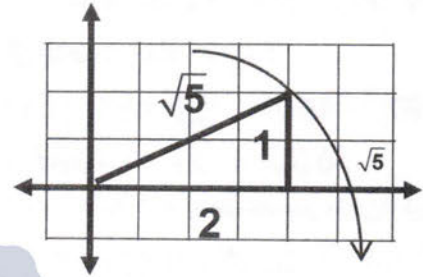
$$21 \quad \sqrt{45} \Rightarrow 45 = 36 + 9$$

$$45 = (6)^2 + (3)^2$$

نرسم المثلث طول كل من ساقيه $3, 6$ ووتره $\sqrt{45}$ ثم نعين على مستقيم الاعداد كما سبق.

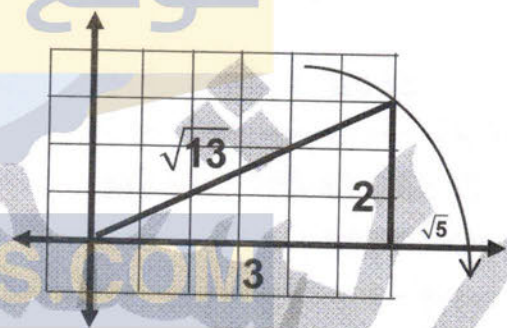
مثل الاعداد التالية على مستقيم الاعداد بشكل دقيق:

$$15 \quad \sqrt{5} \Rightarrow 5 = (2)^2 + (1)^2$$



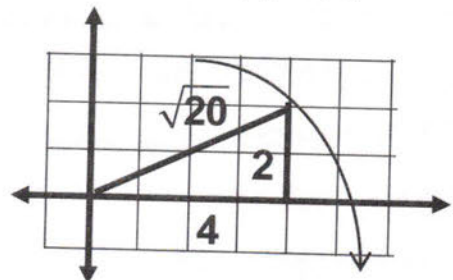
نجد عددين مجموع مربعيهما يساوي $5 = 1 + 4$ نرسم مثلث قائم الزاوية طول ساقيه $1, 2$ ووتره $\sqrt{5}$. نجد طول الوتر باستخدام الفرجال حيث نثبت الطرف المدب على العدد صغير وأرسم قوساً يقطع مستقيم الاعداد في نقطة تمثل $\sqrt{5}$ وهذه تعتبر نقطة تعين $\sqrt{5}$ على مستقيم الاعداد بشكل دقيق.

$$16 \quad \sqrt{13} \Rightarrow 13 = 3^2 + 2^2$$



نجد عددين مجموع مربعيهما $13 = 4 + 9$ طول وتر المثلث القائم الزاوية طول ساقيه $2, 3$ هو $\sqrt{13}$ نرسم المثلث القائم الزاوية طول ساقيه $2, 3$ ، ثم نجد طول الوتر ونعيه على مستقيم الاعداد بالفرجال كما سبق:

$$17 \quad \sqrt{20} \Rightarrow 20 = (4)^2 + (2)^2$$



نجد عددين مجموع مربعيهما $20 = 4 + 16$ المثلث طول ساقيه $2, 4$ ووتره $\sqrt{20}$ ونعين $\sqrt{20}$ على خط الاعداد كما سبق.

حدد ما اذا كان كل مثلث بالاضلاع المعطاة هو
مثلث قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

33 $2\text{cm}, 3\text{cm}, \sqrt{13}\text{cm}$

نربع اطوال الاضلاع

$$(2)^2=4, (3)^2=9, (\sqrt{13})^2=13$$

$$4 + 9 = 13 \text{ نلاحظ ان}$$

: المثلث قائم الزاوية عكس نظرية فيثاغورس

34 $4\text{cm}, 6\text{cm}, \sqrt{50}\text{cm}$

نربع اطوال الاضلاع

$$(4)^2=16, (6)^2=36, (\sqrt{50})^2=50$$

نلاحظ ان $16 + 36 \neq 50$ لذلك المثلث ليس قائم
الزاوية لا يحقق عكس فيثاغورس.

35 $20\text{cm}, 15\text{cm}, \sqrt{625}\text{cm}$

نربع اطوال الاضلاع

$$(20)^2=400, (15)^2=225, (\sqrt{625})^2=625$$

$$225 + 400 = 625 \text{ نلاحظ ان}$$

36 $4\text{cm}, 5\text{cm}, \sqrt{50}\text{cm}$

نربع اطوال الاضلاع

$$(4)^2=16, (5)^2=25, (\sqrt{50})^2=50$$

$$50 \neq 25 + 16 \text{ نلاحظ ان}$$

جد طول الضلع القائم بتقريب الناتج لا قرب عشر اذا
علمت ان طول الوتر وضع قائم لكل مثلث مما يأتي:

37 $9\text{cm}, 6\text{cm}, \text{-----}$

نفرض طول الضلع القائم الاخر X

$$(9)^2=(6)^2+(x)^2$$

$$x^2=(9)^2-(6)^2=81-36$$

$$x^2=\sqrt{45} \approx 6.7 \text{ cm}$$

تقريباً طول ضلع الآخر

38 $10\text{cm}, 5\text{cm}, \text{-----}$

نفرض طول الضلع القائم الاخر X

$$(10)^2=(5)^2+(x)^2$$

$$x^2=(10)^2-(5)^2=100-25=75$$

22 $\sqrt{65} \rightarrow 65 = 49 + 16$

$$65 = (7)^2 + (4)^2$$

نرسم المثلث طول كل من ساقيه 4, 6 ووتره $\sqrt{65}$
ثم يعبين على مستقيم الاعداد كما سبق.

تدرب وحل التمرينات:

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الآتية:

23 $4 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{4} = 2, & 2 \times 2 = 4 \\ -\sqrt{4} = -2, & -2 \times -2 = 4 \end{cases}$

24 $36 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{36} = 6, & 6 \times 6 = 36 \\ -\sqrt{36} = -6, & -6 \times -6 = 36 \end{cases}$

25 $81 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9, & 9 \times 9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9, & -9 \times -9 = 81 \end{cases}$

26 $121 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{121} = 11, & 11 \times 11 = 121 \\ -\sqrt{121} = -11, & -11 \times -11 = 121 \end{cases}$

27 $225 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{225} = 15, & 15 \times 15 = 225 \\ -\sqrt{225} = -15, & -15 \times -15 = 225 \end{cases}$

28 $\frac{16}{49} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}, & \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49} \\ -\sqrt{\frac{16}{49}} = -\frac{4}{7}, & -\frac{4}{7} \times -\frac{4}{7} = \frac{16}{49} \end{cases}$

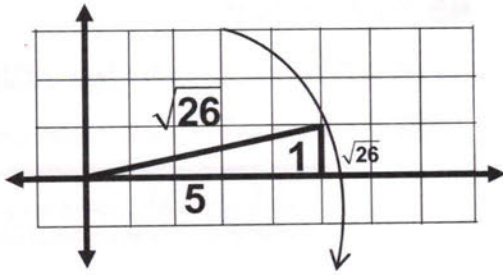
29 $\frac{9}{4} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}, & \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \\ -\sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{3}{2}, & -\frac{3}{2} \times -\frac{3}{2} = \frac{9}{4} \end{cases}$

30 $\frac{25}{64} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}, & \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64} \\ -\sqrt{\frac{25}{64}} = -\frac{5}{8}, & -\frac{5}{8} \times -\frac{5}{8} = \frac{25}{64} \end{cases}$

31 $6.25 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{6.25} = 2.5, & 2.5 \times 2.5 = 6.25 \\ -\sqrt{6.25} = -2.5, & -2.5 \times -2.5 = 6.25 \end{cases}$

32 $10.24 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{10.24} = 3.2, & 3.2 \times 3.2 = 10.24 \\ -\sqrt{10.24} = -3.2, & -3.2 \times -3.2 = 10.24 \end{cases}$

$$42 \quad \sqrt{26} \rightarrow 26 = (5)^2 + (1)^2$$

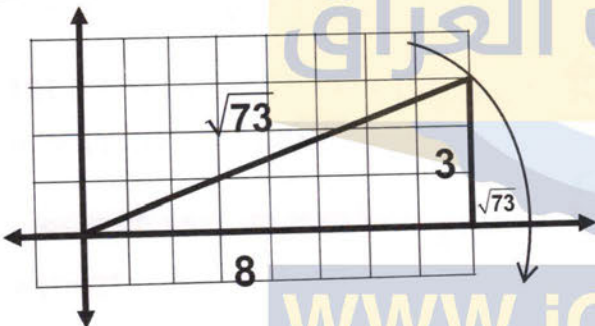


نجد عددين مجموع مربعيهما $25 + 1 = 26$ نرسم مثلث طول كل من ساقيه $1, 5$ وتره $\sqrt{26}$ ثم نعين $\sqrt{26}$ على مستقيم الاعداد بنفس الطريقة السابقة.

$$43 \quad \sqrt{29} \quad \text{نفس حل سؤال } 18$$

$$44 \quad \sqrt{41} \quad \text{نفس حل مثال } 4$$

$$45 \quad \sqrt{73} \rightarrow 73 = (8)^2 + (3)^2$$



نجد عددين مجموع مربعيهما $9 + 64 = 73$ نرسم مثلث قائم الزاوية طول كل من ساقيه $3, 8$ وتر $\sqrt{73}$ ونفتح الفرغال ونثبت المدبب عند (0) ونفتح بقدر طول الوتر ونرسم قوسا حيث يقطع مستقيم الاعداد عند $\sqrt{73}$ وهي تمثل $\sqrt{73}$ على مستقيم الاعداد.

$$46 \quad \sqrt{50} \rightarrow 50 = 25 + 25 = (5)^2 + (5)^2$$

نجد عددين مجموع مربعيهما $49 + 1$ او

$$25 + 25 = 50$$

نرسم مثلث قائم الزاوية طول كل من ساقيه $5, 5$ او $1, 7$ وتره $\sqrt{50}$ ثم نجد موقع $\sqrt{50}$ على مستقيم الاعداد بنفس الطريقة السابقة.

تدرب وحل مسائل حياتية:

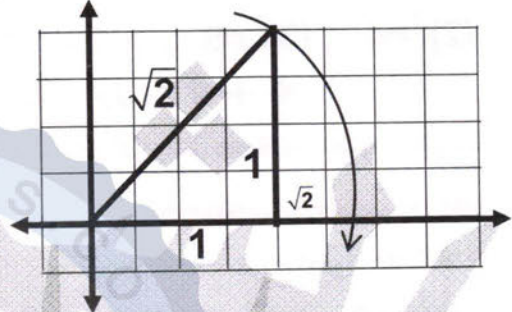
47 طائرة ورقية: تعد الطائرة الورقية احدي اللعب المفضلة عند كثير من الاطفال والكبار وفي الشكل المجاور اذا كان ارتفاع الطائدة 2 او 3 او 4 او 5 او 6 او 7 او 8 او 9 او 10 او 11 او 12 او 13 او 14 او 15 او 16 او 17 او 18 او 19 او 20 او 21 او 22 او 23 او 24 او 25 او 26 او 27 او 28 او 29 او 30 او 31 او 32 او 33 او 34 او 35 او 36 او 37 او 38 او 39 او 40 او 41 او 42 او 43 او 44 او 45 او 46 او 47 او 48 او 49 او 50 او 51 او 52 او 53 او 54 او 55 او 56 او 57 او 58 او 59 او 60 او 61 او 62 او 63 او 64 او 65 او 66 او 67 او 68 او 69 او 70 او 71 او 72 او 73 او 74 او 75 او 76 او 77 او 78 او 79 او 80 او 81 او 82 او 83 او 84 او 85 او 86 او 87 او 88 او 89 او 90 او 91 او 92 او 93 او 94 او 95 او 96 او 97 او 98 او 99 او 100

$$x = \sqrt{75} \approx 8.7 \text{ cm}$$

تقريبا طول ضلع الآخر

مثل الاعداد التالية على مستقيم الاعداد بشكل دقيق:

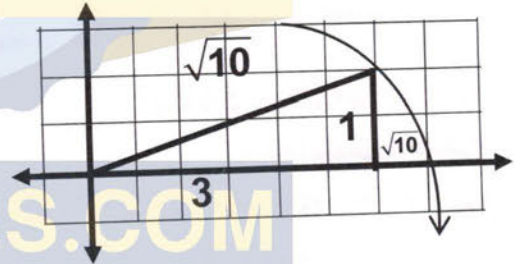
$$39 \quad \sqrt{2} \rightarrow 2 = 1^2 + 1^2$$



نجد عددين مجموع مربعيهما $1 + 1 = 2$

نرسم مثلث طول كل من ساقيه $1, 1$ وتره $\sqrt{2}$ نفتح الفرغال ونتين الرأس المدبب عند (0) ونفتحه بقدر طول الوتر ونرسم القوس الذي يقطع مستقيم الاعداد في $\sqrt{2}$.

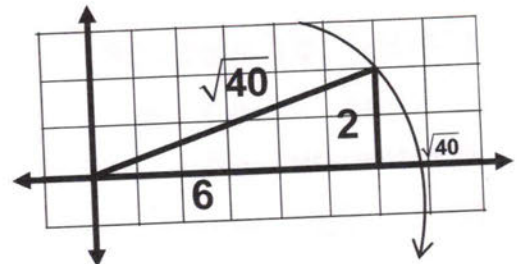
$$40 \quad \sqrt{10} \rightarrow 10 = (3)^2 + (1)^2$$



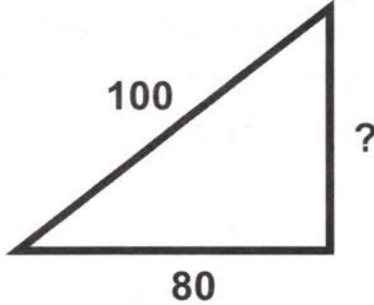
نجد عددين مجموع مربعيهما $1 + 9 = 10$

نرسم مثلث طول كل من ساقيه $3, 1$ وتره $\sqrt{10}$ نفتح الفرغال بقدر طول الوتر ونثبت الرأس المدبب عند (0) ثم نرسم قوسا من نهايته يقطع مستقيم الاعداد في $\sqrt{10}$.

$$41 \quad \sqrt{40} \rightarrow 40 = (6)^2 + (2)^2$$



نجد عددين مجموع مربعيهما $36 + 4 = 40$ وبنفس الطريقة نستطيع نرسم مثلث طول كل من ساقيه $2, 6$ وتره $\sqrt{40}$ ثم نعين $\sqrt{40}$ على خط الاعداد كما سبق ذكره.



نفرض ارتفاع المنطاد $X =$
 $(100)^2 = x^2 + (80)^2$
 $x^2 = (100)^2 - (80)^2 = 10000 - 6400 = 3600$
 $x = \sqrt{3600} = 60 \text{ m}$ ارتفاع المنطاد

فكر

تعد: جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد التالية:

50 $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16}$

$\sqrt{16} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{16} = 4, 4 \times 4 = 16 \\ -\sqrt{16} = -4, -4 \times -4 = 16 \end{cases}$

51 $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{243}{3}} = \sqrt{81}$

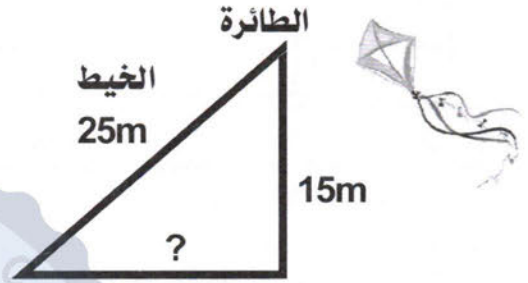
$\sqrt{81} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9, 9 \times 9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9, -9 \times -9 = 81 \end{cases}$

52 $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{16}} = \sqrt{\frac{625}{16}}$

$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{625}{16}} = \frac{25}{4}, \frac{25}{4} \times \frac{25}{4} = \frac{625}{16} \\ -\sqrt{\frac{625}{16}} = \frac{-25}{4}, \frac{-25}{4} \times \frac{-25}{4} = \frac{625}{16} \end{cases}$

53 أصح الخطأ: قالت سندس ان المثلث الذي اضلاعه $1.5 \text{ CM}, 1.1 \text{ CM}, 1.8 \text{ CM}$ يمثل مثلث قائم الزاوية، حدد خطأ سندس وصححه.
 نربح الاعداد أولاً:

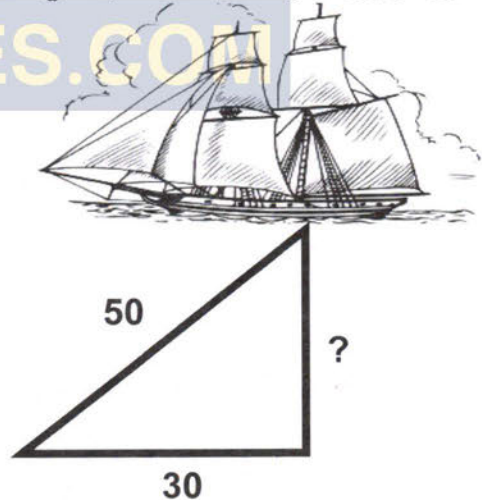
سطح الارض 15 M وطول الخيط المثبت به الطائرة من طرف وييد الطفل من طرف آخر هو 25 M ما نوع المثلث الذي تشكل من ارتفاع الطائرة والخيط والمسافة الافقية جد طول الكسافة الافقية.



الحل/ بما ان المثلث قائم الزاوية الذي تصنعه الطائرة مع الخيط وارتفاع الطائرة عن الارض فان المثلث يمكن ان نطبق عليه نظرية فيثاغورس لاييجاد المسافة (البعد) الافقية.

نفرض البعد الافقي فان
 $(25)^2 = (15)^2 + x^2$
 $x^2 = (25)^2 - (15)^2 = 625 - 225$
 $x^2 = 400 \rightarrow x = \sqrt{400} = 200 \text{ m}$ البعد الافقي
 يهمل الجذر التربيعي السالب لانه طول

48 مركب شراعي: الشكل المجاور لمركب شراعي يطفو على سطح الماء. جد عمق الماء تقريباً لاقرّب عشر اذا علمت ان طول الوتر والضع القائم كما مثبتة في الشكل:



نفرض العمق $X =$
 نطبق فيثاغورس
 $(50)^2 = x^2 + (30)^2$
 $x^2 = (50)^2 - (30)^2$
 $= 2500 - 900 = 1600$
 $\therefore x = \sqrt{1600} = 40 \text{ m}$ عمق الماء

49 منطاد: هو بالوزن كبير الحجم متصل بأسفله بسلة لنقل الناس او البضائع وله استخدامات عديدة كوسيلة نقل، الشكل المجاور يمثل منطادا هوائيا جد ارتفاعه عن سطح الارض.

أسابيع ثم يعتمدون على أنفسهم، الجدول التالي يبين عدد الجراء وكمية الحليب التي يحتاجون إليها الجراء في اليوم الواحد.

مثل الجدول في المستوى الاحداثي:

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

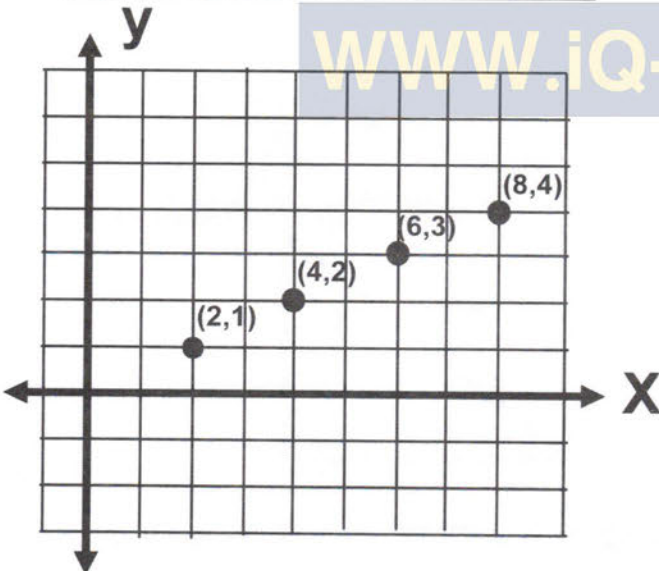
5-1 تمثيل جدول القيم في المستوى

تمثيل جدول قيم في المستوى الاحداثي :
تعرفت سابقا الى المستوى الاحداثي الذي يتكون من مستقيمين متعامدين في نقطة تسمى بنقطة الاصل، المستقيم الافقي يعرف بمحور السينات، والمستقيم العمودي يعرف بمحور الصادات، والمستوي مقسم على اربعة ارباع، وكذلك تعلمت كيفية تمثيل ازواج مرتبة في المستوى الاحداثي والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل جدول قيم في المستوى الاحداثي يتضمن اعداد نسبية وذلك بكتابة الازواج المرتبة أولا من الجدول ثم تمثيلها على المستوى الاحداثي.

مثال (1)

مثل جدول القيم التالي في المستوى الاحداثي

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4



نكتب الازواج المرتبة $(2,1)$, $(4,2)$, $(6,3)$, $(8,4)$ حيث الحقل الاول يمثل y والزوج المرتب هو (x,y) نمثل كل زوج مرتب بنقطة في المستوى الاحداثي.

مثال (2) مثل جدول القيم التالي في المستوى

الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله

X	-2	2	-2	2
Y	5	5	0	0

$$(1.5)^2 = 2.25, (1.1)^2 = 1.21, (1.8)^2 = 3.24$$

$$2.25 + 1.21 = 3.24$$

كلا لانه يساوي 3.46

∴ المثلث ليس قائم لذلك جواب سندس خطأ.

حس عددي : هل يمكن رسم مثلث قائم الزاوية؟

قياس اطوال اضلاعه كما يلي موضعا اجابتك :

$$54 \quad 3\text{cm}, 5\text{cm}, \sqrt{34}\text{cm}$$

نربع اطوال الاضلاع

$$(3)^2 = 9, (5)^2 = 25, (\sqrt{34})^2 = 34$$

هل ان $9 + 25 = 34$ يمكن رسم مثلث قائم الزاوية حسب عكس نظرية فيثاغورس.

$$55 \quad 1.5\text{cm}, 2.5\text{cm}, 3.5\text{cm}$$

نربع اطوال الاضلاع

$$(1.5)^2 = 2.25, (2.5)^2 = 6.25, (3.5)^2 = 12.25$$

$$2.25 + 6.25 = 8.5 \neq 12.25$$

∴ لا يمكن رسم مثلث قائم الزاوية

اكتب

معادلة يمكن ايجاد طول الضلع المجهول فيها لمثلث قائم الزاوية فيه قياس طول الوتر 10 cm وضلع القائم 6 cm

نفرض طول الضلع الاخر X

$$(10)^2 = (6)^2 + (x)^2$$

$$x^2 = (10)^2 - (6)^2 = 100 - 36 = 64$$

طول ضلع الآخر

الدرس الخامس

المستوى الاحداثي Coordinate Plane

فكرة الدرس :

تمثيل جدول قيم في المستوى الاحداثي، ايجاد المسافة بين نقطتين.

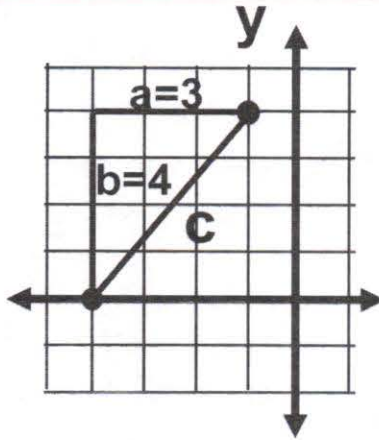
المفردات التي نستعملها : الزوج المرتب، المستوى الاحداثي، نقطة الاصل، محور السينات، محور الصادات، جدول القيم، الارباع.

وايك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم

النمر حيوان ضخم مفترس من الثدييات آكلت اللحوم من فصيلة السنوريات والاسم العلمي له **PANTHERA TIGERS**، تلد النمرة (انثى النمر) من حيوان ثمانية حاء بظلمة في دعابته امهم مدة 6





$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \pm \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$c = \pm \sqrt{9 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{25}$$

$$c = \pm 5$$

لذا فالمسافة بين
النقطتين هو
5 وحدات.

ملاحظة/

يمكن الحصول على
المثلث القائم الزاوية
كما يلي:
1- من تقاطع

المستقيمين المرسومين
من النقطتين
موازيان للمحورين.

2- من تقاطع العمودين المرسومين من النقطتين
على المحورين.

مثال (4) مثل كل زوج من الزوجين المرتبين

$$\{(-3,3), (0,0), (1,-5), (3,0)\}$$

في المستوى الاحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لاقرب عشر.

أولاً/ مثل كل نقطتين بالمستوى الاحداثي.

ثانياً/ ارسم مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور.

ثالثاً/ جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين
لكل مثلث.

المثلث في الربع الرابع/

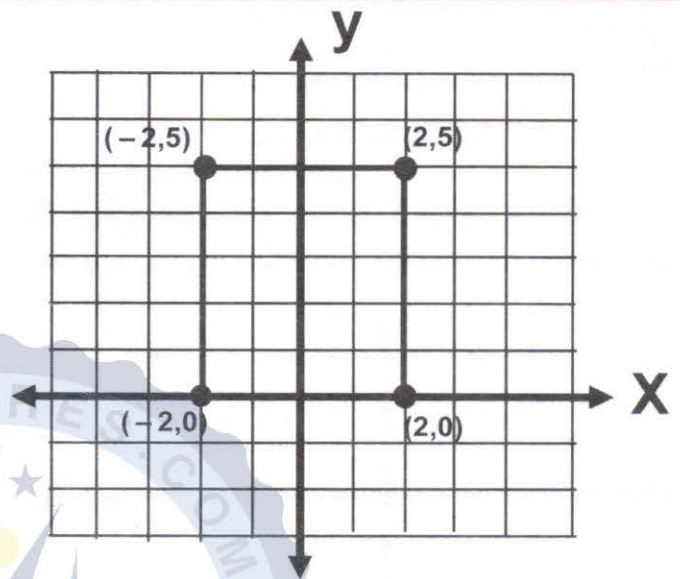
وحدات $a=2$ ، وحدات $b=5$

المثلث في الربع الثاني/

وحدات $a=3$ ، وحدات $b=3$

رابعاً/ استعمل نظرية فيثاغورس لاجاد طول الوتر c

المثلث في الربع الرابع /



اكتب الازواج المرتبة $(-2,5), (2,5), (-2,0), (2,0)$
مثل كل زوج بنقطة في المستوى الاحداثي، ثم
صل بين النقاط والشكل الناتج الذي يمثله جدول
القيم مستطيل.

5-2 ايجاد المسافة بين نقطتين

❖ ايجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي :
تعلمت في الجزء الاول من الدرس على كيفية كتابة
الازواج المرتبة من جدول قيم ثم كيفية تمثيلها على
المستوى الاحداثي. والآن سوف نتعلم كيفية ايجاد المسافة
بين نقطتين في المستوى الاحداثي وكذلك ايجاد البعد
بشكل تقريبي بين المدن بأستعمال نظرية فيثاغورس
وغيرها من التطبيقات.

مثال (3)

مثل الزوجين المرتبين $(-1,4)$ ، $(-4,0)$ في المستوى
الاحداثي ثم جد المسافة بينهما.

أولاً/ مثل النقطتين بالمستوى الاحداثي.

ثانياً/ ارسم مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور.

ثالثاً / جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين.

$a=3$ ، $b=4$ وحدات

(من حساب التدرج على الاحداثيات)

رابعاً/ استعمل نظرية فيثاغورس لاجاد طول الوتر c

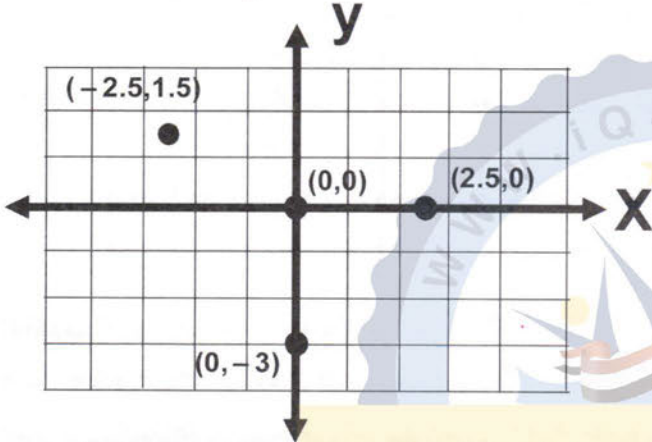


2	X	0	-2.5	0	2.5
	Y	0	1.5	-3	0

اكتب الأزواج المرتبة وهي:

$(0,0)$, $(-2.5,1.5)$, $(0,-3)$, $(2.5,0)$

ثم نعينها على المستوى الاحداثي المتعامد المحورين.

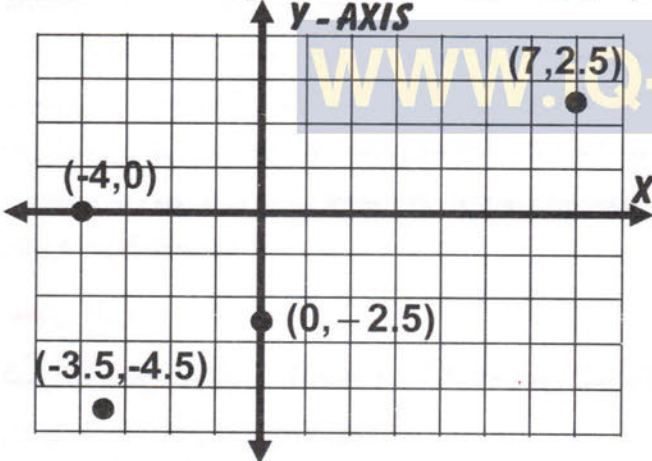


3	X	-4	7	-3.5	0
	Y	0	2.5	-4.5	-2.5

اكتب الأزواج المرتبة وهي:

$(-4,0)$, $(7,2.5)$, $(-4.5,-3.5)$, $(0,2.5)$

ثم نعينها على المستوى الاحداثي المتعامد المحورين.

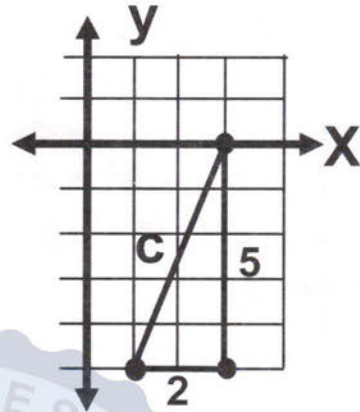
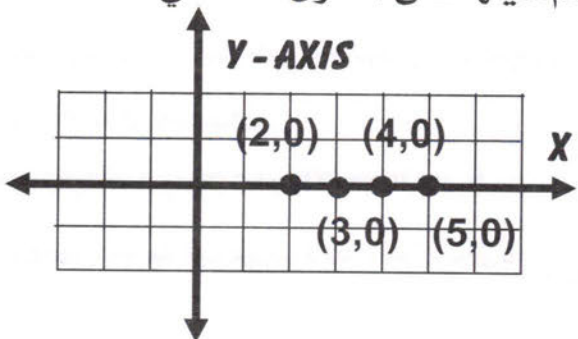


4	X	2	3	4	5
	Y	0	0	0	0

اكتب الأزواج المرتبة وهي:

$(2,0)$, $(3,0)$, $(4,0)$, $(5,0)$

ثم نعينها على المستوى الاحداثي.



$$a=2, b=5$$

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

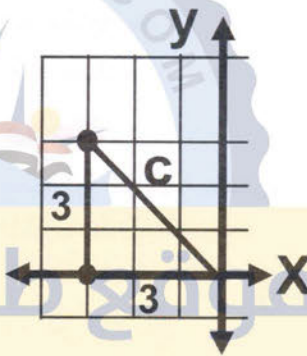
$$c = \pm \sqrt{2^2 + 5^2}$$

$$c = \pm \sqrt{4 + 25}$$

$$c = \pm \sqrt{29}$$

$$c \approx \pm 5.4$$

لذا فالمسافة بين النقطتين هو 5.4 وحدات تقريبا.



المثلث في الربع الثاني /

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \pm \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$c = \pm \sqrt{9 + 9}$$

$$c = \pm \sqrt{18}$$

$$c \approx \pm 4.2$$

لذا فالمسافة بين النقطتين هو 4.2 وحدات تقريبا.

تاكد من فهمك:

مثل كل جدول من الجداول التالية في المستوى الاحداثي:

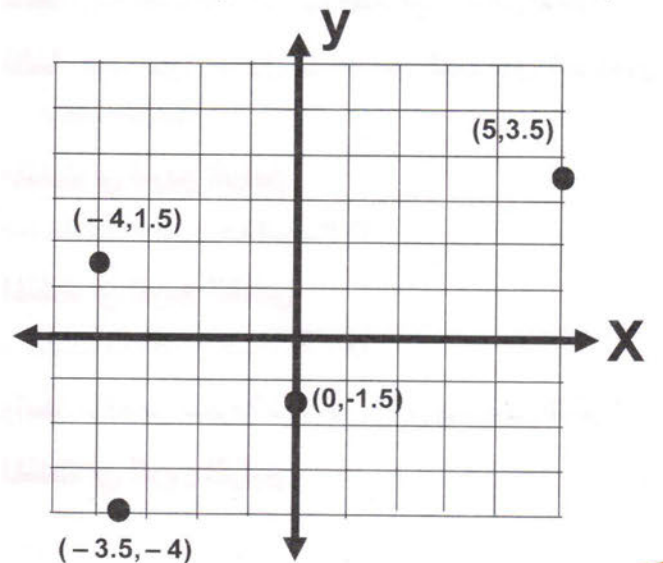
1	X	0	-4	-3.5	5
	Y	-1.5	1.5	-4	3.5

اكتب الأزواج المرتبة من جدول القيم:

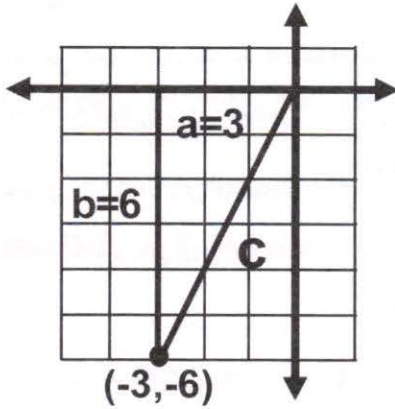
$(0,-1.5)$, $(-4,1.5)$, $(-3.5,-4)$, $(5,3.5)$

نرسم الاحداثي السيني والصادي

ونعين النقاط على المستوى الاحداثي.



8 $\{(-3,-6),(0,0)\}$



وحدات 3 = a

وحدات 6 = b

$$c = \pm\sqrt{9+36}$$

$$c = \pm\sqrt{45}$$

$$c \approx \pm 6.7$$

∴ المسافتين

النقطتين 6.7

وحدات تقريبا

9 $\{(7,2),(3,5)\}$

$$a = 4, b = 3$$

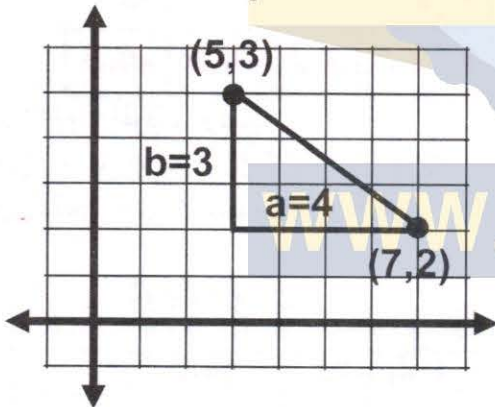
$$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$$

$$c = \pm\sqrt{16+9}$$

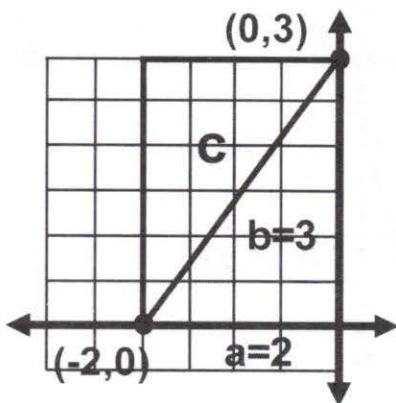
$$c = \pm\sqrt{25}$$

$$c = \pm 5$$

∴ المسافة 5 وحدات



10 $\{(-2,0),(0,3)\}$



وحدات 2 = a

وحدات 3 = b

$$c = \pm\sqrt{4+9}$$

$$c = \pm\sqrt{13}$$

$$c \approx \pm 3.6$$

∴ المسافتين

النقطتين 3.6

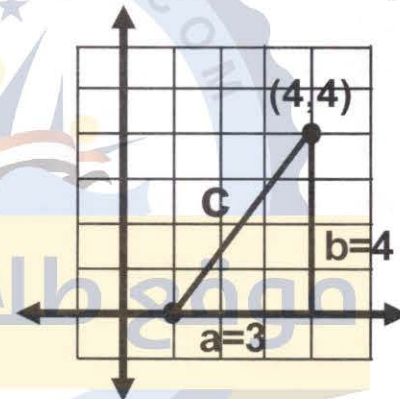
وحدات تقريبا

ملاحظة/ نكتب $c = \pm$ لان الجذر التربيعي يمكن ان يكون موجب وسالب ونذكره كقاعدة لكننا نأخذ الموجب لان c هنا طول

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عشر

5 $\{(1,0),(4,4)\}$

نرسم المستوى الاحداثي المتعامد المحورين يعني الاحداثي السيني والصادي ثم نعين عليه النقطتين $(1,0)$, $(4,4)$ ثم نجد a, b من حساب التدرج وترسم المثلث القائم الزاوية حيث a, b اضلاعه ونفرض وتره c وبتطبيق فيثاغورس. نجد طول الوتر c وهي تمثل المسافة بين النقطتين:



$$a = 3, b = 4$$

$$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$$

$$c = \pm\sqrt{9+16}$$

$$c = \pm\sqrt{25}$$

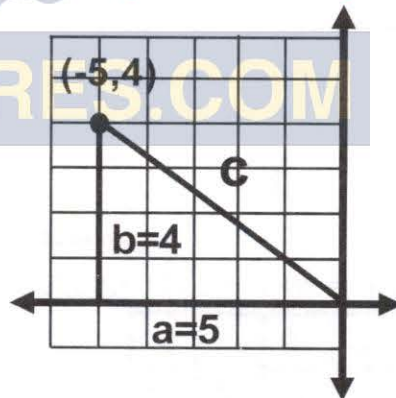
$$c = \pm 5$$

∴ المسافتين

النقطتين

5 وحدات

6 $\{(0,0),(-5,4)\}$



وحدات 5 = a

وحدات 4 = b

$$c = \pm\sqrt{25+16}$$

$$c = \pm\sqrt{41}$$

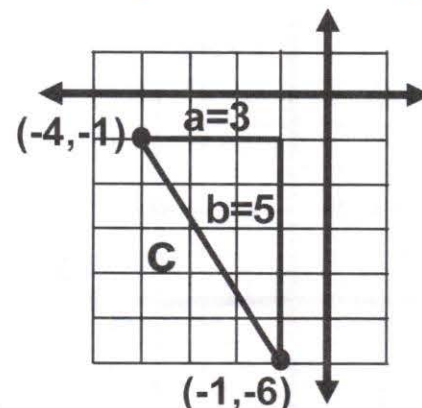
$$c \approx \pm 6.4$$

∴ المسافتين

النقطتين 6.4

وحدات تقريبا

7 $\{(-4,-1),(-1,-6)\}$



وحدات 3 = a

وحدات 5 = b

$$c = \pm\sqrt{9+25}$$

$$c = \pm\sqrt{34}$$

$$c \approx \pm 5.8$$

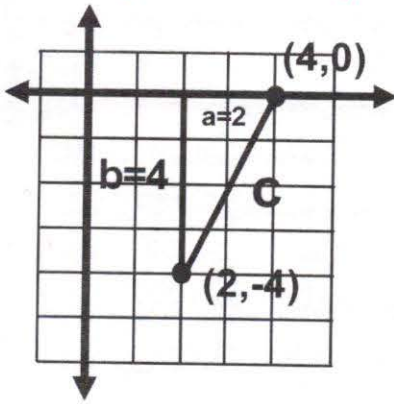
∴ المسافتين

النقطتين 5.8

وحدات تقريبا



17 $\{(2,-4),(4,0)\}$



$$a = 2, b = 4$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

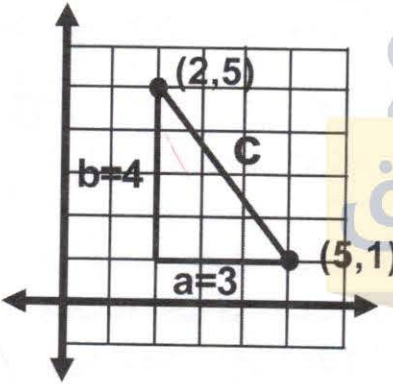
$$c = \pm \sqrt{4 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{20}$$

$$c = \pm 4$$

المسافة
4 وحدات

18 $\{(5,1),(2,5)\}$



$$a = 3$$

$$b = 4$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

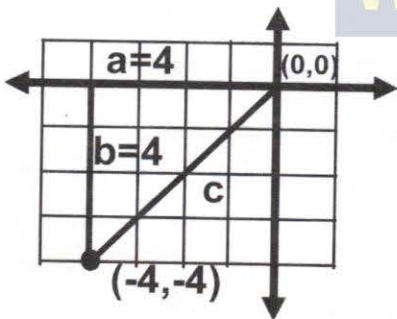
$$c = \pm \sqrt{9 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{25}$$

$$c = \pm 5$$

المسافة
5 وحدات

19 $\{(0,0),(-4,-4)\}$



$$a = 4 \text{ وحدات}$$

$$b = 4 \text{ وحدات}$$

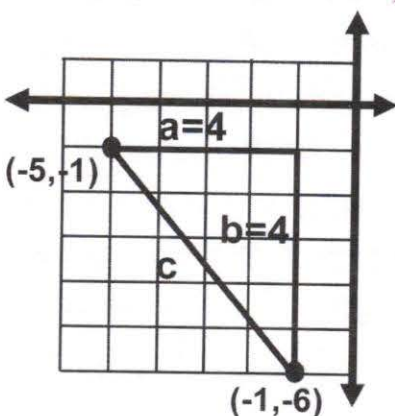
$$c = \pm \sqrt{16 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{32}$$

$$c \approx \pm 5.6$$

المسافة 5.6
وحدات تقريبا

20 $\{(-5,-1),(-1,-6)\}$



$$a = 4 \text{ وحدات}$$

$$b = 5 \text{ وحدات}$$

$$c = \pm \sqrt{16 + 25}$$

$$c = \pm \sqrt{41}$$

$$c \approx \pm 6.4$$

المسافة 6.4
وحدات تقريبا

النقاط هي:

$$\{(3,0), (3,2), (1,2), (-1,2), (-3,2), (3,-2)\}$$

X	3	3	1	-1	-3	3
Y	0	2	2	2	2	-2

جدول القيم

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوى
الاحداثي ثم جد المسافة بينهما لا قرب عشر اذا
كانت لا تمثل عددا صحيحا

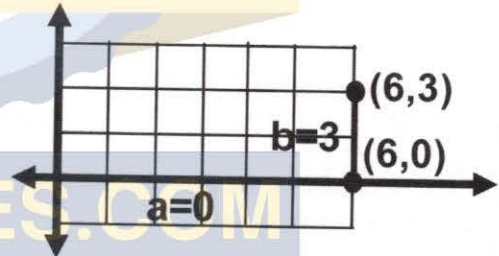
15 $\{(6,0),(6,3)\}$

وحدات $a = 0$
وحدات $b = 3$

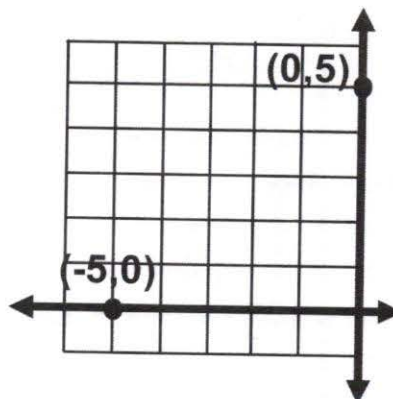
$$c = \pm \sqrt{9}$$

$$c = \pm 3$$

المسافة هي 3 وحدات تقريبا
لا يمكن رسم لان $a = 0$



16 $\{(-5,0),(0,5)\}$



$$a = 0 \text{ وحدات}$$

$$b = 10 \text{ وحدات}$$

$$c = \pm \sqrt{0 + 100}$$

$$c = \pm \sqrt{100}$$

$$c = \pm 10$$

المسافة 10
وحدات تقريبا

لا يمكن رسم مثلث لان $a = 0$

اطلب النسخة الاصلية

من مكتب الشمس حصرا

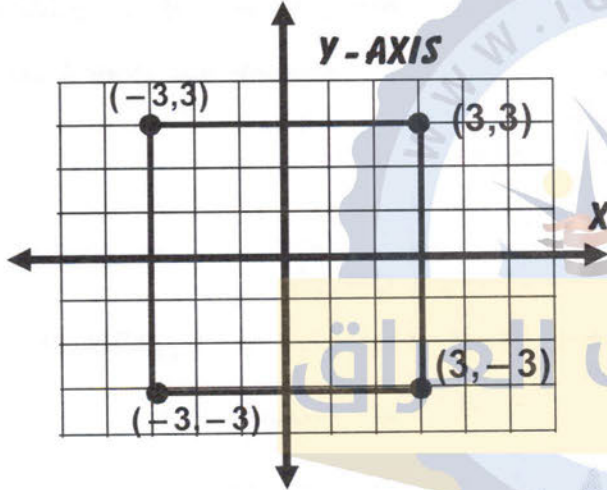
موبايل / ٠٧٩٠١٧٥٣٤٦١ / ٠٧٩٠٥٠٣٠٩٤٢

فكر

نقد: مثل كل جدول قيم من الجداول التالية في المستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله .

24	X	3	-3	-3	3
	Y	3	3	-3	-3

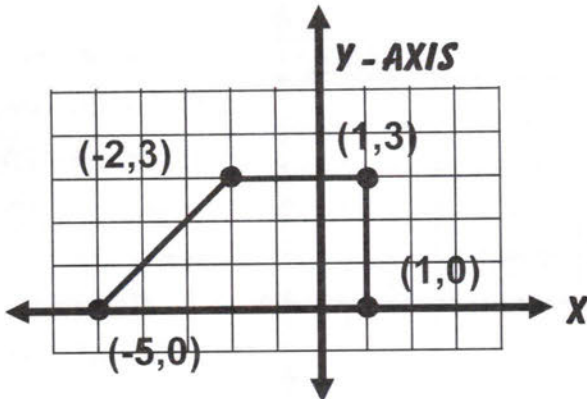
النقاط هي: $\{(3,3), (-3,3), (-3,-3), (3,-3)\}$ عين النقاط على المستوى الاحداثي فالشكل الناتج مربع.



الشكل الناتج مربع

25	X	1	-5	1	-2
	Y	0	0	3	3

النقاط هي: $\{(1,0), (-5,0), (1,3), (-2,3)\}$ عين النقاط على المستوى الاحداثي فالشكل الناتج شبه منحرف.



الشكل الناتج شبه منحرف

26 أصح خطأ: قال خالد ان الاحداثي اصادي (V) لنقطة على محور السينات (X) يمثل المسافة بين النقطة ونقطة الأصل. حدد خطأ خالد وصححه. **الجواب/ خطأ.** الاحداثي السيني هو الذي يمثل المسافة.

تدرب وحل مسائل حياتية:

(راجع رسوم المسائل على ص 53 من الكتاب)

21 خريطة: تمثل كل وحدة على الخريطة 61

من المسافة الحقيقية تقع مدينة الموصل في النقطة $(-3,5)$ ومدينة بغداد على نقطة الأصل ما المسافة التقريبية بين بغداد والموصل؟ الخط الواصل بين الموصل وبغداد هو C والذي يصل بين النقطتين $(-3,5)$, $(0,0)$ حيث $b=5$, $a=3$

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm \sqrt{3^2 + 5^2}$$

$$c = \pm \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \rightarrow c \approx 5.8 \text{ تقريبا}$$

22 حيدر: تمثل كل وحدة على الشكل

البياني 50M من المسافة الحقيقية اذا وقف الصياد في النقطة $(2,1)$ توجه بندقية الى طير في النقطة $(-3,3)$ ما المسافة التقريبية بين الطير والصياد؟ لتكن C تمثل المسافة التي تمثل البعد بين النقطتين $(-3,3)$, $(2,1)$.

حيث $b=2$, $a=5$ من الوحدات:

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm \sqrt{5^2 + 2^2}$$

$$c = \pm \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} \rightarrow c \approx 5.4 \text{ تقريبا}$$

∴ المسافة التقريبية بين الصياد والطير $5.4 \times 50 = 270 \text{ M}$ تقريبا.

23 غواصة: تمثل كل وحدة على الشكل

البياني 5KM من المسافة الحقيقية، غواصة تحت الماء تقف في النقطة $(-5,-4)$ تريد ان تصيب هدفا في النقطة $(2,0)$ ما المسافة التقريبية بين الهدف والغواصة؟

لتكن C المسافة التي تمثل البعدين موقع الغواصة والهدف حيث: $a=7$, $b=4$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm \sqrt{7^2 + 4^2}$$

$$c = \pm \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65} \rightarrow c \approx 8.06 \text{ تقريبا}$$

∴ المسافة بين الغواصة والهدف $8 \times 5 = 40 \text{ KM}$

الدرس السادس

خطة حل المسألة (تحديد معقولة الاجابة)

فكرة الدرس:

❖ أستعمال تحديد معقولة الاجابة في حل المسألة..
اليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم:

أراد أحمد ان يقطع عرج تمر من نخلة في حديقة المنزل، فوضع أحمد سلما على النخلة قاعة السلم على الارض تبعد 3 متر من النخلة ونهايته على قلب النخلة الذي يرتفع عن الارض بمقدار 12 متر يقول أحمد ان طول السلم مساو لطول النخلة تقريبا. هل اجابته معقولة؟

أفهم:

ما المعطيات في المسألة: ارتفاع النخلة 12M ووضع سلم بشكل مائل على النخلة بحيث ان قاعدة السلم تبعد من النخلة بمقدار 3M، نهايته السلم على قلب النخلة المطلوب في المسألة: ايجاد طول السلم.

خطط:

كيف تحل المسألة؟ بما ان اجابة أحمد تقديرية فجد طول السلم بأستعمال نظرية فيثاغورس وقارن بين طول السلم وطول النخلة.

حل:

السلم مع النخلة يضع مثلثا قائم الزاوية، اطوال ضلعيه القائمين هي 3M , 12M وطول الوتر فيه هو طول السلم ويمكن ايجاد طول السلم بتطبيق نظرية فيثاغورس بتقريب الناتج لا قرب عشر

$$L = \sqrt{3^2 + 12^2} = \sqrt{9 + 144} = \sqrt{153} \approx 12.369 \text{ m}$$

∴ طول السلم هو 12.4 M وهو قريب من طول النخلة لذلك اجابة أحمد معقولة.

تحقق // من نظرية فيثاغورس

$$\sqrt{(12.4)^2 - 3^2} = \sqrt{153.76 - 9}$$

وهو مقارب لطول النخلة

$$= \sqrt{144.79} \approx 12.031 \approx 12$$

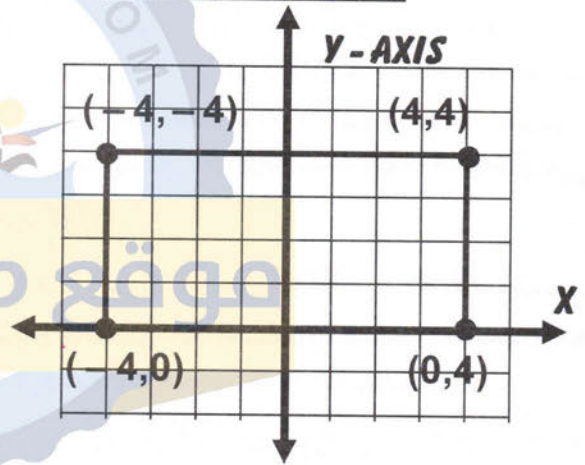
لذا اجابة أحمد معقولة

27 **حسن عددي:** هل ان جدول القيم التالي يمثل شكلا مضلعا سداسيا عند تمثيله على المستوى الاحداثي؟ ولماذا؟

الجواب/ كلا

لان النقاط $(-4,0)$, $(-4,-4)$, $(0,4)$, $(4,4)$ لو نمثلها على المستوى الاحداثي نحصل على شكل رباعي وليس سداسي.

X	4	0	-4	-4
Y	4	4	-4	0



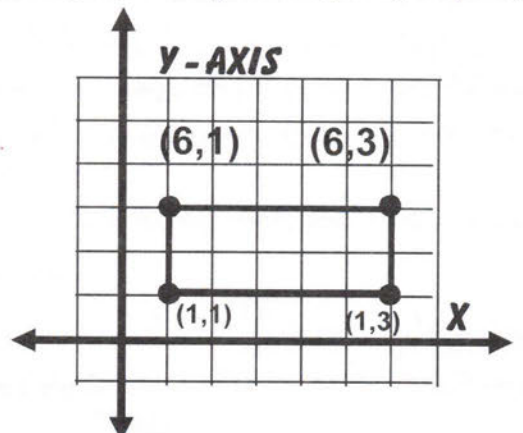
الشكل الناتج رباعي

أكتب

اسم الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم التالي عند تمثيله في المستوى الاحداثي.

X	1	1	6	6
Y	3	1	3	1

النقاط هي: $(1,3)$, $(1,1)$, $(6,3)$, $(6,1)$ ونمثلها على المستوى الاحداثي سنحصل على شكل مستطيل.



الشكل الناتج مستطيل



مسائل :

حل المسائل التالية بأستراتيجية (تحديد معقولة الاجابة)

1

شراء: اشترت سري تلفاز بعدا شاشته 18.2 CM , 36CM قال البائع ان قطر شاشة التلفاز 40CM تقريبا هل اجابته معقولة؟
الحل / معطيات السؤال هي ابعاده يعني الطول والعرض 18.2CM , 36CM

المطلوب قطر الشاشة ويمكن ان نطبق نظرية فيثاغورس وليكن r هو القطر والذي يمثل (وتر) بالنسبة للمثلث القائم الذي اطوال اضلاعه 32cm , 18.2 cm

$$r = \sqrt{(36)^2 + (18.2)^2} = \sqrt{129 + 33.34}$$

قطر الشاشة $r = \sqrt{1627.24} = 40.339...m$
∴ القطر $r \approx 40.3cm$ وهو مقرب لا قرب عشر لذلك جواب البائع معقول جدا ان قطر الشاشة 40cm تقريبا.

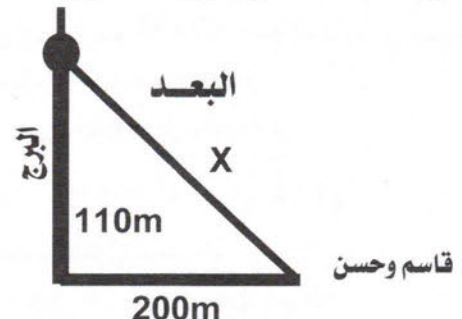
تحقق // ايضا بأستخدام نظرية فيثاغورس

$$\sqrt{(40.3)^2 - (36)^2} = \sqrt{1624.09 - 1296}$$

احد الابعاد $= \sqrt{328.09} \approx 18.113m$
∴ جواب البائع معقول جدا

2

برج الاتصالات: وهو برج سياحي يقع في منطقة اليرموك في العاصمة بغداد شيد سنة 1991م بأرتفاع 204m وفيه المطعم الدوار (المتحرك) على ارتفاع 110m قاسم وحسن يرغبان الصعود الى المطعم الدوار وهما يقفان على بعد 200m من قاعدة البرج. قال قاسم ان المطعم يبعد منا 250m تقريبا وقال حسن لا يبعد 220m، بين ايهما تقديره معقول.



نلاحظ ان الشكل المخطط يمثل مثلث قائم الزاوية والمطلوب البعد (بعد المطعم عن قاسم وحسن) يعني

الوتر وبعدهما عن قاعدة المطعم 200 متر وارتفاع

$$x^2 = (200)^2 + (110)^2$$

المطعم 110 متر لذلك

$$x = \sqrt{40000 + 12100} = \sqrt{52100} \approx 228.3m$$

بعد المطعم عن قاسم وحسن تقريبا والتحقق بنفس الطريقة وهو ارتفاع المطعم

$$\sqrt{5212 - 40000} \approx 110.1 m$$

لذلك جواب حسن معقول جدا

3

كرة قدم: شاهدت نسرين ملعب البصرة الدولي الذي يقع ضمن لمدينة الرياضية في مدينة البصرة والذي يتسع لـ 60000 شخصا متفرجا وقالت ان قطر مساحة كرة القدم 90M تقريبا، هل تقديرها معقول اذا علمت ان ابعاد الساحة هي $80M \times 40M$ ؟

الحل / يعني ابعاد اساحة 80M , 40M والملاعب مستطيل والقطر مع الضلعين يمثلان مثلث قائم الزاوية ونستطيع ان نجد قطر المساحة.

$$x = \sqrt{(80)^2 + (40)^2} = \sqrt{6400 + 1600}$$

تقريبا $x = \sqrt{8000} \approx 89.4m$
∴ جواب نسرين معقول لانه تقريبي.

والتحقق /

$$\sqrt{(89.4)^2 - (40)^2} = \sqrt{7992.36 - 600}$$

تقريبا $x = \sqrt{6392.36} \approx 79.9m$

4

رياضة: المسبح الاولمبي يكون طوله 50M وعرضه 25M ويكون مقسما على 12 حارة وعمقه اكبر من عشرة أمتار اذا ان رياضة القفز الهوائي من المنصة تحتاج الى عمق كبير وذلك لآمان اللاعب قدر باسل قطر المسبح بستة وخمسين مترا هل تقديره معقول؟

نفس الطريقة السابقة في ايجاد قطر الملعب، ابعاد المسبح 50, 25 مترا

$$x = \sqrt{(50)^2 + (25)^2} \approx 55.9m$$

لذلك تقدير باسل معقول لان قريب جدا من القطر الحقيقي.



ii) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1, \forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$

$\sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17} = 1, \forall \sqrt{17} \in \mathbb{R}$

تدريب (1) اكتب مثالا لكل خاصية من الخواص الآتية:

i) $a+b = b+a, ab = ba, \forall a, -a \in \mathbb{R}$

$5+\sqrt{5} = \sqrt{5} + 5, 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \times 2$ ابدال

ii) $a(b+c) = ab + ac, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$3(\sqrt{6}+\sqrt{5}) = 3\sqrt{6}+3\sqrt{5}$ توزيع

مثال (2)

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

i) $3\sqrt{2}+5 \rightarrow 3\sqrt{2}+5 (-3\sqrt{2}-5)$

$= (3\sqrt{2}-3\sqrt{2}) + (5-5)$

$= (0) + (0) = 0$

ii) $\sqrt{7}-\sqrt{5} + (-\sqrt{7}+\sqrt{5})$

$(\sqrt{7}-\sqrt{7})+(-\sqrt{5}+\sqrt{5})=0+0=0$

لذا نظير العدد $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ هو $-\sqrt{7}+\sqrt{5}$

تدريب (2)

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

i) $\sqrt{\frac{1}{3}} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{3}} + (-\sqrt{\frac{1}{3}}) = (-\sqrt{\frac{1}{3}}) + \sqrt{\frac{1}{3}} = 0$

لذا النظير الجمعي للعدد $\sqrt{\frac{1}{3}}$ هو $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

ii) $5\sqrt{11}-9$

$5\sqrt{11}-9 + (-5\sqrt{11}+9)$

$(5\sqrt{11}-5\sqrt{11})+(-9+9)$

$= (0) + (0) = 0$

لذا فالنظير الجمعي للعدد $5\sqrt{11}-9$ هو $-5\sqrt{11}+9$

الدرس الثالث /

تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور

تربيعية

مثال (1) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال، التجميع، والتوزيع)

$6\sqrt{8}-5\sqrt{27} \rightarrow 6\sqrt{4 \times 2}-5\sqrt{9 \times 3}$

$= 6\sqrt{4}\sqrt{2}-5\sqrt{9}\sqrt{3}$

$= 12\sqrt{2}-15\sqrt{3}$

مراجعة الفصل الثاني

Chapter Two Review

المفردات تحفظ جيدا من صفحة 56.

الدرس الاول /

مفهوم الأعداد الحقيقية، وتمثيلها على خط الأعداد

مثال (1) صف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبي او غير حقيقي:

عدد صحيح

عدد نسبي، عدد حقيقي

i) $\sqrt{16}=4$

ii) $\sqrt{10} \approx 3.1622776$ عدد نسبي، عدد حقيقي

iii) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

عدد نسبي، عدد حقيقي

تدريب (1) صف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي:

عدد صحيح

عدد نسبي، عدد حقيقي

i) $\sqrt{25}=5$

ii) $\sqrt{21} \approx 4.5825$ عدد نسبي، عدد حقيقي

iii) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

عدد نسبي، عدد حقيقي

مثال (2)

رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر إلى الأكبر

$2.828..., \sqrt{\frac{12}{5}}, \sqrt{5}$

$\sqrt{5} \approx 1.594, \sqrt{\frac{12}{5}} \approx 1.549...$

$\sqrt{\frac{12}{5}}, \sqrt{5}, 2.828...$ الترتيب

تدريب (2) رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر إلى الأكبر

$3.238..., \sqrt{\frac{7}{2}}, \sqrt{12}$

$\sqrt{\frac{7}{2}} \approx 1.8708..., \sqrt{12} \approx 3.4641$

$\sqrt{\frac{7}{2}}, 3.8708..., \sqrt{12}$ الترتيب

الدرس الثاني /

خصائص الأعداد الحقيقية

مثال (1) اكتب مثالا لكل خاصية من الخواص الآتية:

i) $a+(-a) = (-a)+a = 0, \forall a, -a \in \mathbb{R}$

$\sqrt{5}+(-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5})+\sqrt{5} = 0, \sqrt{5}, -\sqrt{5} \in \mathbb{R}$

$$\text{ii) } 1.21 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{1.21} = 1.1, 1.1 \times 1.1 = 1.21 \\ -\sqrt{1.21} = -1.1, -1.1 \times -1.1 = 1.21 \end{cases}$$

مثال (2) حدد ما اذا كان المثلث بالاضلاع المعطاة هو قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

9 نربع الاضلاع **13cm, 12cm, 5cm**

$$(13)^2 = 169, (12)^2 = 144, (5)^2 = 25$$

وبما ان $144 + 25 = 169$ لذا فإنه يحقق عكس نظرية فيثاغورس اي المثلث قائم الزاوية.

تدريب (2) حدد ما اذا كان المثلث بالاضلاع المعطاة هو قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

i) نربع الاضلاع **3cm, 5cm, $\sqrt{34}$ cm**

$$(3)^2 = 9, (5)^2 = 25, (\sqrt{34})^2 = 34$$

نلاحظ ان $25 + 9 = 34$ عليه ان المثلث قائم الزاوية عكس مبرهنته فيثاغورس.

ii) **20cm, 15cm, 25cm**

يترك حلها للطالب

الدرس الخامس /

المستوى الاحداثي

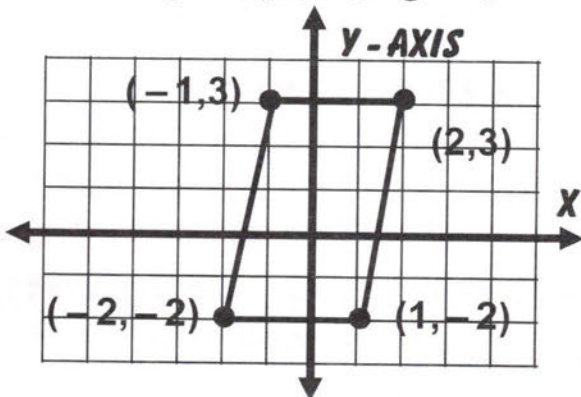
مثال (1) مثل الجدول التالي في مستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم

X	2	-1	-2	1
Y	3	3	-2	-2

اكتب الازواج المرتبة وهي:

$(2,3), (-1,3), (-2,-2), (1,-2)$

ومثل كل منها على المستوى الاحداثي الشكل الناتج هو متوازي اضلاع



تدريب (1) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال، التجميع، والتوزيع)

$$\begin{aligned} 9\sqrt{32} - 5\sqrt{8} &\rightarrow 9\sqrt{16 \times 2} - 5\sqrt{4 \times 2} \\ &= 9\sqrt{16}\sqrt{2} - 5\sqrt{4}\sqrt{2} \\ &= 9 \times 4\sqrt{2} - 5 \times 2\sqrt{2} = 36\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \\ &= (36-10)\sqrt{2} = 26\sqrt{2} \end{aligned}$$

مثال (2) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي):

$$\begin{aligned} \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} &= \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times 1 = \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5}(4-\sqrt{5})}{5} = \frac{4\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}-5}{5} \end{aligned}$$

تدريب (2) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي):

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}} &= \frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}} \times 1 \\ &= \frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-9)}{3\sqrt{7}\sqrt{7}} \\ &= \frac{7-9\sqrt{7}}{3 \times 7} = \frac{7-9\sqrt{7}}{21} \end{aligned}$$

الدرس الرابع /

تطبيقات على نظرية فيثاغورس

مثال (1)

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد

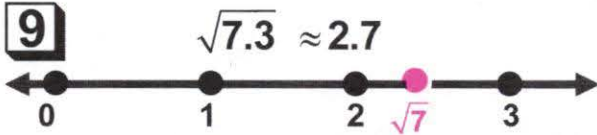
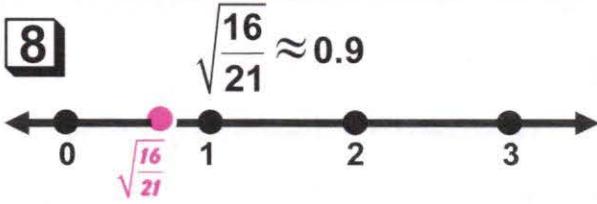
$$\text{i) } 25 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{25} = 5, 5 \times 5 = 25 \\ -\sqrt{25} = -5, -5 \times -5 = 25 \end{cases}$$

$$\text{ii) } \frac{16}{49} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}, \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49} \\ -\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{3}{4}, \frac{-4}{7} \times \frac{-4}{7} = \frac{16}{49} \end{cases}$$

تدريب (1)

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد

$$\text{i) } 49 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{49} = 7, 7 \times 7 = 49 \\ -\sqrt{49} = -7, -7 \times -7 = 49 \end{cases}$$



قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز

(> , < , =)

10 $\sqrt{17} \square 4\frac{1}{5}$
 $\sqrt{17} \approx 4.123$, $4\frac{1}{5} = 4.25$

$\sqrt{17} < 4\frac{1}{5}$

11 $-\sqrt{9} \square -\sqrt{6.25}$
 $-\sqrt{9} = -3$, $-\sqrt{6.25} = -2.5$

$-\sqrt{9} < -\sqrt{6.25}$

12 $\frac{0}{\sqrt{7}} \square \frac{0}{\sqrt{5}}$
 $\frac{0}{\sqrt{7}} = 0$, $\frac{0}{\sqrt{5}} = 0$

$\frac{0}{\sqrt{7}} = \frac{0}{\sqrt{5}}$

13 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر

الى الأكبر: $2.236...$, 2.25 , 2

$2.236...$, $\sqrt{2.25} = 1.5$, $\sqrt{2} = 1.414$

الترتيب $\sqrt{2}$, $\sqrt{2.25}$, $2.236...$

14 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر

الى الأصغر: $-\sqrt{11}$, $-3\frac{1}{4}$, -3.33

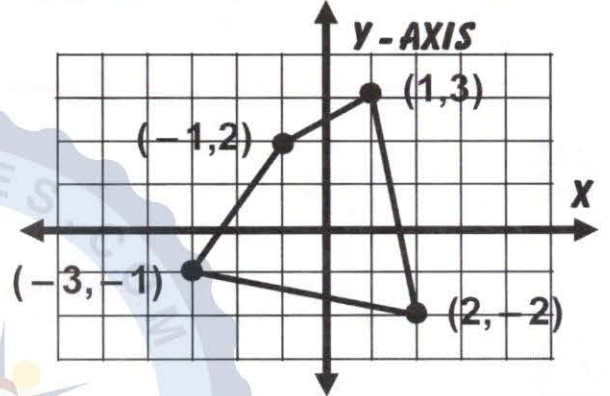
$-\sqrt{11} \approx -3.316...$, $-3\frac{1}{4} = -3.25$, -3.33

الترتيب $-3\frac{1}{4}$, $-\sqrt{11}$, -3.33

اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

تدريب (1) مثل الجدول التالي في مستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم

X	-1	1	2	-3
Y	2	3	-2	-1



اكتب الازواج المرتبة وهي:

$(-1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, -2)$, $(-3, -1)$

ومثل كل منها على المستوى الاحداثي اذن الشكل الناتج هو شكل رباعي

اختبار الفصل الثاني

Chapter Test

صنف العدد من حيث كونه عدد نسبي او غير

نسبي او غير حقيقي:

1 $-\sqrt{49} = -7$ عدد صحيح، عدد نسبي حقيقي

2 $-\sqrt{13} \approx 3.6055$ غير نسبي، حقيقي

3 $\frac{0}{-6} = 0$ صحيح، نسبي، حقيقي

4 $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ نسبي، حقيقي

5 $\sqrt{-16}$ عدد غير حقيقي

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب

عشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد:

6 $\sqrt{15} \approx 3.9$



7 $-\sqrt{32} \approx -5.7$



$$= (0) + (0) = 0$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}} \text{ لذا النظير الجمعي للعدد}$$

$$-\frac{3}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}} \text{ هو العدد}$$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية:

$$21 \quad \sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{1}$$

النظير الضربي هو $\frac{\sqrt{12}}{1}$

$$22 \quad -6\sqrt{3} - 1$$

$$(-6\sqrt{3} - 1) \times \frac{1}{(-6\sqrt{3} - 1)} = 1$$

لذا النظير الضربي للعدد $\frac{1}{(-6\sqrt{3} - 1)}$ هو العدد

$$23 \quad \sqrt{5} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{5\sqrt{5} - 1}{5} \times \frac{5}{5\sqrt{5} - 1} = 1$$

لذا النظير الضربي للعدد $\frac{5}{5\sqrt{5} - 1}$ هو العدد

$$24 \quad -3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{3}$$

$$-3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{3} = -\frac{7}{2} - \frac{7}{3}$$

$$= -\frac{21 - 14}{6} = -\frac{35}{6} \times \frac{6}{-35} = 1$$

لذا النظير الضربي للعدد $\frac{6}{-35}$ هو العدد

$$15 \quad 1 \times a = a \times 1 = a, \forall a \in \mathbb{R}$$

$$1 \times \sqrt{5} = \sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5}, \forall \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

$$16 \quad a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1, \forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1, \forall \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

$$17 \quad 5\sqrt{11} - 7$$

$$5\sqrt{11} - 7 + (-5\sqrt{11} + 7)$$

$$(5\sqrt{11} - 5\sqrt{11}) + (-7 + 7)$$

$$= (0) + (0) = 0$$

لذا النظير الجمعي للعدد $-5\sqrt{11} + 7$ هو العدد

$$18 \quad -\sqrt{1} - \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{1} - \sqrt{2} + (+\sqrt{1} + \sqrt{2})$$

$$(-\sqrt{1} + \sqrt{1}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{2})$$

$$= (0) + (0) = 0$$

النظير الجمعي هو $+\sqrt{1} + \sqrt{2}$

$$19 \quad \sqrt{12} - \frac{1}{16}$$

$$\sqrt{12} - \frac{1}{16} + (-\sqrt{12} + \frac{1}{16})$$

$$(\sqrt{12} - \sqrt{12}) + (-\frac{1}{16} + \frac{1}{16})$$

$$= (0) + (0) = 0$$

لذا النظير الجمعي للعدد $-\sqrt{12} + \frac{1}{16}$ هو العدد

$$20 \quad \frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}} + (-\frac{3}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}})$$

$$(\frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}}) + (-\frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}})$$

$$31 \quad \frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{27}}{12\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6 \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times 12\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{12} = \sqrt{3}$$

$$32 \quad \frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{32}}$$

$$= \frac{3 \times 2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} \times \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$$

$$33 \quad \sqrt{3}(9 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{27}$$

$$= 9\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3}$$

$$= 9\sqrt{3} + 3 - 6\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3} + 3$$

$$34 \quad \sqrt{7}(\sqrt{7} - \sqrt{14}) = \sqrt{7}\sqrt{7} - \sqrt{7}\sqrt{14}$$

$$= 7 - \sqrt{7}\sqrt{7 \times 2} = 7 - 7\sqrt{2}$$

$$35 \quad \frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{11} + \frac{1}{5}(\sqrt{50} - \sqrt{55})$$

$$= \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{50}}{5} - \frac{\sqrt{55}}{5}$$

$$= \frac{5\sqrt{11} + \sqrt{250} - \sqrt{275}}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5\sqrt{11} + \sqrt{25 \times 10} - \sqrt{25 \times 11}}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5\sqrt{11} + 5\sqrt{10} - 5\sqrt{11}}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5\sqrt{10}}{5\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

$$36 \quad 9 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{9} = 3 & , 3 \times 3 = 9 \\ -\sqrt{9} = -3 & , -3 \times -3 = 9 \end{cases}$$

$$37 \quad 225 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{225} = 15 & , 15 \times 15 = 225 \\ -\sqrt{225} = -15 & , -15 \times -15 = 225 \end{cases}$$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عشر:

$$25 \quad \sqrt{\frac{1}{7}} \approx 0.4 \rightarrow 0.4 \times \frac{1}{0.4} = 1$$

النظير الضربي هو $\frac{1}{0.4}$

$$26 \quad -\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0.6 \rightarrow -0.6 \times \frac{1}{-0.6} = 1$$

النظير الضربي هو $-\frac{1}{-0.6}$

$$27 \quad \sqrt{\frac{11}{25}} \approx 0.7 \rightarrow 0.7 \times \frac{1}{0.7} = 1$$

النظير الضربي هو $\frac{1}{0.7}$

$$28 \quad \sqrt{\frac{1}{5.6}} \approx 0.4 \rightarrow 0.4 \times \frac{1}{0.4} = 1$$

النظير الضربي هو $\frac{1}{0.4}$

بسط الجمل العددية التالية باستخدام خصائص الأعداد الحقيقية:

$$29 \quad \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} \times 1$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(6 - 2\sqrt{3})}{3\sqrt{5}\sqrt{5}}$$

$$= \frac{6\sqrt{5} - 2\sqrt{15}}{3 \times 5}$$

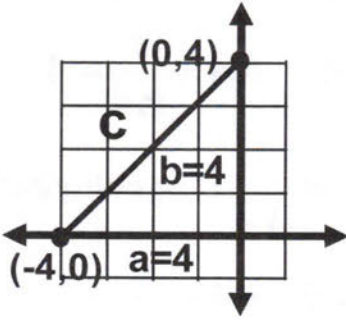
$$30 \quad \frac{\sqrt{8} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 1$$

$$= \frac{\sqrt{8} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{8} - 7\sqrt{2})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16} - 7 \times 2}{2}$$

$$= \frac{4 - 14}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

45 $\{(-4,0),(0,4)\}$



$$a=4 \quad b=4$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

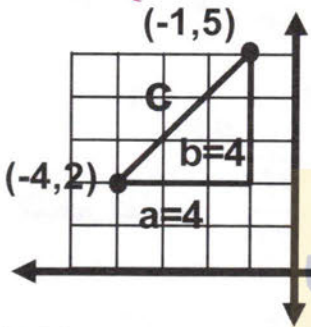
$$c = \pm \sqrt{16 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{32}$$

$$c \approx \pm 4.8$$

المسافة :
5.7 وحدات

46 $\{(-1,5),(-4,2)\}$



$$a=3 \quad b=3$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

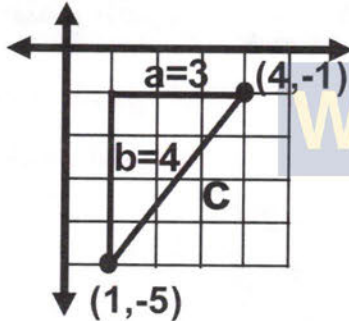
$$c = \pm \sqrt{9 + 9}$$

$$c = \pm \sqrt{18}$$

$$c \approx \pm 4.2$$

المسافة 4.2 وحدات

47 $\{(4,-1),(1,-5)\}$



$$a=3 \quad b=4$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

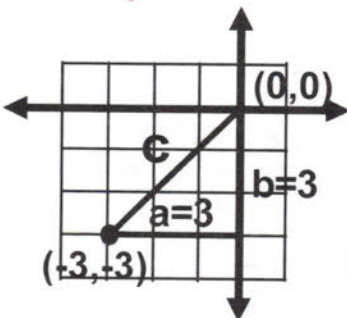
$$c = \pm \sqrt{9 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{25}$$

$$c = \pm 5$$

المسافة 5 وحدات

48 $\{(0,0),(-3,-3)\}$



$$a=3 \quad b=3$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \pm \sqrt{9 + 9}$$

$$c = \pm \sqrt{18}$$

$$c \approx \pm 4.2$$

المسافة 4.2 وحدات

49 $\{(-2,-3),(-4,1)\}$

$$a=2 \quad b=4$$

$$c = \pm \sqrt{4 + 16}$$

$$c = \pm \sqrt{20}$$

$$c \approx \pm 4.5$$

المسافة 4.5 وحدات

38 $\frac{25}{36} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6} & , \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36} \\ -\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6} & , \frac{-5}{6} \times \frac{-5}{6} = \frac{25}{36} \end{cases}$

39 $1.21 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{1.21} = 1.1 & , 1.1 \times 1.1 = 1.21 \\ -\sqrt{1.21} = -1.1 & , -1.1 \times -1.1 = 1.21 \end{cases}$

40 $10.24 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{10.24} = 3.2 & , 3.2 \times 3.2 = 10.24 \\ -\sqrt{10.24} = -3.2 & , -3.2 \times -3.2 = 10.24 \end{cases}$

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

41 3cm , 5cm , 6cm

$(3)^2 = 9 , (5)^2 = 25 , (6)^2 = 36$

نلاحظ ان $9 + 25 \neq 36$ لذلك المثلث ليس قائم الزاوية

42 7cm , 5cm , $\sqrt{74}$ cm

$(7)^2 = 49 , (5)^2 = 25 , (74)^2 = 74$

نلاحظ ان $49 + 25 = 74$ لذلك المثلث قائم الزاوية حسب عكس نظرية فيثاغورس

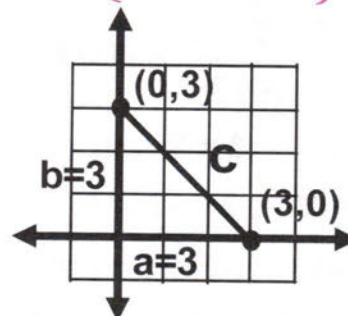
43 2cm , 1.5cm , 2.5cm

$(2)^2 = 4 , (1.5)^2 = 2.25 , (2.5)^2 = 6.25$

نلاحظ ان $4 + 2.25 = 6.25$ لذلك المثلث قائم الزاوية حسب عكس نظرية فيثاغورس

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عشر إذا كانت لا تمثل عدداً صحيحاً.

44 $\{(3,0),(0,3)\}$



$$a=3 \quad b=3$$

$$c = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \pm \sqrt{9 + 9}$$

$$c = \pm \sqrt{18}$$

$$c \approx \pm 4.8$$

المسافة :
4.2 وحدات

الفصل الثالث

((الحدوديات))

الاختبار القبلي Pretest

اكتب المعامل (م) و المتغير (ع) في الحدود الجبرية الآتية :

$$1 \quad |-2|XY$$

$|-2|$

المعامل

XY

المتغير

$$2 \quad 30R^2V^2$$

30

المعامل

R^2V^2

المتغير

$$3 \quad \sqrt{16}H^3K^3$$

$\sqrt{16}$

المعامل

H^3K^3

المتغير

$$4 \quad \frac{1}{2}z^2y$$

$\frac{1}{2}$

المعامل

z^2y

المتغير

$$5 \quad 10W^3H$$

10

المعامل

W^3H

المتغير

$$6 \quad W^5z^2$$

1

المعامل

W^5z^2

المتغير

جد ناتج جميع الحدود الجبرية الآتية : (اخراج عامل مشترك)

$$7 \quad 5H^2K + 10H^2K + \frac{1}{2}H^2K + \left|-\frac{1}{5}\right|H^2K \quad 8 \quad X^2Y^2Z + \frac{1}{3}X^2Y^2Z + 6X^2Y^2Z$$

$$= (5 + 10 + \frac{1}{2} + \left|-\frac{1}{5}\right|)H^2K$$

$$= (15 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5})H^2K$$

$$= \frac{150 + 5 + 2}{10}H^2K$$

$$= \frac{157}{10}H^2K$$

$$= (1 + \frac{1}{3} + 6)X^2Y^2Z$$

$$= \frac{3 + 1 + 18}{3}X^2Y^2Z$$

$$= \frac{22}{3}X^2Y^2Z$$

$$9 \quad 2R^2V + \frac{1}{4}R^2V + 16R^2V + \left|-\frac{1}{2}\right|R^2V = (2 + \frac{1}{4} + 16 + \left|-\frac{1}{2}\right|)R^2V$$

$$= (18 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2})R^2V = \frac{72 + 1 + 2}{4}R^2V = \frac{75}{4}R^2V$$

$$10 \quad |-7|A^2B + 14A^2B + \frac{1}{28}A^2B = (|-7| + 14 + \frac{1}{28})A^2B$$

$$= (7 + 14 + \frac{1}{28})A^2B = (21 + \frac{1}{28})A^2B = \frac{589}{28}A^2B$$

$$11 \quad 10XY + \frac{1}{20}XY + \frac{1}{5}XY + 4XY = (10 + \frac{1}{20} + \frac{1}{5} + 4)XY$$

$$\frac{200 + 1 + 4 + 80}{20}XY = \frac{285}{20}XY = \frac{57}{4}XY$$



$$\begin{aligned} 12 \quad 7A^2B^2Z + |-18|A^2B^2Z + 9A^2B^2Z &= (7 + |-18| + 9)A^2B^2Z \\ &= (7 + 18 + 9)A^2B^2Z = 34A^2B^2Z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13 \quad 2X^4Y^2 + \frac{1}{5}X^4Y^2 + \left|-\frac{1}{5}\right|X^4Y^2 &= \left(2 + \frac{1}{5} + \left|-\frac{1}{5}\right|\right)X^4Y^2 \\ &= \left(2 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)X^4Y^2 = \frac{10+1+1}{5}X^4Y^2 = \frac{12}{5}X^4Y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14 \quad 12G^2H^2 + \frac{1}{3}G^2H^2 + \frac{1}{4}G^2H^2 &= \left(12 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)G^2H^2 \\ &= \frac{144+4+3}{12}G^2H^2 = \frac{151}{12}G^2H^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15 \quad \frac{1}{25}H^2K - 15H^2K - 5H^2K - \left|-\frac{1}{5}\right|H^2K &= \left(\frac{1}{25} - 15 - 5 - \left|-\frac{1}{5}\right|\right)H^2K \\ &= \left(\frac{1}{25} - 20 - \frac{1}{5}\right)H^2K = \frac{1-500-5}{25}H^2K = \frac{-504}{25}H^2K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16 \quad 16R^2V^2 - \frac{1}{32}R^2V^2 - 64R^2V^2 &= \left(16 - \frac{1}{32} - 64\right)R^2V^2 \\ &= \left(-48 - \frac{1}{32}\right)R^2V^2 = \frac{-1536-1}{32}R^2V^2 = \frac{-1537}{32}R^2V^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17 \quad \frac{2}{3}XY - \frac{10}{6}XY - \left|-\frac{1}{3}\right|XY &= \left(\frac{2}{3} - \frac{10}{6} - \left|-\frac{1}{3}\right|\right)XY \\ &= \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right)XY = \frac{2-5-1}{3}XY = \frac{-4}{3}XY \end{aligned}$$

$$18 \quad 30A^2B^2 - 5A^2B^2 - 15A^2B^2 = (30 - 5 - 15)A^2B^2 = 10A^2B^2$$

$$\begin{aligned} 19 \quad |-15|2^2V^2 - |-35|2^2V^2 - 52^2V^2 &= (|-15| - |-35| - 5)2^2V^2 \\ &= (15 - 35 - 5)2^2V^2 = -252^2V^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 \quad 24W^2Z - \sqrt{144}W^2Z - 9W^2Z &= (24 - \sqrt{144} - 9)W^2Z \\ &= (24 - 12 - 9)W^2Z = 3W^2Z \end{aligned}$$

جد ناتج ضرب الحدود الجبرية الاتية :

$$21 \quad (2X)(20Y) = (2X20)(XY) = 40XY$$

$$22 \quad (6Z^2)(3V^2) = (6).(3)(Z^2V^2) = 18Z^2V^2$$

$$23 \quad (|-20|Z)(R^3V^3) = (20Z)(R^3V^3) = 20ZR^3V^3$$

$$\begin{aligned} 24 \quad 10Y(2X + 60Z + 4) &= (10Y)(2X) + (10Y)(60Z) + (10Y)(4) \\ &= 20YX + 600YX + 40Y \end{aligned}$$

$$25 \quad 30Z^2\left(\frac{1}{3}V^2 + \frac{1}{15}V^3Y + \frac{2}{30}MN\right)$$



$$= (30 z^2) \left(\frac{1}{3} v^2\right) + (30 z^2) \left(\frac{1}{15} v^3 y\right) + (30 z^2) \left(\frac{2}{30} MN\right)$$

$$= 10 z^2 v^2 + 2 z^2 v^2 y + 2 z^2 MN$$

$$26 \quad 3Y (20 M^2 N + 4) = (3Y)(20 M^2 N) + (3Y)(4) = 60 Y M^2 N + 12Y$$

جد القيمة العددية للمقادير الجبرية الآتية :

$$27 \quad \frac{1}{2} z^2 y^2 + 3 zy + w \quad , w = 2 , z = 4 , y = 3,$$

$$= \frac{1}{2} (4)^2 (3)^2 + 3(4)(3) + 2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 9 + 24 + 2 = 72 + 24 + 2 = 98$$

$$28 \quad 3 H^3 K^2 - 5H + 4 \quad H = 5 , K = 3 \quad \text{نعوض عن k بما يساويها}$$

$$= 3(5)^3 (3)^2 - 5(5) + 4 = 3 \times 125 \times 9 - 25 + 4 = 3354$$

$$29 \quad -25 \left| R^2 V^2 + \frac{1}{3} V + 5 \right. \quad , R = 1 , V = 12$$

$$= -25 \left| (1)^2 (12)^2 + \frac{1}{3} (1) + 5 \right. = 25 \times 144 + \frac{1}{3} + 5 = 3605.33$$

$$30 \quad 3XY - 2 XY + 6 \quad , X = 2 , Y = 10$$

$$= 3(2)(10) - 2(2)(10) + 6 = 60 - 40 + 6 = 26$$

31 جد المخرجات لقاعدة الدالة للمدخلات الآتية

المخرجات	قاعدة الدالة $2X^2 + 4$	المدخلات
12	$2(-2)^2 + 4 = 2 \times 4 + 4 = 12$	-2
4	$2(0)^2 + 4 = 0 + 4 = 4$	0
12	$2(2)^2 + 4 = 2 \times 4 + 4 = 12$	2

الدرس الأول // جمع المقادير الجبرية وطرحها

فكرة الدرس : جمع المقادير الجبرية , طرح المقادير الجبرية

المفردات : جمع , طرح واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم

حمولتان من المواد الغذائية تحتوي الحمولة الأولى على الرز والسكر والطحين بالكغم وعلى الترتيب $36 X^3, 20 Y^5, 25 Z^2$ والحمولة الثانية من المواد نفسها وعلى الترتيب $54 X^3, 24 Y^5, 30 Z^2$ فما مجموع الحمولتين ؟

* جمع المقادير الجبرية

تعلمت سابقا جمع الحدود الجبرية المتشابهة وهي ان تجمع المعاملات لنفس الرمز (المتغير) والان في هذا الدرس سنتعرف الى جمع المقادير الجبرية (لكي نجمع مقدارين جبريين) نستعمل خصائص التبديل و التجميع في جمع الحدود المتشابهة

مثال (1) جد مجموع الحمولتين الأولى و الثانية معا من فقرة (تعلم)

الحمولة الأولى $(54X^3 + 25Y^5 + 30Z^2)$ و الحمولة الثانية $(36X^3 + 20Y^5 + 25Z^2)$

مجموع الحمولتين $(54X^3 + 25Y^5 + 30Z^2) + (36X^3 + 20Y^5 + 25Z^2) =$

خاصية التجميع $(54X^3 + 36X^3) + (25Y^5 + 20Y^5) + (30Z^2 + 25Z^2) =$

جمع الحدود المتشابهة $90X^3 + 45Y^5 + 55Z^2$

لذا مجموع الحمولتين بالكيلوغرامات هو $90X^3 + 45Y^5 + 55Z^2$

مثال (2) جد ناتج جمع المقادير الجبرية الآتية :

i) $(-\frac{1}{6}W^2Z + \sqrt{2}R^2V^2 + 5H^3K^2) + (\frac{1}{3}W^2Z + \sqrt{2}R^2V + 2\sqrt{5}H^3K^2)$

$$= (-\frac{1}{6}W^2Z + \frac{1}{3}W^2Z) + (\sqrt{2}R^2V^2 + \sqrt{2}R^2V^2) + (\sqrt{5}H^3K^2 + 2\sqrt{5}H^3K^2)$$

$$= \frac{1}{3}W^2Z + 2\sqrt{2}R^2V^2 + 3\sqrt{5}H^3K^2$$

تجميع اولا ثم جمع الحدود المتشابهة

ii) $(\sqrt{2}XY^2 + \frac{1}{5}XY + 4\sqrt{3}X^2Y) + (3\sqrt{2}XY^2 - \frac{1}{5}XY + \sqrt{3}X^2Y)$

$$= (\sqrt{2}XY^2 + 3\sqrt{2}XY^2) + (\frac{1}{5}XY - \frac{1}{5}XY) + (4\sqrt{3}X^2Y + \sqrt{3}X^2Y)$$

تجميع

$$= 4\sqrt{2}XY^2 + 0 + 5\sqrt{3}X^2Y$$

جمع الحدود المتشابهة

$$= 4\sqrt{2}XY^2 + 5\sqrt{3}X^2Y$$

ناتج الجمع

iii) $(-15M^2N + 12GH + \frac{1}{20}R^2V^3) + (-45M^2N + 10GH + \frac{2}{30}R^2V^3)$

$$= (-15M^2N + -45M^2N) + (12GH + 10GH) + (\frac{1}{20}R^2V^3 + \frac{2}{30}R^2V^3)$$

$$= (15M^2N + 45M^2N) + 22GH + \frac{3+4}{60}R^2V^3$$

تبسيط و جمع

$$= 60M^2N + 22GH + \frac{7}{60}R^2V^3$$

ناتج الجمع

مثال (3) محيط مثلث متساوي الاضلاع هو $2N^2 + 4Y + 5$ ومحيط مربع $4N^2 + 6Y + 10$

اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع محيطي المثلث والمربع

$$(2N^2 + 4Y + 5) + (4N^2 + 6Y + 10)$$

$$= (2N^2 + 4N^2) + (4Y + 6Y) + (5 + 10)$$

خاصية التجميع

$$= 6N^2 + 10Y + 15$$

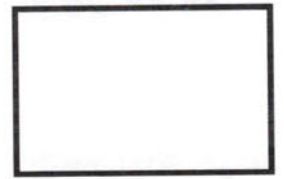
ناتج جمع المقدارين

$$6N^2 + 10Y + 15$$

لذا مجموع محيطي المثلث والمربع



$$2n^2 + 4y + 5$$



$$2n^2 + 6y + 10$$



* طرح المقادير الجبرية

تعلمنا سابقا طرح الحدود الجبرية المتشابهة أي عند طرح حد جبري من حد جبري آخر نجمع الحد الجبري الأول مع النظير الجمعي للحد الجبري الثاني (تعريف عملية الطرح) وسوف نتعلم طرح المقادير الجبرية و ل طرح مقدار جبري من مقدار جبري آخر , اعكس إشارة كل حد من حدود المقادير الجبرية الثاني (أي النظير الجمعي للمقدار الجبري)

مثال (4) من المثال الأول جد الفرق بين الحمولتين

$$(54 X^3 , 25 Y^2 , 30 Z^2) \text{ الحمولة الأولى } 54 X^3 + 25 Y^2 + 30 Z^2$$

$$(36 X^3 , 20 Y^2 , 25 Z^2) \text{ الحمولة الثانية } 36 X^3 + 20 Y^2 + 25 Z^2$$

$$\text{الفرق بين الحمولتين } (54 X^3 + 25 Y^2 + 30 Z^2) - (36 X^3 + 20 Y^2 + 25 Z^2)$$

$$= 54 X^3 + 25 Y^2 + 30 Z^2 - 36 X^3 - 20 Y^2 - 25 Z^2$$

تغيير إشارة الحدود

الجبري في المقدار الثاني

$$= (54 X^3 - 36 X^3) + (25 Y^2 - 20 Y^2) + (30 Z^2 - 25 Z^2)$$

خاصية التجميع

$$= 18 X^3 + 5 Y^2 + 5 Z^2$$

نتاج الطرح

$$18 X^3 + 5 Y^2 + 5 Z^2 \text{ لذا الفرق بين الحمولتين}$$

مثال (5) جد ناتج طرح المقادير الجبرية :

$$(i) (3 \sqrt{2} XY - | -2 | ZW - 4 R^2 V^2), (2 \sqrt{2} XY - 10 ZW + 4 R^2 V^2)$$

اطرح المقدار الثاني من الأول

$$= (3 \sqrt{2} XY - | -2 | ZW - 4 R^2 V^2) - (2 \sqrt{2} XY - 10 ZW + 4 R^2 V^2)$$

$$= (3 \sqrt{2} XY - 2 ZW - 4 R^2 V^2) + (-2 \sqrt{2} XY + 10 ZW - 4 R^2 V^2)$$

إضافة النظير الجمعي

$$= (3 \sqrt{2} XY - 2 \sqrt{2} XY) + (-2 ZW + 10 ZW) + (-2 R^2 V^2 - 4 R^2 V^2)$$

جمع الحدود المتشابهة

$$= \sqrt{2} XY + 8 ZW - 6 R^2 V^2$$

نتاج الطرح

$$(ii) (3 X^2 - 15 Y - 6) - (7 X^2 - 9 Y + 6)$$

$$= (3 X^2 - 15 Y - 6) + (-7 X^2 + 9 Y - 6)$$

أي نغير إشارات حدود المقدار الثاني

$$= (3 X^2 - 7 X^2) + (-15 Y + 9 Y) + (-6 - 6)$$

تجمع

$$= -4 X^2 - 6 Y - 12$$

نتاج الطرح

مثال (6) نافورة مربعة الشكل مساحتها $(3M^2 - 4M + 5)$ متر مربع تقع في منتصف حديقة

مستطيلة الشكل مساحتها $(2M^2 - 2M - 6)$ متر مربع ما مساحة الحديقة المحيطة بالنافورة ؟

$$\text{مساحة الحديقة } (3M^2 - 4M + 5) - (2M^2 - 2M - 6)$$

$$= (3M^2 - 4M + 5) + (-2M^2 + 2M + 6)$$

إضافة النظير الجمعي



$$= (3M^2 - 2M^2) + (-4M + 2M) + (5 + 6)$$

$$= M^2 - 2M + 11 \quad \text{ناتج الطرح}$$

لذا مساحة الحديقة متراً مربعاً $M^2 - 2M + 11$

تأكد من فهمك

جد جمع المقادير الجبرية الاتية :

$$1) (20X^2Y^2 + \frac{1}{2}Z^3W^2 + 5), (20X^2Y^2 + \frac{3}{2}Z^3W^2 + 10)$$

احصر الحدود المتشابهة بين قوسين $(20X^2Y^2 + \frac{1}{2}Z^3W^2 + 5) + (20X^2Y^2 + \frac{3}{2}Z^3W^2 + 10)$

$$= (20X^2Y^2 + 20X^2Y^2) + (\frac{1}{2}Z^3W^2 + \frac{3}{2}Z^3W^2) + (5 + 10)$$

$$= (40X^2Y^2) + \frac{1+3}{2}Z^3W^2 + 15 \quad \text{اجمع الحدود المتشابهة}$$

$$= 40X^2Y^2 + Z^3W^2 + 15 \quad \text{ناتج الجمع}$$

$$2) (\sqrt{2}H^3 + 2K^2Y + 9), (2\sqrt{2}H^3 + K^2Y + 6)$$

$$(\sqrt{2}H^3 + 2K^2Y + 9) + (2\sqrt{2}H^3 + K^2Y + 6)$$

$$= (\sqrt{2}H + 2\sqrt{2}H^3) + (2K^2Y + K^2Y) + (9 + 6) \quad \text{التجميع}$$

$$= 3\sqrt{2}H^3 + 3K^2Y + 15 \quad \text{ناتج الجمع}$$

$$3) (-\sqrt{5}M^3N^2 + \frac{1}{5}R^2V^2 + 3), (5\sqrt{5}M^3N^2 + 2R^2V^2 + 4)$$

$$(-\sqrt{5}M^3N^2 + \frac{1}{5}R^2V^2 + 3) + (5\sqrt{5}M^3N^2 + 2R^2V^2 + 4) \quad \text{اجمع المقادير}$$

$$= (-\sqrt{5}M^3N^2 + 5\sqrt{5}M^3N^2) + (\frac{1}{5}R^2V^2 + 2R^2V^2) + (3 + 4) \quad \text{خاصية التجميع}$$

$$= 6\sqrt{5}M^3N^2 + \frac{1+10}{5}R^2V^2 + 7 = 6\sqrt{5}M^3N^2 + \frac{11}{5}R^2V^2 + 7$$

جد طرح المقادير الجبرية الاتية :

$$4) (7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y^2 + \sqrt{7}), (6M^2N^2 + \frac{2}{9}Y^2 + 2\sqrt{7})$$

$$(7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y^2 + \sqrt{7}) - (6M^2N^2 + \frac{2}{9}Y^2 + 2\sqrt{7}) \quad \text{اطرح المقدار الثاني من المقدار الاول}$$

$$= (7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y^2 + \sqrt{7}) + (-6M^2N^2 - \frac{2}{9}Y^2 - 2\sqrt{7}) \quad \text{اضافة النظير الجمعي للقوس الثاني}$$

$$= (7M^2N^2 - 6M^2N^2) + (\frac{1}{3}Y^2 - \frac{2}{9}Y^2) + (\sqrt{7} - 2\sqrt{7}) = M^2N^2 + \frac{1}{9}Y^2 - \sqrt{7}$$

$$5) (8A^3B + 10Z - 4), (2A^3B + 5Z + 3) \quad \text{اطرح القوس الثاني من الاول}$$

اطرح القوس الثاني من الاول $(8A^3B + 10Z - 4), (2A^3B + 5Z + 3)$

$$(8A^3B + 10Z - 4) - (2A^3B + 5Z + 3) = (8A^3B + 10Z - 4) + (-2A^3B - 5Z - 3)$$

$$= (8A^3B - 2A^3B) + (10Z - 5Z) + (-4 - 3) = 6A^3B + 5Z - 7$$

6 $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9), (5HK - Y - 8)$

اطرح القوس الثاني من القوس الاول $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9) - (5HK - Y - 8)$

اضافة النظير الجمعي للقوس الثاني $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9) + (-5HK + Y + 8)$

اضافة النظير الجمعي للقوس الثاني $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9) + (-5HK + Y + 8)$

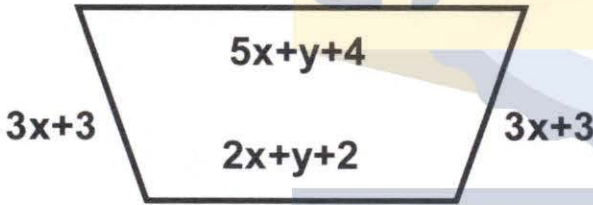
خاصية التجميع $(\frac{1}{25}HK - 5HK) + (2Y + Y) + (-9 + 8)$

$$= \frac{1 - 125}{25}HK + 3Y - 1 = \frac{-24}{25}HK + 3Y - 1$$

نتاج الطرح

موقع طلاب العراق

7 ما محيط الشكل المجاور



المحيط - مجموع الاضلاع الأربعة

$$(5X + Y + 4) + (2X + Y + 2) + (3X + 3) + (3X + 3) = \text{المحيط}$$

$$= (5X + 2X + 3X + 3X) + (Y + Y) + (4 + 2 + 3 + 3)$$

$$= 13X + 2Y + 12$$

نتاج الجمع

لذا محيط الشكل من الوحدات $13X + 2Y + 12$

تدرب وحل التمرينات

اجمع المقادير الجبرية الاتية :

8 $(-12|X^2Y^2Z + 2AB + 4), (X^2Y^2Z + AB - 2)$

اجمع القوسين $(-12|X^2Y^2Z + 2AB + 4) + (X^2Y^2Z + AB - 2)$

$$= (12X^2Y^2Z + X^2Y^2Z) + (2AB + AB) + (4 - 2)$$

$$= 13X^2Y^2Z + 3AB + 2$$

نتاج الجمع

9 $(4\sqrt{2}R^2V^2 + 2HK + 3), (\sqrt{2}R^2V^2 + 5HK + 6)$

اجمع القوسين $(4\sqrt{2}R^2V^2 + 2HK + 3) + (\sqrt{2}R^2V^2 + 5HK + 6)$

$$= (4\sqrt{2}R^2V^2 + \sqrt{2}R^2V^2) + (2HK + 5HK) + (3 + 6)$$

$$= 5\sqrt{2}R^2V^2 + 7HK + 9$$

نتاج الجمع

$$\begin{aligned}
 & \boxed{10} \quad \left(\frac{1}{10}ZW + 10X + 2\right), \left(\frac{2}{5}ZW + 10X + 2\right) \\
 & \left(\frac{1}{10}ZW + 10X + 2\right) + \left(\frac{2}{5}ZW + 10X + 2\right) \\
 & = \left(\frac{1}{10}ZW + \frac{2}{5}ZW\right) + (10X + 10X) + (2 + 2) \\
 & = \frac{1+4}{10}ZW + 20X + 4 = \frac{1}{2}ZW + 20X + 4 \quad \text{نتاج الجمع}
 \end{aligned}$$

جد طرح المقادير الجبرية الآتية :

$$\begin{aligned}
 & \boxed{11} \quad (7M^2N^2 - |3|y + \sqrt{7}), (7M^2N^2 + \frac{1}{3}y - 2\sqrt{7}) \\
 & (7M^2N^2 - |3|y + \sqrt{7}) - (7M^2N^2 + \frac{1}{3}y - 2\sqrt{7}) \quad \text{اطرح القوس الثاني من الاول} \\
 & = (7M^2N^2 - |3|y + \sqrt{7}) + (-7M^2N^2 - \frac{1}{3}y + 2\sqrt{7}) \quad \text{اجمع مع النظير الجمعي للقوس الثاني} \\
 & = (7M^2N^2 - 7M^2N^2) + (-3y - \frac{1}{3}y) + (\sqrt{7} + 2\sqrt{7}) \\
 & = 0 + \frac{-9-1}{3}y + 3\sqrt{7} = \frac{-10}{3}y + 3\sqrt{7} \quad \text{نتاج الطرح}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \boxed{12} \quad (8A^3B + 10Z - 4), (2A^3B + 5Z + 3) \\
 & (8A^3B + 10Z - 4) - (2A^3B + 5Z + 3) \quad \text{اطرح القوس الثاني من الاول} \\
 & = (8A^3B + 10Z - 4) + (-2A^3B - 5Z - 3) \quad \text{غير اشارات القوس الثاني} \\
 & = (8A^3B - 2A^3B) + (10Z - 5Z) + (-4 - 3) \quad \text{خاصية التجميع} \\
 & = 6A^3B + 5Z - 7 \quad \text{نتاج الطرح}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \boxed{13} \quad \left(\frac{1}{25}HK + 2X - 9\right), \left(\frac{1}{5}HK - 10X - 8\right) \\
 & \left(\frac{1}{25}HK + 2X - 9\right) - \left(\frac{1}{5}HK - 10X - 8\right) \quad \text{اجراء عملية الطرح} \\
 & = \left(\frac{1}{25}HK + 2X - 9\right) + \left(-\frac{1}{5}HK + 10X + 8\right) \quad \text{غير اشارة القوس الثاني} \\
 & = \left(\frac{1}{25}HK - \frac{1}{5}HK\right) + (2X + 10X) + (-9 + 8) = \frac{-124}{5}HK + 12X - 1
 \end{aligned}$$

اطلب النسخة الاصلية من مكتب الشمس حصرا

ممبائا / ٠٧٩٠١٧٥٣٤٦١ / ٠٧٩٠٣٠٩٤٢ / ٠٧٨٠٥٠٣



تدرب وحل مسائل حياتية :

14 **كهربائية** : في احدى محال الأجهزة الكهربائية بيعت في شهر اذار أجهزة الغسالات بمبلغ $(\sqrt{2X^3 + 4YZ + 8})$ دينار وأجهزة التبريد بمبلغ $(\sqrt{2X^3 + \frac{1}{2}YZ + 4})$ دينار ما مجموع المبيعات للمحل في شهر اذار؟

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2X^3 + \frac{1}{2}YZ + 4}) + (\sqrt{2X^3 + 4YZ + 8}) \\ &= (\sqrt{2X^3} + \sqrt{2X^3}) + (\frac{1}{2}YZ + 4YZ) + (4 + 8) \\ &= 2\sqrt{2X^3} + \frac{9}{2}YZ + 12 \end{aligned}$$

مجموع مبالغ المبيعات

15 **محطات** : انطلق قطاران من المحطة نفسها باتجاهين متعاكسين اصبح احدهما على بعد $(4X^2 + 10Y + 2)$ كيلومتر من المحطة في حين اصبح القطار الثاني على بعد $(2X^2 + 4Y + 20)$ كيلومتر من المحطة جد المسافة بين القطارين

$$\begin{aligned} & (2X^2 + 4Y + 20) + (4X^2 + 10Y + 2) = (2X^2 + 4X^2) + (4Y + 10Y) + (20 + 2) \\ &= 6X^2 + 14Y + 22 \end{aligned}$$

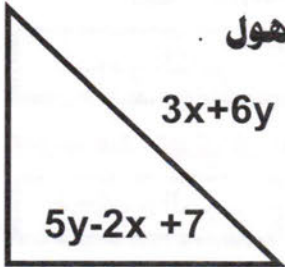
نتائج الجمع

المسافة بين القطارين من الكيلومترات $6X^2 + 14Y + 22$

WWW.IQ-RES.COM

فكر

16 **تحد** : اذا كان محيط المثلث المجاور $4X + 12Y + 8$ متر، فما طول الضلع المجهول



الحل // نجمع طول الضلعين المذكورين ونطرح الناتج من محيط المثلث :

$$\begin{aligned} & (3X + 6Y) + (5Y - 2X + 7) = (3X - 2X) + (6Y + 5Y) + 7 \\ &= X + 11Y + 7 \end{aligned}$$

مجموع الضلعين

$$\begin{aligned} & (4X + 12Y + 8) - (X + 11Y + 7) = 4X + 12Y + 8 + (-X - 11Y - 7) \\ &= (4X - X) + (12Y - 11Y) + (8 - 7) = 3X + Y + 1 \end{aligned}$$

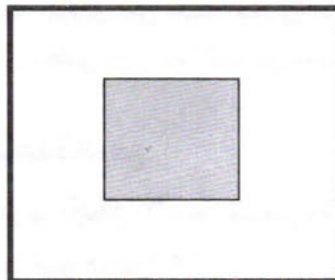
طول الضلع الثالث

17 **تطبيق هندسي** : في الشكل المجاور مساحة المربع الكبير $(2X^2 + 24X + 3)$ متر مربع

ومساحة المربع الصغير $(X^2 - 21X + 1)$ متر مربع و الفرق بين مساحة المربع الكبير و المربع الصغير ؟

$$\begin{aligned} & (2X^2 + 24X + 3) - (X^2 - 21X + 1) = \\ & (2X^2 + 24X + 3) + (-X^2 + 21X - 1) = \\ & (2X^2 - X^2) + (24X + 21X) + (3 - 1) = \\ & X^2 + 45X + 2 \end{aligned}$$

الفرق بين المساحتين



18 **حس عددي** : ما المقدار الذي تطرحه من $(7X^2 - 4Y^2 + 5)$ لتحصل على الناتج $(X^2 + 3)$ ؟

الحل // $(X^2 + 3)$ هو ناتج الطرح

$(7X^2 - 4Y^2 + 5)$ هو المطروح منه والمطلوب هو مقدار المطروح

ناتج الطرح = المطروح منه = المطروح

$$= (7X^2 - 4Y^2 + 5) - (X^2 + 3) = (7X^2 - 4Y^2 + 5) + (-X^2 - 3)$$

$$= (7X^2 - X^2) + (-4Y^2) + (5 - 3) = 6X^2 - 4Y^2 + 2$$

أي المقدار الذي يجب ان يطرح لتحصل على $X^2 + 3$

اكتب

مسألة من واقع الحياة عن جمع وطرح المقدارين الجبريين.

1 **جمع مقدارين** : اذا كان انتاج حقل نفطي في البصرة $2X^2 - 3Y + 10$ برميلا من النفط في اليوم

الواحد مقابل حقل نفطي اخر في كركوك انتاجه $X^2 + Y + 9$ برميلا من النفط في اليوم الواحد ما

مجموع انتاج الحقليين في اليوم الواحد ؟

$$(2X^2 - 3Y + 10) + (X^2 + Y + 9) =$$

$$(2X^2 + X^2) + (-3Y + Y) + (10 + 9) = 3X^2 - 2Y + 19$$

برميلا انتاج الحقليين

2 **طرح مقدارين** : انتاج محطة كهرباء في بغداد $(2KH^2 + 5XZ)$ أمبير في الساعة الواحدة ومحطة

أخرى $(KH^2 - 10XZ)$ أمبير في الساعة .. ما الفرق بين انتاج كل من المحطتين ؟

$$(2KH^2 + 5XZ) - (KH^2 - 10XZ) = (2KH^2 + 5XZ) + (-KH^2 - 10XZ) = KH^2 - 5XZ$$

أمبير

الدرس الثاني //

ضرب حد جبري في مقدار جبري

فكرة الدرس :

ضرب حد جبري في حد جبري

ضرب حد جبري في مقدار جبري

المفردات المستعملة هي : حد جبري , مقدار جبري

*** ضرب حد جبري في حد جبري :**

تعلمت عزيزي الطالب في دروس سابقة ضرب حد جبري في حد جبري اذا كانت المتغيرات مختلفة يعني تضرب الاشارات أولا ثم الاعداد ومن ثم نضرب الرموز لكن في هذا الدرس سنستخدم الخواص التالية في ضرب حد جبري في حد جبري اخر

(i) $a^{nm} = (a^n)^m$ تسمى قاعدة الرفع

(ii) $a^n a^m = a^{n+m}$ عند الضرب تجمع الاسس لنفس الاساس

(iii) $a^0 = 1$ كل عدد اسه صفرا = 1

تعلم

مثال (1) صنع احمد صندوقا من الخشب قاعدته مستطيلة الشكل اذا كان طول الصندوق بالسنتيمترات $(\sqrt{10M^2N^2})$ وعرضه بالسنتيمترات $(\sqrt{5M^2N^2})$ ما مساحة قاعدة الصندوق ؟

الحل // مساحة قاعدة الصندوق = الطول \times العرض (لانه مستطيل)

$$A = (\sqrt{10M^2N^2}) \times (\sqrt{5M^2N^2})$$

$$= (\sqrt{10})(\sqrt{5})M^{2+2}N^{2+2} = \sqrt{50} M^4 \cdot N^4 = 5\sqrt{2} M^4 N^4$$

∴ مساحة المستطيل $5\sqrt{2} M^4 N^4$ من السنتيمترات المربعة

مثال (2) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(i) (4X^3Y^4)(6X^5Y^5) = (4 \times 6)(X^3 \cdot X^5)(Y^4Y^5) = 24X^8Y^9$$

(عند ضرب حد جبري في حد جبري نضرب المعاملات أولا مع اشاراتها كذلك نضرب المتغيرات)

$$(ii) (9H^2K)(-2H^3K) = (9 \times -2)(H^2 \cdot H^3)(K \cdot K) = -18H^5K^2$$

خاصية التجميع

$$(iii) (-12R^2V)(-4R^2VN) = (12 \times 4)(V \cdot V)N = 48R^4V^2N$$

$$(iv) (\sqrt{36}Z^2W^2)(6ZK) = (6 \times 6)(Z^2 \cdot Z)W^2 \cdot K = 36Z^3W^2K$$

$$(v) (\sqrt{7}G^2H^2)(\sqrt{14}G) = (\sqrt{7} \cdot \sqrt{14})(G^2 \cdot G)H^2 = 7\sqrt{2}G^3H^2$$

$$(vi) (\frac{5}{7}A^3B^3)(\frac{49}{25}A^{-2}B^{-3}) = (\frac{5}{7} \times \frac{49}{25})(A^3 \cdot A^{-2})(B^3 \cdot B^{-3}) = \frac{7}{5}A^1B^0 = \frac{7}{5}A$$

*** ضرب حد جبري في مقدار جبري :**

تعلمت سابقا ضرب حد جبري في مقدار جبري اذا كانت المتغيرات مختلفة وذلك بطريقة التوزيع والان سنتعلم ضرب حد جبري بمقدار جبري اذا كانت الاساسات متشابهة (المتغيرات) او مختلفة باستعمال خاصية التوزيع أيضا واليك الأمثلة التالية توضح لك عملية الضرب



ضرب * توزيع

مثال (3) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

$$(i) -5H^2K(3H^4K^2 + 6H^2K) = (-5H^2K)(3H^4K^2) + (-5H^2K)(6H^2K)$$

$$= (-5 \times 3)(H^2H^4)(KK^2) + (-5 \times 6)(H^2H^2)(KK)$$

$$= -5H^6K^3 - 30H^4K^2$$

$$(ii) 3M^3N^4(1 - 5MN^5) = (3M^3N^4)(1) - (3M^3N^4)(5MN^5)$$

$$= 3M^3N^4 - (3 \times 5)(M^3M^1)(N^4N^5)$$

$$= 3M^3N^4 - 15M^4N^9$$

عند الضرب تجميع الاسس لنفس الاساس

$$(iii) \frac{1}{3}X^2Y(\frac{1}{2}XY^2Z + 4X^{-2}YZ) = (\frac{1}{3}X^2Y)(\frac{1}{2}XY^2Z) + (\frac{1}{3}X^2Y)(4X^{-2}YZ)$$

$$= (\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2})(X^2 \cdot X)(Y \cdot Y^2)Z + (\frac{1}{3} \cdot 4)(X^2 \cdot X^{-2})(Y \cdot Y)Z$$



$$\frac{1}{6}x^3y^3z + \frac{4}{3}x^0y^2z = \frac{1}{6}x^3y^3z + \frac{4}{3}y^2z$$

iv)

$$\begin{aligned} \sqrt{5(5z^2w^2 + 5zW + 2)} &= \sqrt{5(5)z^2w^2 + (\sqrt{5}\sqrt{5})zW + 2\sqrt{5}} \\ &= 5\sqrt{5z^2w^2 + 5zW + 2\sqrt{5}} \end{aligned}$$

v)

$$\begin{aligned} \sqrt{2}x^3y(3\sqrt{2}x^{-2}y^{-1} - \sqrt{2}x^{-3}y^2) \\ (\sqrt{2})(3\sqrt{2})x^3 \cdot x^{-2}y \cdot y^{-1} - (\sqrt{2})(\sqrt{2})(x^3 \cdot x^{-3})(y \cdot y^2) \\ = 6x^1y^0 - \sqrt{10}x^0y^3 = 6x - \sqrt{10}y^3 \end{aligned}$$

مثال (4) ملعب مستطيل الشكل طوله بالامتار $(4x^2)$ وعرضه بالامتار $(2x^3 - 4xy - 3)$ ما مساحة الملعب ؟

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$A = 4x^2(2x^3 - 4xy - 3) = 8x^5 - 16x^3y - 12x^2$$

تأكد من فهمك

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

$$1 \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{4}M^2N\right)(2M^3) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2\right)M^{2+3}N = \frac{\sqrt{3}}{2}M^5N$$

$$2 \quad (20x^{-5}yz)(10xy) = (20 \cdot 10)x^{-5+1}y^{1+1}z = 200x^{-4}y^2z$$

$$3 \quad (8R^3V^2)(-5R^2V + 6R^2V^2) = \text{باستخدام خاصية التوزيع}$$

$$(8R^3V^2)(-5R^2V) + (8R^3V^2)(6R^2V^2)$$

$$(8 \cdot -5)R^{3+2}V^{2+1} + (8 \cdot 6)R^{3+2}V^{2+2}$$

$$= 40R^5V^3 + 48R^5V^4$$

$$4 \quad (\sqrt{2}x^2y^2)(\sqrt{2}xy^5 - y^5)$$

$$= (\sqrt{2}x^2y^2)(\sqrt{2}xy^5) - (\sqrt{2}x^2y^2)(y^5)$$

$$= (\sqrt{2}\sqrt{2})(x^2 \cdot x)(y^2y^5) - \sqrt{2}x^2(y^2 \cdot y^5)$$

$$= 2x^3y^7 - \sqrt{2}x^2y^7$$

$$5 \quad \sqrt{7z^2w}(z^{-1}wy + 2\sqrt{7z^4wy})$$

$$= (\sqrt{7z^2w})(z^{-1}wy) + (\sqrt{7z^3w})(2\sqrt{7z^4wy})$$

$$= \sqrt{7z^{2-1}w^{1+1}y} + 2\sqrt{7 \cdot 7z^{2+4} \cdot w^{1+1}y}$$

$$= \sqrt{7}zw^2y + 14z^6w^2y$$

$$\begin{aligned}
\text{6} \quad & \frac{1}{4} H^2 K (\sqrt{16} H^{-2} K R + 6 H K^{-1} R^2 + \sqrt{8}) \text{ استخدم خاصية التوزيع} \\
& = \left(\frac{1}{4} H^2 K\right) \left(\frac{\sqrt{16}}{4} H^{-2} K R\right) + \left(\frac{1}{4} H^2 K\right) (6 H K^{-1} R^2) + \left(\frac{1}{4} H^2 K\right) (\sqrt{8}) \\
& = \frac{1}{4} H^{2-2} K^{1+1} R + \frac{6}{4} H^{2+3} K^{1-1} R^2 + \frac{\sqrt{8}}{4} H^2 K \text{ عند الضرب تجمع الاسس لنفس الاساس} \\
& = \frac{1}{4} K^2 R + \frac{2}{3} H^5 R^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} H^2 K
\end{aligned}$$

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

$$7 \quad (M^4 N)(M^3 N^{-4}) = M^{4+3} N^{1-4} = M^7 N^{-3}$$

$$8 \quad (\sqrt{5} A^2 B^2 C^3)(2\sqrt{5} A^4) = (\sqrt{5})(2\sqrt{5}) A^{2+4} B^2 C^3 = 10A^6 B^2 C^3$$

$$9 \quad -7R^4 V Y^3 (5R V^4 Y^2) = (-7 \times 5) R^{4+1} V^{1+4} Y^{3+2} = -35R^5 V^5 Y^5$$

$$10 \quad \sqrt[3]{-27} X^2 Y^2 (\sqrt{-8} X Y Z) = (\sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{-8}) X^{2+1} \cdot Y^{2+1} Z$$

$$= (-3 \times -2) X^3 Y^3 Z = 6X^3 Y^3 Z$$

$$11 \quad (Y^{-2})(XY) = XY^{-2+1} = XY^{-1}$$

$$12 \quad (-3|Z)(WX^4 Z^{-3}) = 3WX^4 Z^{-3+1} = 3WX^4 Z^{-2}$$

$$13 \quad (8W^{-4})(7W^{-5}) = 56W^{-4-5} = 56W^{-9}$$

$$14 \quad -3XY^2 Z(5X^4 Y^2 + 4XY^2 Z - 6X^2 Y^2 Z^3) \text{ استخدم خاصية التوزيع}$$

$$= (-3XY^2 Z)(5X^4 Y^2) + (-3XY^2 Z)(4XY^2 Z) - (-3XY^2 Z)(6X^2 Y^2 Z^3)$$

$$= (-15)X^5 Y^4 Z + (-12)X^2 Y^4 Z^2 - (-18)X^3 Y^4 Z^4$$

$$= -15X^5 Y^4 Z - 12X^2 Y^4 Z^2 + 18X^3 Y^4 Z^4 \text{ قاعدة ضرب الاسس استخدمنا}$$

$$15 \quad \frac{1}{2} AB^2 C(2A^{-1} B^{-2} C^{-1}) = \left(\frac{1}{2} \cdot 2\right) A^{1-1} B^{2-2} C^{1-1} = 1 \cdot A^0 B^0 C^0 = 1$$

$$16 \quad (5A^2 B + 4A^3 B - \frac{1}{2} ABC^2) \cdot 8A^{-2} B$$

$$= (5 \quad 8)A^{2-2} B^{1+1} + (4 \quad 8)A^{3-2} B^{1+1} - \left(\frac{1}{2} \quad 8\right)A^{1-2} B^{1+1} C^2 \text{ توزيع}$$

$$= 40A^0 B^2 + 32A^1 B^2 - 4A^{-1} B^2 C^2 = 40B^2 + 32AB^2 - 4A^{-1} B^2 C^2$$

17

$$\begin{aligned} & HK(6H^2K^2 - 7H^2Y + 22Y) \text{ استخدم خاصية التوزيع} \\ & = (HK)(6H^2K^2) - (HK)(7H^2Y) + (HK)(22Y) \\ & = 6H^{1+2}K^{1+2} - 7H^{1+2}HKY + 2HKZY \\ & = 6H^3K^3 - 7H^3KY + 2HKZY \end{aligned}$$

18

$$\begin{aligned} & 12X^6Y^7 \left(1 - \frac{1}{2} - X^3Y\right) = 12X^6Y^7 \left(\frac{1}{2} - X^3Y\right) \text{ استخدم خاصية التوزيع} \\ & = 6X^6Y^7 - 12X^{6+3}Y^{7+1} = 6X^6Y^7 - 12X^9Y^8 \end{aligned}$$

19

$$\begin{aligned} & \frac{-1}{3}R^2(R^2 - \sqrt{7}R^2VY) = \frac{-1}{3}R^2 \cdot R^2 + \frac{\sqrt{7}}{3}R^2 \cdot R^2VY \\ & = \frac{-1}{3}R^4 + \frac{\sqrt{7}}{3}R^4VY \end{aligned}$$

20

$$\begin{aligned} & 4AB(A^2B - \sqrt[3]{64}ABC) = 4A^{1+2}B^{1+1} - 4\sqrt[3]{64}A^{1+1}B^{1+1}C \\ & = 4A^3B^2 - 16A^2B^2C \end{aligned}$$

21

$$\begin{aligned} & X^{-4}(X - X^3Y^5 + \sqrt{2}X^{-2}) = X^{-4+1} - X^{-4+3}Y^5 + \sqrt{2}X^{-4-2} \text{ توزيع} \\ & = X^{-3} - X^{-1}Y^5 + \sqrt{2}X^{-6} \end{aligned}$$

22

$$\begin{aligned} & 5M^{-3}(2M + NZ^4 + 4) = 10M^{-3+1} + 5M^{-3}NZ^4 + 20M^{-3} \\ & = 10M^{-2} + 5M^{-3}N - 4 + 20M^{-3} \end{aligned}$$

23

$$\begin{aligned} & |-3|R^2V^2(4RV + 25) = 3R^2V^2(4RV + 25) \text{ توزيع} \\ & = 12R^{2+1}V^{2+1} + 75R^2V^2 \text{ خاصية ضرب الاسس} \\ & = 12R^3V^3 + 75R^2V^2 \end{aligned}$$

24

$$\frac{1}{6}YZ(36Y^2Z^2 + 6YZ + 36) \text{ استعمل خاصية التوزيع}$$

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{1}{6}YZ\right)(36Y^2Z^2) + \left(\frac{1}{6}YZ\right)(6YZ) + \left(\frac{1}{6}YZ\right)(36) \\ & = 6Y^{1+2}Z^{1+2} + Y^{1+1}Z^{1+1} + 6YZ \\ & = 6Y^3Z^3 + Y^2Z^2 + 6YZ \end{aligned}$$

25

$$\sqrt{9}GH(2G^4H^2 + 3GH + 5) \text{ استعمل خاصية التوزيع}$$

$$\begin{aligned} & = (\sqrt{9}GH)(2G^4H^2) + (\sqrt{9}GH)(3GH) + (\sqrt{9}GH)(5) \\ & = 3 \times 2G^{1+4}H^{1+2} + 3 \times 3G^{1+1}H^{1+1} + 3 \times 5GH \\ & = 6G^5H^3 + 9G^2H^2 + 15GH \end{aligned}$$



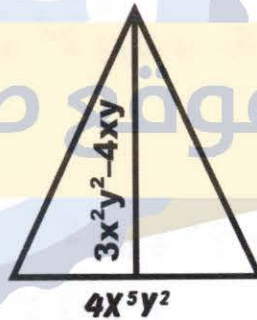
$$\begin{aligned}
 & \boxed{26} \quad |-8| z^6 w^5 (|-2| z^{-6} w^{-5} + \frac{1}{4} z^{-4} w^{-5}) \\
 & = (8 z^6 w^5) (2 z^{-6} w^{-5}) + (8 z^6 w^5) (\frac{1}{4} z^{-4} w^{-5}) \quad \text{توزيع} \\
 & = 16 z^0 \cdot w^0 + 2 z^2 w^0 \quad \text{جمع الاسس عند الضرب لنفس الاساس} \\
 & = 16 + 2 z^2
 \end{aligned}$$

تدرب وحل مسائل حياتية :

27 هندسة : مثلث طول قاعدته بالسنتيمترات $5XY^2$ وارتفاعه بالسنتيمترات $(3X^2Y^2 - 4XY)$ ما مساحة المثلث ؟

الحل // مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة \times الارتفاع

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} (5XY^2) (3X^2Y^2 - 4XY) \\
 &= (\frac{5}{2} XY^2) (3X^2Y^2) - (\frac{5}{2} XY^2) (4XY) \\
 &= \frac{15}{2} X^3Y^4 - 10X^2Y^3 \quad \text{الناتج} \\
 &= \frac{15}{2} X^3Y^4 - 10X^2Y^3 \quad \text{لذا مساحة المثلث}
 \end{aligned}$$



28 تكنولوجيا : اشترك احمد في خدمة الانترنت بسرعة في حين تزيد سرعة اشترك محمد بمقدار $5XY^{-2}$ عن سرعة اشترك احمد , فما سرعة اشترك انور التي تمثل حاصل ضرب سرعتي اشترك احمد ومحمد ؟

$$\begin{aligned}
 & \text{سرعة اشترك محمد} \quad 4X^5Y^2 + 5XY^{-2} \\
 & \text{سرعة اشترك انور} = (4X^5Y^2 + 5XY^{-2}) \\
 & 16X^{10}Y^4 + 20X^6Y^0 = 16X^{10}Y^4 + 20X^6
 \end{aligned}$$

29 احياء : اذا كان عدد افراد مملكة النحل $10W^3Z^2$ وتضاعفت بمقدار $5Z^2$ فكم اصبح عدد النحل؟ لاييجاد عدد النحل نضرب مقدار التضاعف في عدد افراد المملكة

$$(5Z^2)(10W^3Z^2) = 50W^3Z^3$$

عدد افراد النحل

فكر

30 صحح الخطأ . كتب علي ناتج المقدار $\sqrt{2H^2K^2}(\sqrt{2H^2K^2} - \sqrt{4H^3K})$ على شكل $4H^3Y^4 - 4H^5K^3$ جد أخطاء علي وصححه.

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{2H^2K^2}(\sqrt{2H^2K^2} - \sqrt{4H^3K}) \\
 & = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}(H^2 H^2)(K^2 K^2) - \sqrt{2} \cdot \sqrt{4}(H^2 H^3)(K^2 K) \\
 & = 2H^4K^4 - 2\sqrt{2}H^5K^3 \quad \text{الجواب الصحيح}
 \end{aligned}$$



31 **تحديد:** ما الحد الجبري الذي نضربه في المقدار $\frac{5}{2}X^2Y + 5X - 4$ فيكون الناتج

$$10X^4Y^4 + 20X^3Y^3 - 16X^2Y^3$$

توجد طريقتان لايجاد الحد: أما اخراج عامل مشترك من المقدار وهنا يعتبر هو الحد المطلوب

$$10X^4Y^4 + 20X^3Y^3 - 16X^2Y^3 = 4X^2Y^3 \left(\frac{5}{2}X^2Y + 5X - 4 \right)$$

لاحظ المقدار داخل القوس هو المقدار الذي نضرب به حسب معطيات السؤال

الحد هو $4X^2Y^3$

والطريقة الثانية نقسم كل حد من ناتج الضرب على نظيره في المضروب

$$\frac{10X^4Y^4}{\frac{5}{2}X^2Y} = 4X^2Y^3, \frac{20X^3Y^3}{5X} = 4X^2Y^3, \frac{16X^2Y^3}{4} = 4X^2Y^3$$

لاحظ نفس النتائج لذلك الحد المطلوب هو $4X^2Y^3$

32 **تحديد:** صندوق على شكل منشور رباعي مساحة قاعدته Z^2 وارتفاعه $(5Z^2 + 5)$

ما حجم المنشور؟

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$V = Z^2(5Z^2 + 5) = 5Z^4 + 5Z^2 \quad (V) = \text{الحجم}$$

33 **احصائيات:** اذا كان عدد سكان محافظة ديالى $(2X^{-3}Y^3)$ نسمة في حين سكان محافظة بغداد

$20X^{-2}Y^3$ مرة من عدد سكان محافظة ديالى. فما عدد سكان محافظة بغداد؟

نضرب عدد المرات × عدد سكان ديالى = سكان محافظة بغداد

$$(20X^{-2}Y^3)(2X^{-3}Y^3) = (20 \times 2)(X^{-2-3} \cdot Y^{2+3})$$

$$= 40X^{-5}Y^5 \quad \text{عدد سكان محافظة بغداد}$$

اكتب

حاصل ضرب حد جبري في مقدار جبري وجد ناتج الضرب.

$$\sqrt{2}X^2YZ^3(\sqrt{8}XY^2Z - \sqrt{2}XYZ) \quad \text{استخدم خاصية التوزيع}$$

$$= \sqrt{16}X^3Y^3Z^4 - \sqrt{4}X^3Y^2Z^4$$

$$= 4X^3Y^3Z^4 - 2X^3Y^2Z^4$$

الدرس الثالث

ضرب المقادير الجبرية:

فكرة الدرس ضرب مقاديرين كل مقدار من حدين، ضرب مقاديرين الأول من حدين والآخرين من ثلاثة حدود

المفردات: حدان، ثلاث حدود، ضرب عامودي، ضرب أفقي.

مالك المثال التالي، ليهض فكرة الدرس



تعلم

زرع فلاح ارضا للخضروات على شكل مستطيل طول الارض بالامتار $\sqrt{5} X^2Y + X$ وعرضها

بالامتار $\sqrt{25} X^2Y + 4$ ما مساحة الأرض؟

* ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين :

تعلمت عزيزي الطالب ضرب حد جبري في حد جبري و حد جبري في مقدار جبري لكن في هذا الدرس سنتعلم كيف نضرب مقدار من حدين جبريين في مقدار من حدين جبريين بأستعمال خاصية التوزيع أي توزع الحد الأول من المقدار الأول على المقدار الثاني مضافا توزيع الحد الثاني على المقدار الثاني ونبسط الناتج كما سبق. تسمى هذه الطريقة من الضرب بالضرب الافقي .

لكن هناك طريقة أخرى تسمى (الضرب العمودي)

مثال (1) مساحة المستطيل (الخضروات) = الطول × العرض

$$A = (\sqrt{5} X^2Y + X)(\sqrt{25} X^2Y + 4)$$

$$= (\sqrt{5} X^2Y)(\sqrt{25} X^2Y) + (\sqrt{5} X^2Y)(4) + (X)(\sqrt{25} X^2Y) + (X)(4)$$

$$= 5\sqrt{5} X^4Y^2 + 4\sqrt{5} X^2Y + 5 X^3Y + 4X$$

مثال (2) جد ناتج الضرب (الافقي) في كل مما يأتي :

i) توزيع الحدود على القوس الثاني $(\frac{1}{2} X^2 + Y^2)(X^3 + 2 Y^2)$

$$= (\frac{1}{2} X^2)(X^3) + (\frac{1}{2} X^2)(2 Y^2) + (Y^2)(X^3) + (Y^2)(2 Y^2)$$

$$= \frac{1}{2} X^5 + X^2Y^2 + Y^2X^3 + 2 Y^4$$

ii) $(-2|AB + -5|BC)(3 - AB) = (2 AB + 5 BC)(3 - AB)$

$$= (2 AB)(3) - (2 AB)(AB) + (5 BC)(3) - (5 BC)(AB)$$

$$= 6 AB - 2 A^2B^2 + 15 BC - 5 AB^2C$$

مثال (3) جد ناتج الضرب (العمودي) لكل مما يأتي:

(i) $(3 TH^2 - 7)(5 + TH^2)$

$$\begin{array}{r} 3 TH^2 - 7 \\ \uparrow \quad \nearrow \\ 5 + TH^2 \end{array}$$

$$15 TH^2 - 35$$

$$7TH^2 + 3TH^4$$

$$8TH^2 - 35 - 3TH^4$$

اضرب 5 في القوس الأول
واكتب الناتج تحت الخط

ثم اضرب TH^2 في القوس الأول
واكتب الناتج تحت الناتج الأول

ثم اجمع الناتجين عموديا



$$(ii) \left(\frac{2}{9}z^2w^3 + 1\right)(3wz + 4)$$

$$\frac{2}{9}z^2w^3 + 1$$

$$3w^2z + 4$$

$$\frac{2}{3}z^3w^4 + 3w^2z$$

$$+ \frac{8}{9}z^2w^3 + 4$$

$$\frac{2}{3}z^3w^4 + 3w^2z + \frac{8}{9}z^2w^3 + 4$$

ضع كل حد اسفل الحد المشابه له

ناتج الجمع

مثال (4) ملعب كرة طائرة بعدها بالامتار $(8y + 3)$, $(8y - 6)$ ما مساحة الملعب ؟

مساحة الملعب = الطول \times العرض (الضرب عمودي)

الضرب العمودي	
$8y + 3$	
$8y - 6$	
$64y^2 + 24y$	↓
	↓ $-48y - 18$
$64y^2 - 24y - 18$	

الضرب الافقي	
$A = (8y + 3)(8y - 6)$	
$= 64y^2 - 48y + 24y - 18$	
$A = 64y^2 - 24y - 18$	

مساحة الملعب $64y^2 - 24y - 18$

WWW.IQ-RES.COM * ضرب مقدارين الأول من حدين والثاني من ثلاث حدود

ينفس الطريقة السابقة ضرب مقدارين كل منهما يتكون من حدين لكن درسنا هذا .

والان المقدار الأول من حدين والثاني من ثلاث حدود أيضا باستعمال التوزيع كما سبق وتسمى بالضرب الأفقي او الضرب العمودي ويوضع بمقدار ذي حدين تحت المقدار ذات ثلاث حدود ويضرب الحد الأول من المقدار ذي الحدين بالمقدار الأول ويكتب تحت الخط ثم يضرب الحد الثاني من ذي الحدين في المقدار الأول من ذي ثلاث حدود ويوضع الناتج تحت ناتج الخط الأول وكل

حد تحت الحد الذي يشبهه واذا لا فيوضع وحده ويجمع الناتجين .

وهو يمثل الضرب العمودي اما الضرب الافقي سبق ان تطرقنا له (توزيع)

مثال (5) جد ناتج الضرب الافقي في كل مما يأتي:

i)

$$(-2x^2 - 8)(x^2 + x - 2)$$

وهذه تسمى

خاصية التوزيع

$$= -2x^2(x^2 + x - 2) - 8(x^2 + x - 2)$$

$$= -2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x^2 - 8x + 16$$

ضرب بطريقة التوزيع حد على المقدار

$$= -2x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 8x + 16$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad & (\sqrt{7} y^2 - 5z)(\sqrt{7} y^2 + 3z - \sqrt{7} W) \\
 & = \sqrt{7} y^2(\sqrt{7} y^2 + 3z - \sqrt{7} W) - 5z(\sqrt{7} y^2 + 3z - \sqrt{7} W) \\
 & = 7 y^4 + 3\sqrt{7} y^2 z - 7 y^2 W - 5\sqrt{7} z y^2 - 15 z^2 + 5\sqrt{7} z W \\
 & = 7 y^4 + 2\sqrt{7} y^2 z - 7 y^2 W - 15 z^2 + 5\sqrt{7} z W
 \end{aligned}$$

مثال (6) جد ناتج الضرب العمودي لكل مما يأتي :

$$\text{i)} \quad (z+7)(z^2 - 2z + 3)$$

$$\begin{array}{r}
 z^2 - 2z + 3 \\
 \times \\
 z + 7 \\
 \hline
 z^3 - 2z^2 + 3z \\
 + \\
 7z^2 - 14z + 21 \\
 \hline
 z^3 + 5z^2 - 11z + 21
 \end{array}$$

$$\text{ii)} \quad (x+y)(x - xy + y^2)$$

$$\begin{array}{r}
 (x - xy + y^2) \\
 \times \\
 (x + y) \\
 \hline
 x^2 - x^2y + xy^2 \\
 + \\
 -xy^2 + xy + y^3 \\
 \hline
 x^2 - x^2y + xy + y^3
 \end{array}$$

تأكد من فهمك

جد ناتج الضرب انقيا لكل مما يأتي:

$$\text{1)} \quad (3x - 2)(4x + 1) = 3x(4x + 1) - 2(4x + 1) \quad \text{توزيع}$$

$$= 12x^2 + 3x - 8x - 2 = 12x^2 - 5x - 2$$

$$\text{2)} \quad (\sqrt{5}x - 5)\left(\frac{\sqrt{25}}{5}x - 6\right) \quad \text{لاحظ } \frac{\sqrt{25}}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$= \sqrt{5}x(x - 6) - 5(x - 6) = \sqrt{5}x^2 - 6\sqrt{5}x - 5x + 30$$

$$= \sqrt{5}x^2 - (6\sqrt{5} + 5)x + 30$$

$$\text{3)} \quad \left(2A^2B - \frac{5}{8}\right)\left(\frac{3}{5}AB^3 - \frac{1}{6}B\right) \quad \text{استخدام طريقة التوزيع مباشرة}$$

$$= (2A^2B)\left(\frac{3}{5}AB^3\right) - (2A^2B)\left(\frac{1}{6}B\right) - \left(\frac{5}{8}\right)\left(\frac{3}{5}AB^3\right) + \left(\frac{5}{8}\right)\left(\frac{1}{6}B\right)$$

$$= \frac{6}{5}A^3B^4 - \frac{1}{3}A^2B^2 - \frac{3}{8}AB^3 + \frac{5}{48}B$$

$$\text{4)} \quad (-4M^3N^2 - 6MN^3)(6MN - 3M) \quad \text{استعمل خاصية التوزيع}$$

$$= (-4M^3N^2)(6MN) - (-4M^3N^2)(3M) - (6MN^3)(6MN) - (6MN^3)(-3M)$$

$$= -24M^4N^3 + 12M^4N^2 - 36M^2N^4 + 18M^2N^3$$



جد ناتج الضرب عموديا لكل مما يأتي :

$$\begin{array}{r} \boxed{5} \quad (2X - 5)(-4X^3 + 5Y - 7) \\ = -8X^4 + 10XY - 14X + 20X^3 - 25Y + 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4X^3 + 5Y - 7 \\ 2X - 5 \\ \hline + \quad -8X^4 + 10XY - 14X \\ \quad \quad -20X^3 - 25Y + 35 \\ \hline -8X^4 + 10XY - 14X - 20X^3 - 25Y + 35 \end{array}$$

الضرب
العمودي

$$\boxed{6} \quad \begin{array}{r} (XY^2 - 3Z - 15W) \\ 2X^2Y - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2X^3Y^3 - 6X^2YZ - 30X^2YW \\ \quad \quad -3XY^2 + 9Z + 45W \end{array}$$

$$2X^3Y^3 - 6X^2YZ - 30X^2YW - 3XY^2 + 9Z + 45W \quad \text{ناتج الضرب}$$

$$\boxed{7} \quad \begin{array}{r} (4A - 4Y)(Y^2 + 5Z - 6) \\ Y^2 + 5Z - 6 \\ 4A - 4Y \end{array}$$

$$4AY^2 + 20AZ - 24A$$

$$-4Y^3 - 20ZY + 24Y$$

$$4AY^2 + 20AZ - 24A - 4Y^3 - 20ZY + 24Y$$

$$\boxed{8} \quad \begin{array}{r} (X^2 - 2X)(5X^2 + 3X - 4) \\ 5X^2 + 3X - 4 \\ \times X^2 - 2X \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5X^4 + 3X^3 - 4X^2 \\ + \quad -10X^3 - 6X^2 + 8X \\ \hline 5X^4 - 7X^3 - 10X^2 + 8X \end{array}$$

ضرب X^2 في المقدار الثاني
ضرب $2X$ في المقدار الثاني

$$5X^4 - 7X^3 - 10X^2 + 8X \quad \text{ناتج الضرب} \quad \text{الضرب العمودي}$$



تدرب وحل التمرينات

جد ناتج الضرب افقيا لكل مما يأتي

$$9 \quad (x^2y - 5z)(y + 4) = x^2y^2 + 4x^2y - 5zy - 20z$$

$$10 \quad \left(\frac{1}{2}W^2 + 4\right)\left(\frac{16}{\sqrt{4}}z^2 + 4\right) = \left(\frac{1}{2}W^2 + 4\right)(8z^2 + 4)$$

$$= 4W^2z^2 + 2W^2 + 32z^2 + 16$$

$$11 \quad (3M - 5)(10M^2 - 3N) = (3M - 5)(10M^2 - 3N)$$

$$= 30M^3 - 9MN - 50M^2 + 15N$$

$$12 \quad (X + 2Y)(2X + 1) = 2X^2 + X + 4XY + 2Y$$

$$13 \quad (AB + 3C)(2A + C) = 2A^2B + ABC + 6AC + 3C^2$$

$$14 \quad (\sqrt{5}M - 3X)(M - 2X) = \sqrt{5}M^2 - 2\sqrt{5}XM - 3XN + 6X^2$$

$$15 \quad (\sqrt{7}Y - Z)(\sqrt{7}YW + Z) = 7Y^2W + \sqrt{7}YZ - \sqrt{7}ZYW - Z^2$$

$$16 \quad (6M + 5)(2X^2 - 3X - 5) = 12X^2M - 18XM - 30M + 10X^2 - 15X - 25$$

$$17 \quad (H^2K + 1)(RV + 5) = H^2KRV + 5H^2K + RV + 5$$

جد ناتج الضرب عموديا لكل مما يأتي

$$18 \quad \begin{array}{r} 3XY - 3 \\ 4Y + 3Z \\ \hline \end{array}$$

$$12XY^2 - 12Y$$

$$+ XYZ - 9Z$$

$$12XY^2 - 12Y + XYZ - 9Z$$

$$19 \quad \begin{array}{r} \frac{1}{2}M^2 + 2M \\ 4M^2 - 8M + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$2M^4 + 8M^3$$

$$- 4M^3 - 16M^2$$

$$\frac{5}{2}M^2 + 10M$$

$$2M^4 + 4M^3 - \frac{27}{2}M^2 + 10M$$

$$\begin{array}{r} \boxed{20} \quad \sqrt{2} X^2 + 3Y - 1 \\ \sqrt{2} X^2 + 5Y \\ \hline 2X^4 - 3\sqrt{2}X^2Y - \sqrt{2}X^2 \\ - 5\sqrt{2}X^2Y \quad - 5Y \\ \hline 2X^4 - 2\sqrt{2}X^2Y - \sqrt{2}X^2 - 5Y \end{array}$$

$$\boxed{22} \quad |-24| = 24 \quad |-2| = 2$$

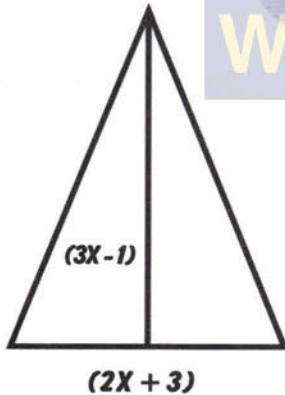
$$\begin{array}{r} |-24| + 6Y \\ -2 | 2W + 2Y \\ \hline 48 ZW + 12 ZWY \\ + 48Y + 12Y^2 \\ \hline 48 ZW + 12 ZWY + 48Y + 12Y^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{21} \quad 6X^2 + 12X - 8 \\ 3X - 5 \\ \hline 18X^3 + 36X^2 - 24X \\ - 30X^2 - 60X + 40 \\ \hline 18X^3 + 6X^2 - 84X + 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{23} \quad 4Y^2 + 10Y + 2 \\ \sqrt{6}X^2 - 3Y \\ \hline 4\sqrt{6}X^2Y^2 + 10X^2Y + 2\sqrt{6}X^2 \\ - 12Y^3 - 30Y^2 - 6Y \\ \hline 4\sqrt{6}X^2Y^2 + 10X^2Y + 2\sqrt{6}X^2 - 12Y^3 - 30Y^2 - 6Y \end{array}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

24 هندسة : ما مساحة مثلث اذا كان طول قاعدته $(2X + 3)$ وارتفاعه $(3X - 1)$ بالامتار؟

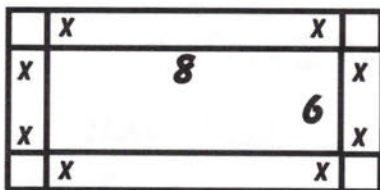


مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة \times الارتفاع

$$A = \frac{1}{2} (2X + 3)(3X - 1) = (X + \frac{3}{2})(3X - 1)$$

$$A = 3X^2 - X + \frac{9}{2}X - \frac{3}{2} \text{ من الامتار المربعة}$$

25 هندسة : يحيط ممر عرضه x بحديقة مستطيلة الشكل طولها 8 امتار وعرضها 6 امتار ما



المساحة الكلية للحديقة والممر؟

عرض الحديقة مع الممر $6 + 2X$ من الأمتار

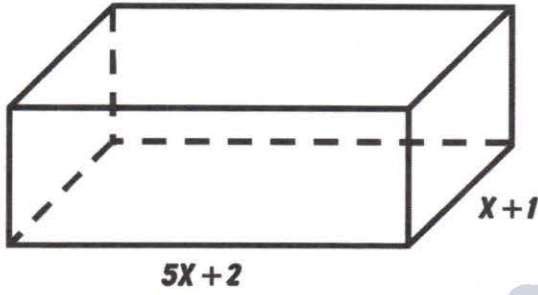
طول الحديقة مع الممر $8 + 2X$ من الأمتار

$$\text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض} = (8 + 2X)(6 + 2X)$$

$$\text{متر مربع} = 48 + 16X + 12X + 4X^2 = 4X^2 + 28X + 48$$



26 **قوابل :** قالب للكبيك مصنوع من الالمنيوم قاعدته مستطيلة الشكل ما مساحة قاعدته اذا علمت

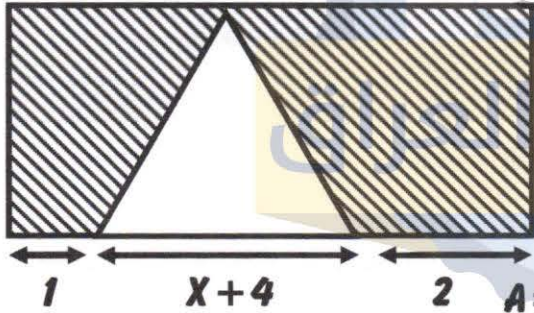


ان بعديه بالسنتمترات في الشكل المجاور
طول قاعدة القالب = $5X + 2$ من السنتمترات
عرض قاعدة القالب = $X + 1$ من السنتمترات
مساحة القاعدة

$$\begin{aligned} A &= (5X + 2)(X + 1) \\ &= 5X^2 + 5X + 2X + 2 \\ &= 5X^2 + 7X + 2 \text{ CM}^2 \end{aligned}$$

27 **جد مساحة المنطقة المظلمة في الشكل المجاور ؟**

طول الشكل = $X + 7 = X + 4 + 1 + 2$
عرض الشكل = $X + 2$ ويمثل ارتفاع المثلث $X + 4$ طول القاعدة المثلث
مساحة الشكل = الطول \times العرض



$$\begin{aligned} A &= (X + 7)(X + 2) \\ &= X^2 + 2X + 7X + 14 \\ &= X^2 + 9X + 14 \end{aligned}$$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع

$$A = \frac{1}{2} (X + 4)(X + 2) = \left(\frac{X}{2} + 2\right)(X + 2)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{X}{2} + 2\right)(X + 2) = \frac{X^2}{2} + X + 2X + 4 \\ &= \frac{X^2}{2} + 3X + 4 \end{aligned}$$

مساحة الجزء المظلم = مساحة الشكل - مساحة المثلث

$$\begin{aligned} A &= (X^2 + 9X - 14) - \left(\frac{1}{2}X^2 + 3X + 4\right) \text{ افتح الاقواس وغير اشارات القوس الثاني} \\ &= \frac{3}{2}X^2 + 6X + 10 \text{ CM}^2 \end{aligned}$$

فكر

28 **تحد:** جد ناتج ما يأتي :

$$\begin{aligned} \text{i) } & (y^M + y^N)(y^{M-1} - y^{N-1} + y^N) \\ &= y^M(y^{M-1} - y^{N-1} + y^N) + y^N(y^{M-1} - y^{N-1} + y^N) \\ &= y^{M+M-1} - y^{M+N-1} + y^{M+N} + y^{N+M-1} - y^{N+N-1} + y^{N+N} \\ &= y^{2M-1} - y^{M+N-1} + y^{M+N} + y^{N+M-1} - y^{2N-1} + y^{2N} \\ &= y^{2M-1} + y^{M+N} - y^{2N-1} + y^{2N} \end{aligned}$$

$$\text{ii) } (3-z)(3^2+3z+z^2) = 3(3^2+3z+z^2) - z(3^2+3z+z^2)$$

$$= 27 + 9z + 3z^2 - 9z - 3z^2 - z^3 = 27 - z^3$$

$$\text{iii) } \left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}T - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}T^2 - \frac{1}{6}T - \frac{1}{6}T + \frac{1}{9}\right)$$

$$= \frac{1}{8}T^3 - \frac{1}{12}T^2 - \frac{1}{12}T^2 + \frac{1}{8}T - \frac{1}{12}T^2 + \frac{1}{8}T + \frac{1}{8}T - \frac{1}{27}$$

$$= \frac{1}{8}T^3 - \frac{2}{12}T^2 + \frac{2}{18}T - \frac{1}{27}$$

$$\text{(iv) } (X+Y)(X-Y) = X(X-Y) + Y(X-Y) = X^2 - XY + XY - Y^2 = X^2 - Y^2$$

29 صحح الخطأ : كتبت سعاد ناتج المقدار $(2X+6)^2$ بالشكل $4X^2+12X-36$ اكتشف خطأ

سعاد وصححه

الجواب الصحيح لذلك جواب سعاد خطأ

$$(2X+6)^2 = (2X+6)(2X+6) = 2X(2X+6) + 6(2X+6)$$

$$= 4X^2 + 12X + 12X + 36$$

$$= 4X^2 + 24X + 36$$

30 مسألة مفتوحة : اكتب مقداراً يحتوي على حدين ومقداراً يحتوي على ثلاث حدود ثم جد ناتج

ضربهما

مقدار حدين $2X+3$

مقدار من ثلاث حدود X^2-5X+1

$$(2X+3)(X^2-5X+1) = 2X(X^2-5X+1) + 3(X^2-5X+1)$$

$$= 2X^3 - 10X^2 + 2X + 3X^2 - 15X + 3$$

$$= 2X^3 - 7X^2 - 13X + 3$$

اكتب مقدارين كل منهما من حدين ثم جد ناتج الضرب بالطريقة العمودية والافقية

$$X+3$$

$$X-1$$

$$X^2+3X \quad \downarrow$$

$$\downarrow -X-3$$

$$X^2+2X-3$$

الضرب العمودي

$$(X+3)(X-1) = X(X-1) + 3(X-1)$$

$$= X^2 - X + 3X - 3 \quad \text{الضرب افقياً}$$

$$= X^2 + 2X - 3$$

الدرس الرابع

قسمة مقدار جبري على حد جبري

فكرة الدرس

قسمة حد جبري على حد جبري ثم قسمة مقدار جبري على حد جبري

المفردات : قسمة , حد جبري , واليك المثال التالي يوضح فكرة الدرس

تعلم

في ألعاب الأسهم ينطلق السهم أفقياً بحسب القانون $X = \frac{5H^2N}{H}$ إذ أن X يمثل سرعة السهم ويرمز H إلى ارتفاع السهم بالامتار ويرمز N الزمن بالثواني جد سرعة السهم إذا كانت قيمته $N=2$, $H=5$

* قسمة حد جبري على حد جبري :

تعلمت في دروس سابقة قسمة الأسس أي أن إذا كان $\frac{A^M}{A^N} = A^{M-N}$ إذ أن $A \neq 0$

أما في هذا الدرس سوف ندرس قسمة المقادير الجبرية و أولاً قسمة حد جبري على حد جبري حيث نقسم المعامل أولاً للحد الجبري في البسط على المعامل الحد الجبري في المقام ثم نطرح الأسس المتغيرات المتشابهة (أي لهما نفس الأسس) بالاعتماد على خاصية قسمة الأسس أما المتغير الذي لا يوجد مشابه له للاختصار يكتب نفسه سواء بالبسط أو المقام للناتج النهائي والآن نعود للمثال السابق

مثال (1) حساب سرعة انطلاق السهم

$$X = \frac{5H^2N}{H} = 5H^2 - 1N \Rightarrow X = 5HN$$

$$X = 5(5)(2) = 50 \text{ M / s} \quad \text{وبتعويض } H=5, N=2 \text{ فإن :}$$

لذا سرعة السهم عند انطلاقه 50 متر بالثانية

مثال (2) جد ناتج القسمة لكل مما يأتي إذ أن المقام لا يساوي صفراً

$$(i) \frac{\frac{4}{8} x^7 y^4}{\frac{6}{3} x^5 y^3} = \frac{4}{3} x^{7-5} y^{4-3} = \frac{4}{3} x^2 y$$

اقسم المعامل على المعامل واطرح الأسس

$$(ii) \frac{-5H^6K}{25H^2} = \frac{-5}{25} H^{6-2} \cdot K = \frac{-1}{5} H^4K$$

يكتب كما هو لعدم وجود اختصار

$$(iii) \frac{\sqrt{16} R^2 V^2}{4RV} = \frac{\sqrt{16}}{4} R^{2-1} V^{2-1} = RV$$

$$(iv) \frac{\frac{1}{3} 2W}{3 z^3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} z^{1-3} W = \frac{1}{9} z^{-2} W = \frac{W}{9z^2} \text{ نحول الاس السالب الى موجب}$$

$$(v) \frac{12 A^5 B^2}{4 A^4 B^2} = \frac{12}{4} A^{5-4} B^{2-2} = 3A$$

$$(vi) \frac{-32 M^5 N^2}{-8 M^3 N} = \frac{-32}{-8} M^{5-3} N^{2-1} = 4M^2 N$$

$$(vii) \frac{-30 x^5 y^8 z^5}{10 x^5 y^6} = \frac{30}{10} x^{5-5} y^{8-6} z^5 = 3y^2 z^5$$

*قسمة مقدار جبري على حد جبري :

تعلمت سابقا قسمة حد جبري على حد جبري والان سوف نتعلم قسمة مقدار جبري على حد جبري حيث المقام لا يساوي صفرا أي طريقة تجزئة الكسور . (يعني القسمة هي ان تجزء الكسر أي يجعل كل حد من البسط مقامه هو الحد المقسوم عليه) . وتجري بنفس الطريقة السابقة لكل جزء اختصار مكون من حد جبري على حد جبري .

مثال (3) جد ناتج المقدار الجبري بأستعمال تجزئه الكسور اذ ان مقام لا يساوي صفر لكل مما يأتي :

$$(i) \frac{12X^3 + 24X^2}{6X} = \frac{12X^3}{6X} + \frac{24X^2}{6X} = 2X^{3-1} + 4X^{2-1} = 2X^2 + 4X$$

$$(ii) \frac{x^6 y^2 - x^3 y^5 - 3x^2 y^7}{x^2 y} = \frac{x^6 y^2}{x^2 y} - \frac{x^3 y^5}{x^2 y} - \frac{3x^2 y^7}{x^2 y}$$

$$= x^{6-2} y^{2-1} - x^{3-2} y^{5-1} - 3x^{2-2} y^{7-1}$$

$$= x^4 y^1 - x y^4 - 3y^6$$

$$(iii) \frac{12z^5 W^2 + 9z^4 W^5 + 15z^2 W^7}{32^2 W}$$

$$= \frac{12z^5 W^2}{32^2 W} + \frac{9z^4 W^5}{32^2 W} + \frac{15z^2 W^7}{32^2 W}$$

$$= 4z^3 W + 3z^2 W^4 + 5W^6$$

$$(iv) \frac{5A^9 B^6 - 25A^3 B^4}{5A^5 B^4} = \frac{5A^9 B^6}{5A^5 B^4} - \frac{25A^3 B^4}{5A^5 B^4} = A^4 B^2 - 5A^{-2} = A^4 B^2 - \frac{5}{A^2}$$

$$(v) \frac{\sqrt{15X^7} - \sqrt{20X^4}}{10X^3} = \frac{\sqrt{15X^7}}{10X^3} - \frac{\sqrt{20X^4}}{10X^3} = \sqrt{\frac{15}{10}} X^4 - \sqrt{\frac{20}{10}} X$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} X^4 - \sqrt{2} X$$

$$(vi) \frac{64R^4V^2 - 16R^2V^2 - 32}{8RV} = \frac{64R^4V^2}{8RV} - \frac{16R^2V^2}{8RV} - \frac{32}{8RV}$$

$$= 8R^3V - 2RV - \frac{4}{RV}$$

$$(vii) \frac{\sqrt{49X^2Y^2} + \sqrt[3]{8X^5Y^6} - 7XY}{14XY} = \frac{\sqrt{49X^2Y^2}}{14XY} + \frac{\sqrt[3]{8X^5Y^6}}{14XY} - \frac{7XY}{14XY}$$

$$= \frac{7}{14}XY + \frac{2}{14}X^4Y^5 - \frac{7}{14} = \frac{1}{2}XY + \frac{1}{7}X^4Y^5 - \frac{1}{2}$$

مثال (4) في الشكل المجاور اذا كانت قاعدة مثلث $2XY$ ومساحته $X^2 - XY + Y^2$ جد ارتفاع المثلث بالامتار؟

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع

الارتفاع = $\frac{2 \times$ مساحة المثلث}{القاعدة}

$$H = \frac{2(X^2 - XY + Y^2)}{2XY} = \frac{2X^2 - 2XY + 2Y^2}{2XY} = \frac{2X^2}{2XY} - \frac{2XY}{2XY} + \frac{2Y^2}{2XY} = \frac{X}{Y} - 1 + \frac{Y}{X}$$

تأكد من فهمك

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي اذ أن المقام لا يساوي صفراً

$$1 \quad \frac{15M^7N^6}{24M^6N^3} = \frac{15}{24}M^{7-6}N^{6-3} = \frac{5}{8}MN^3$$

$$2 \quad \frac{-24X^3Y^3}{36X^2Y^4} = \frac{-24}{36}X^{3-2}Y^{3-4} = \frac{-2}{3}XY^{-1} = \frac{-2X}{3Y}$$

$$3 \quad \frac{8Z^5}{-12Z^2} = \frac{-8}{12}Z^{5-2} = \frac{-2}{3}Z^3$$

$$4 \quad \frac{56H^{12}K^{10}}{-21H^8K^5} = \frac{-56}{21}H^{12-8}K^{10-5} = -\frac{8}{3}H^4K^5$$

$$5 \quad \frac{-18R^2V^6}{-15R^2V^2} = \frac{18}{15}R^{2-2}V^{6-2} = \frac{6}{5}V^4$$

$$6 \quad \frac{72X^5Y^6}{24X^3Y^4} = \frac{72}{24}X^{5-3}Y^{6-4} = 3X^2Y^2$$

$$7 \quad \frac{-84x^6y^5 + 12x^5y^5}{4x^5y^5} = \frac{-84x^6y^5}{4x^5y^5} + \frac{12x^5y^5}{4x^5y^5} = -21x + 3$$

$$8 \quad \frac{36M^7 - 25M^6 + 18M^5}{6M^7} = \frac{36M^7}{6M^7} - \frac{25M^6}{6M^7} + \frac{18M^5}{6M^7}$$

$$= 6 - \frac{25}{6M} + \frac{3}{M^2}$$

$$9 \quad \frac{\sqrt{5H^6} - \sqrt{2GH^2}}{10H^3} = \frac{\sqrt{5H^6}}{10H^3} - \frac{\sqrt{2GH^2}}{10H^3} = \frac{\sqrt{5}}{10}H^3 - \frac{\sqrt{2G}}{H}$$

$$10 \quad \frac{\sqrt{18z^4w^6y^5} - 15z^5w^4y^6}{3x^5y^5} = \frac{\sqrt{18z^4w^6y^5}}{3x^5y^5} - \frac{15z^5w^4y^6}{3x^5y^5}$$

$$= \frac{\sqrt{2}z^4w^6}{x^5} - \frac{5z^5w^4y}{x^5}$$

$$11 \quad \frac{-2M^5N^6 + M^7N^4}{4M^4N^5} = \frac{-2M^5N^6}{4M^4N^5} - \frac{M^7N^4}{4M^4N^5} = -\frac{1}{2}MN + \frac{M^3}{4N}$$

$$12 \quad \frac{\sqrt[3]{-8V^7} - 20V^4}{4V^3} = \frac{\sqrt[3]{-8V^7}}{4V^3} - \frac{20V^4}{4V^3} = \frac{-1}{2}V^4 - 5V$$

WWW.IQ-RES.COM

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي اذ ان المقام لا يساوي صفرا

$$13 \quad \frac{12B^5}{4B^2} = \frac{12}{4}B^{5-2} = 3B^3$$

$$14 \quad \frac{-32M^5N^2}{-8M^3N^4} = \frac{-32}{-8}M^{5-3}N^{2-4} = \frac{4M^2}{N^2}$$

$$15 \quad \frac{12X^4Y^2}{-2YX^2} = \frac{12}{-2}X^{4-2}Y^{2-1} = -6X^2Y$$

$$16 \quad \frac{81X^7Y^8Z^6}{27X^7Y^7Z^3} = \frac{81}{27}X^{7-7}Y^{8-7}Z^{6-3} = 3X^0Y^1Z^3 = 3YZ^3$$

$$17 \quad \frac{36M^5N^5}{3M^6N^3} = \frac{36}{3}M^{5-6}N^{5-3} = 12M^{-1}N^2 = \frac{12N^2}{M}$$

$$18 \quad \frac{9R^2V^2}{6R^3V^4} = \frac{3}{2RV}$$



$$19 \quad \frac{49R^2V^2}{7RV} = 7RV$$

$$20 \quad \frac{36H^3K^5}{6HK} = \frac{36}{6}H^{3-1}K^{5-1} = H^2K^4$$

$$21 \quad \frac{8Y^3W^2}{-12YW} = \frac{8}{12}Y^{3-1}W^{2-1} = -\frac{2}{3}Y^2W$$

$$22 \quad \frac{-R^4V^3 - 4R^6V^5}{3R^3V^5} = \frac{-R^4V^3}{3R^3V^5} - \frac{4R^6V^5}{3R^3V^5} = -\frac{1}{3}R^{4-3}V^{3-5} - \frac{4}{3}R^{6-3}V^{5-5}$$

$$= -\frac{R}{3V^2} - \frac{4}{3}R^3$$

$$23 \quad \frac{6W^5Z^2 + 9W^2Z^2}{3W^5Z^3} = \frac{6W^5Z^2}{3W^5Z^3} + \frac{9W^2Z^2}{3W^5Z^3} = \frac{2}{Z} + \frac{3}{W^2Z}$$

$$24 \quad \frac{15H^8K^4 + 9H^3K^4}{3H^3K^2} = \frac{15H^8K^4}{3H^3K^2} + \frac{9H^3K^4}{3H^3K^2} = 5H^5K^2 + 3K^2$$

$$25 \quad \frac{13A^9B^6C^5 - 52A^7B^6C^5}{13A^5B^3C^2} = \frac{13A^9B^6C^5}{13A^5B^3C^2} - \frac{52A^7B^6C^5}{13A^5B^3C^2} = A^4B^3C^3 - 4A^2BC^4$$

$$26 \quad \frac{8X^5}{12X^{-4}} = \frac{8}{12}X^{5-(-4)} = \frac{2}{3}X^{5+4} = \frac{2}{3}X^9$$

$$27 \quad \frac{6X^5Y^4 + 6X^3Y^2}{9X^3Y^2} = \frac{6X^5Y^4}{9X^3Y^2} + \frac{6X^3Y^2}{9X^3Y^2} = \frac{2}{3}X^2Y^2 + \frac{2}{3}$$

$$28 \quad \frac{\sqrt{36M^6} + \sqrt[3]{27M^3} + 8M^2}{4M^{-2}} = \frac{\sqrt{36M^6}}{4M^{-2}} + \frac{\sqrt[3]{27M^3}}{4M^{-2}} + \frac{8M^2}{4M^{-2}}$$

ارفع M^{-2} الى البسط يتحول الأس السالب الى موجب M^2 واجمع مع اس البسط مباشرة

$$= \frac{6}{4}M^{6+2} + \frac{3}{4}M^{3+2} + 2M^{2+2} = \frac{3}{2}M^8 + \frac{3}{4}M^5 + 2M^4$$

$$29 \quad \frac{72N^7 - 63N^6 - 54N^5}{9N^5} = \frac{72N^7}{9N^5} - \frac{63N^6}{9N^5} - \frac{54N^5}{9N^5} = 8N^2 - 7N - 6$$

$$30 \quad \frac{21Y^2 - 15Y + 12Y^3}{3Y^2} = \frac{21Y^2}{3Y^2} - \frac{15Y}{3Y^2} + \frac{12Y^3}{3Y^2} = 7 - \frac{5}{Y} + 4Y$$

$$31 \quad \frac{48Z^4 + 16Z^3 + 8Z^2}{4Z^2} = \frac{48Z^4}{4Z^2} + \frac{16Z^3}{4Z^2} + \frac{8Z^2}{4Z^2} = 12Z^2 + 4Z + 2$$

$$32 \quad \frac{12M^5N^4 + 9M^4N^2 + 12M^2N^2}{3M^2N^2} = \frac{12M^5N^4}{3M^2N^2} + \frac{9M^4N^2}{3M^2N^2} + \frac{12M^2N^2}{3M^2N^2}$$

$$= 4M^3N^2 + 3M^2 + 4$$



$$\begin{aligned} \boxed{33} \quad \frac{\frac{1}{5}R^3B^4 + \frac{1}{15}R^2B^2 - \frac{1}{25}RB}{\frac{1}{25}RB} &= \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{1}R^2B^3 + \frac{1}{15} \cdot \frac{25}{1}RB - 1 \\ &= 5R^2B^3 + \frac{5}{3}RB - 1 \end{aligned}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

34 هندسة : علبة معدنية على شكل أسطوانة اذا كان $H = \frac{M - 2\pi R^2}{2\pi R}$ ارتفاعها اذا ان M المساحة

الكلية للعلبة المعدنية وان R نصف قطر قاعدتها حيث : $M = 250CM^2$, $R = 5CM$ جد ارتفاعها H ؟

$$\begin{aligned} H &= \frac{M - 2\pi R^2}{2\pi R} = \frac{M}{2\pi R} - \frac{2\pi R^2}{2\pi R} = \frac{M}{2\pi R} - R \\ \therefore H &= \frac{280}{2\pi \times 5} - (5) = \frac{28}{\pi} - 5 = \frac{28}{\pi} - 5 = \frac{28 \times 7}{22} - 5 \approx 4CM \text{ ارتفاعها} \end{aligned}$$

35 هندسة : اذا كان $Z = \frac{N^2 - M^2}{N}$ جد قيمة المقدار Z اذا علمت ان $N = 5$, $M = 4$

$$Z = \frac{N^2 - M^2}{N} = \frac{N^2}{N} - \frac{M^2}{N} = N - \frac{M^2}{N} = 5 - \frac{(4)^2}{5} = \frac{25 - 16}{5} = \frac{9}{5}$$

36 اثبت ان المقدار الجبري لا يحتوي على متغير

$$\begin{aligned} &\frac{25R^2V^4 - 15R^3V^2 - 5R^2V^2 - 25V^2 - 15R + 5}{5R^2V^2} \\ &= \frac{25R^2V^4}{5R^2V^2} - \frac{15R^3V^2}{5R^2V^2} - \frac{5R^2V^2}{5R^2V^2} - \left(\frac{25R^2}{5} - \frac{15R}{5} + \frac{5}{5}\right) \\ &= 5V^2 - 3R - 1 - 5V^2 + 3R - 1 = -2 \end{aligned}$$

37 ألعاب نارية: انطلق سهم ناري عموديا نحو الأعلى وفقا للقانون $V = \frac{H + 5T^2}{T}$ اذا V يمثل

سرعة السهم عند الانطلاق (M/sec) ويرمز h الى الارتفاع الذي بلغه السهم الى علمت انه بلغ ارتفاع $275m$ خلال 5 ثواني ؟

$$V = \frac{H + 5T^2}{T} = \frac{H}{T} + \frac{5T^2}{T} = \frac{H}{T} + 5T$$

$$V = \frac{275}{5} + 5 \times 5 = 55 + 25 = 80 M / SEC \text{ سرعة السهم}$$

فكر

38 تحد : ضع المقدار الجبري في ابسط صورة

$$\frac{-8z^4 - 10z^3 + z^2}{2z^2} + \frac{4z^3 + 5z^2 + 6z}{z}$$

$$= \frac{-8z^4}{2z^2} - \frac{10z^3}{2z^2} + \frac{z^2}{2z^2} + \left(\frac{4z^3}{2} + \frac{5z^2}{2} + \frac{6z}{2} \right) = -4z^2 - 5z + \frac{1}{2} + 4z^2 + 5z + 6$$

$$= \frac{1}{2} + 6 = 6.5$$

39 صح الخطأ : قسم احمد المقدار الجبري $\frac{20X^3y^2 + 12X^2y^2 + 28XY}{4XY}$ فكان الناتج

بين خطأ احمد وصححه $5X^2y + 3X^2y^2 - 7Xz$

$$\frac{20X^3y^2 + 12X^2y^2 + 28XY}{4XY}$$

$$= \frac{20X^3y^2}{4XY} + \frac{12X^2y^2}{4XY} + \frac{28XY}{4XY} = 5X^2y + 3Xy + 7$$

الصحيح

لذا جواب احمد خطأ

اكتب

مثال واحد على قسمة مقدار جبري من ثلاثة حدود على حد جبري واحد جد الناتج

$$\frac{15X^2 - 10X + 5}{5X} = \frac{15X^2}{5X} - \frac{10X}{5X} + \frac{5}{5X} = 3X - 2 + \frac{1}{X}$$

الدرس الخامس // تحليل المقادير الجبرية

فكرة الدرس : تحليل المقدار الجبري بأستعمال العامل المشترك .

WWW.IQ-RES.COM

تحليل المقدار الجبري بأستعمال الفرق بين مربعين
تحليل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

المفردات : العامل المشترك , الفرق بين مربعين , الفرق بين مقدارين مربعين
واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس .

تعلم

بقع الهرم الأكبر (هرم خوفو) في مصر اذ ان الهرم رباعي منتظم المساحة الكليته له $M = X^2 + 2XY$
اذ ان x تمثل طول قاعدة الهرم y تمثل الارتفاع لاحد الأوجه , كيف اجد العامل المشترك الأكبر للمقدار
الذي يمثل المساحة الكليته للهرم ؟

* تحليل مقدار جبري بأستعمال العامل المشترك

درسنا سابقا ضرب حد جبري في مقدار جبري وضرب مقدار جبري في مقدار جبري وفي هذا الدرس سنتعلم
التحليل بأستخدام العمل المشترك الأكبر ويرمز له (ع.م.أ) وهو عكس عملية الضرب والعامل المشترك
الأكبر بين الحدود يتضمن العامل العددي والمتغيرات المشتركة بأصغر أسس . وحاصل ضربها هو العامل
المشترك الأكبر .

مثال (1) جد العامل المشترك الأكبر الذي يمثل المساحة $X^2 + 2XY$

$$\frac{X^2}{X} + \frac{2XY}{X}$$

جد العامل المشترك الأكبر للمقدار وهو x

نقسم كل حد جبري على العامل المشترك فيكون ناتج التحليل $X + 2Y$



لذلك اخراج العامل المشترك الأكبر للمقدار يكتب بالشكل $X^2 + 2XY = X(X + 2Y)$

والتحقق من صحة الحل ان نضرب الحد (ع.م.أ) في القوس الذي هو ناتج قسمة كل حد على (ع.م.أ) نلاحظ ان الناتج يساوي المقدار الاصلي .

مثال (2) حلل المقدار الجبري بأستعمال العامل المشترك الأكبر و تحقق من صحة الحل :

$$(i) \quad 25C^2D + 45D + 5CD^3 = 5D \left(\frac{25C^2D}{5D} + \frac{45D}{5D} + \frac{5CD^3}{5D} \right)$$

$$= 5D(5C^2 + 9 + CD^3) \quad 5D = \text{ع.م.أ}$$

$$5D(5D^2 + 9 + CD^2) = 5C^2D + 45D + 5CD^3 \quad \text{التحقق}$$

$$(ii) \quad 28H^2K - 8K + 12 = 4 \text{ ع.م.أ}$$

$$= 4 \left(\frac{28H^2K}{4} - \frac{8K}{4} + \frac{12}{4} \right) = 4(7H^2K - 2K + 3)$$

$$(iii) \quad \frac{1}{4}Z^2W^2 + \frac{5}{16}ZW + \frac{3}{8}ZW^3 = \frac{1}{4}ZW \text{ ع.م.أ}$$

$$= \frac{1}{4}ZW \left(ZW + \frac{5}{4} + \frac{3}{2}W^2 \right)$$

$$= \frac{1}{4}ZW \left(ZW + \frac{5}{4} + \frac{3}{2}W^2 \right) \quad \text{التحقق: ضرب وتوزيع}$$

$$\frac{1}{4}Z^2W^2 + \frac{5}{16}ZW + \frac{3}{8}ZW^3$$

*** تحليل مقدار جبري بأستعمال الفرق بين مربعين:**

الفرق بين مربعين أي يوجد إشارة (-) بين حدين وكل حد هو مربع كامل أي له جذر تربيعي وتحليل بطريقتنا الفرق بين مربعين هو ان نلاحظ أولا اذا كان عامل مشترك بين الحدين نستخرجه ثم نحلل الباقي داخل القوس واذا لا يوجد نفتح زوجين من الاقواس ونضع في القوس الأول الجذر التربيعي للحد الأول (-) الجذر التربيعي للحد الثاني وفي القوس الثاني نضع الجذر التربيعي للحد الأول (+) الجذر التربيعي للحد الثاني

$$(i) \quad A^2 - B^2 = (A - B)(A + B) \quad \text{اذا لا يوجد عامل مشترك}$$

$$(ii) \quad KA^2 - KB^2 = K(A^2 - B^2) = K(A - B)(A + B) \quad \text{اذا وجد عامل مشترك يتخرج اولاً}$$

مثال (3) حلل كل المقادير بأستعمال الفرق بين مربعين

$$(i) \quad X^2 - Y^2 = (X)^2 - (Y)^2 = (X - Y)(X + Y)$$

$$(ii) \quad Z^2 - 36 = (Z)^2 - (6)^2 = (Z - 6)(Z + 6)$$

$$(iii) \quad 4H^2 - 81W^2 = (2H)^2 - (9W)^2 = (2H - 9W)(2H + 9W)$$

$$(iv) \quad Y^2 - 7 = (Y)^2 - (\sqrt{7})^2 = (Y - \sqrt{7})(Y + \sqrt{7})$$

$$(v) \quad 225m^4n^4 - 625a^2b^2 = 25 \text{ (ع.م.أ)}$$

$$225M^4N^4 - 625A^2B^2 = 25(9M^4N^4 - 25A^2B^2)$$

$$= 25(3MN - 5AB)(3MN + 5AB)$$

$$(vi) \quad 25H^4 - 5A^2 = 5(5H^4 - A^2) = 5(\sqrt{5}H^2 - A)(\sqrt{5}H^2 + A)$$

$$(vii) \quad 144Z^2W^2 - 2 = (12Z)^2 - (\sqrt{2})^2 = (12ZW - \sqrt{2})(12ZW + \sqrt{2})$$

* تحليل مقدار جبري بأستعمال فرق بين مقدارين مربعين

يعني يوجد لدينا مقدارين كل مهما مربع كامل وبينهما إشارة (-) الفرق تحلل بنفس الطريقة لتحلل الفرق بين مربعين

مثال (4) حل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين :

- (i) $(X+Y)^2 - (X+Y)^2 = [(X+Y) - (X+Z)][(X+Y) + (X+Z)]$
 = $(X+Y - X - Z)(X+Y + X + Z)$ استخدام قاعدة الفرق بين مربعين
 = $(Y - Z)(2X + Y + Z)$ رفع الأقواس وتبسيط
- (ii) $(2M+3)^2 - (3M-4)^2 = [(2M+3) - (3M-4)][(2M+3) + (3M-4)]$
 = $(2M+3 - 3M+4)(2M+3 + 3M-4)$ استخدام قاعدة الفرق بين مربعين
 = $(-M+7)(5M-1)$ رفع الأقواس وتبسيط
- (iii) $(3W+5)^2 - (W+4)^2 = [(3W+5) - (W+4)][(3W+5) + (W+4)]$
 = $(3W+5 - W - 4)(3W+5 + W + 4)$ فتح الأقواس
 = $(2W+1)(4W+9)$ تبسيط

تأكد من فهمك

موقع طلاب العراق

حل المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر :

- 1 $12X + 9 = 3\left(\frac{12X}{3} + \frac{9}{3}\right) = 3(4X + 3)$ 3 = أ.م.ع
- 2 $36Y - 18 = 18\left(\frac{36Y}{18} - \frac{18}{18}\right) = 18(2Y - 1)$ 18 = أ.م.ع
- 3 $15M + 21 = 3\left(\frac{15}{3} + \frac{21}{3}\right) = 3(5M + 7)$ 3 = أ.م.ع
- 4 $28z^2 - 7z + 7 = 7\left(\frac{28z^2}{7} - \frac{7z}{7} + \frac{7}{7}\right) = 7(4z^2 - z + 1)$ 7 = أ.م.ع
- 5 $16N^2M + 12M - 4 = 4(4N^2M + 3M - 1)$ 4 = أ.م.ع تقسم على
- 6 $\sqrt{3H^2} - 3H = \sqrt{3H}\left(\frac{\sqrt{3H^2}}{\sqrt{3H}} - \frac{3H}{\sqrt{3H}}\right) = \sqrt{3H}(H - \sqrt{3})$ $\sqrt{3H} =$ أ.م.ع
- 7 $H^2 - 16 = (H - 4)(H + 4)$ حل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين
- 8 $4y^2 - 9 = (2y)^2 - (3)^2 = (2y - 3)(2y + 3)$

ملاحظة : تستطيع ان تجد الجذر التربيعي مباشرة وتضعه بين الأقواس او تستطيع ان تكتب الحد

على صورة مربع كامل وتأخذ الجذر التربيعي من بعد ذلك وتضعه بين الأقواس كما سبق

9 $169X^2 - 11 = (13X)^2 - (\sqrt{11})^2 = (13X - \sqrt{11})(13X + \sqrt{11})$

10 $81A^2 - B^2 = (9A - B)(9A + B)$ ممكن تأخذ الجذر التربيعي مباشرة



11 $49 - y^2 = (7)^2 - (y)^2 = (7 - y)(7 + y)$ ويمكن نكتب كل حد على صورة مربع كامل

12 $25H^2 - 9K^2 = (5H - 3K)(5H + 3K)$

13 $36 - 25R^2 = (6)^2 - (5R)^2 = (6 - 5R)(6 + 5R)$

14 $14z^2 - 2 = 2(7z^2 - 1) = 2(\sqrt{7z} - 1)(\sqrt{7z} + 1)$ اخراج عامل مشترك 2

حل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين .

15 $(3M + 1)^2 - (N + 6)^2 = [(3M + 1) - (N + 6)][(3M + 1) + (N + 6)]$
 $= (3M + 1 - N - 6)(3M + 1 + N + 6)$
 $= (3M - N - 5)(3M + N + 7)$

16 $(2X + Y)^2 - (4X + 3Y)^2 = [(2X + Y) - (4X + 3Y)][(2X + Y) + (4X + 3Y)]$
 $= (2X + Y - 4X - 3Y)(2X + Y + 4X + 3Y)$
 $= (-2X - 2Y)(6X + 4Y)$

17 $(x - 2)^2 - (x + 5)^2 = [(x - 2) - (x + 5)][(x - 2) + (x + 5)]$
 $= (x - 2 - x - 5)(x - 2 + x + 5)$
 $= -7(2x + 3)$

18 $(3 - z)^2 - (6 - z)^2 = [(3 - z) - (6 - z)][(3 - z) + (6 - z)]$
 $= (3 - z - 6 + z)(3 - z + 6 - z)$
 $= (-3)(3 - 2z)$

تدرب وحل التمرينات

حل المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر ومن ثم تحقق من صحة الحل

19 $2x^5 - 6x^2 + 10x^3 = 2x^2 \left(\frac{2x^5}{2x^2} - \frac{6x^2}{2x^2} + \frac{10x^3}{2x^2} \right)$ $2x^2 = \text{إ.م.ع}$
 $= 2x^2(x^3 - 3 + 5x)$

$2x^2(x^3 - 3 + 5x) = 2x^5 - 6x^2 + 10x^3$ التحقق بضرب العامل المشترك في القوس

20 $-24y^6 + 8y^5 - 4y^4 = 4y^4 \left(\frac{-24y^6}{4y^4} + \frac{8y^5}{4y^4} - \frac{4y^4}{4y^4} \right)$
 $= 4y^4(-6y^2 + 26 - 1)$ $4y^4 = \text{إ.م.ع}$

$4y^4(-6y^2 + 26 - 1) = -24y^6 + 8y^5 - 4y^4$

التحقق

21 $21z^3w^3 - 14z^2w^2 + 7z = 7z \left(\frac{21z^3w^3}{7z} - \frac{14z^2w^2}{7z} + \frac{7z}{7z} \right)$

$$= 72W(32^2W^2 - 22W + 1)$$

$$22 \quad 64H^2K^2 - 16HK = 16HK \left(\frac{64H^2K^2}{16HK} - \frac{16HK}{16HK} \right) = 16HK(4HK - 1)$$

التحقق نفس الطريقة السابقة

$$23 \quad 15M^4N^4 + 6MN^3 + 3M^2N^2 = 3MN^2 \left(\frac{15M^4N^4}{3MN^2} + \frac{6MN^3}{3MN^2} + \frac{3M^2N^2}{3MN^2} \right)$$

$$= 3MN^2(5M^3N^2 + 2N + M)$$

$$3MN^2(5M^3N^2 + 2N + M) = 15M^4N^4 + 6MN^3 + 3M^2N^2 \quad \text{التحقق}$$

$$24 \quad R^5V^5 + R^4V^4 + R^2V^2 = R^2V^2 \left(\frac{R^5V^5}{R^2V^2} + \frac{R^4V^4}{R^2V^2} + \frac{R^2V^2}{R^2V^2} \right)$$

$$= R^2V^2(R^3V^3 + R^2V^2 + 1) \quad \text{التحقق بنفس الطريقة}$$

$$25 \quad 72X^3 + 18X^2 + 9 = 9(8X^3 + 2X^2 + 1)$$

ملاحظة: عزيزي الطالب يمكن اخراج عال مشترك وناتج القسمة

كل حد على ع.م.أ يكتب مباشرة داخل القوس ممكن جدا واختصارا والتحقق بنفس الطريقة

$$26 \quad 72M^2N^2 + 4MN + 8 = 4(9M^2N^2 + MN + 2)$$

$$27 \quad 25X^2 - 15X - 5 = 5(5X^2 - 3X - 1)$$

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين

$$28 \quad 4X^2 - 16 = (2X)^2 - (4)^2 = (2X - 4)(2X + 4)$$

$$29 \quad 81 - 25N^2 = (9)^2 - (5N)^2 = (9 - 5N)(9 + 5N)$$

$$30 \quad 121Z^2 - 144W^2 = (11W)^2 - (12W)^2 = (11Z - 12W)(11Z + 12W)$$

$$31 \quad 36H^4 - 4 = (6H^2)^2 - (2)^2 = (6H^2 - 2)(6H^2 + 2)$$

$$32 \quad 169A^2 - 3 = (13A)^2 - (\sqrt{3})^2 = (13A - \sqrt{3})(13A + \sqrt{3})$$

$$33 \quad 49R^2V^2 - 7 = (7RV)^2 - (\sqrt{7})^2 = (7RV - \sqrt{7})(7RV + \sqrt{7})$$

$$34 \quad 625B^2 - 2 = (25B)^2 - (\sqrt{2})^2 = (25B - \sqrt{2})(25B + \sqrt{2})$$

$$35 \quad K^2 - 5 = (K)^2 - (\sqrt{5})^2 = (K - \sqrt{5})(K + \sqrt{5})$$

$$36 \quad T^2 - 1 = (T - 1)(T + 1)$$



حلل المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر ومن ثم الفرق بين مربعين

$$37 \quad 5Y^2 - 20 = 5(Y^2 - 4) = 5(Y - 2)(Y + 2) \quad 5 = \text{أ.م.ع}$$

$$38 \quad 12X^2 - 27 = 3(4X^2 - 9) = 3(2X - 3)(2X + 3) \quad 3 = \text{أ.م.ع}$$

$$39 \quad 81z^2v^2 - 18 = 9(9z^2v^2 - 2) = 9(3zv - \sqrt{2})(3zv + \sqrt{2})$$

$$40 \quad 100 - 20R^2V^2 = 20(5 - R^2V^2) = 20(\sqrt{5} - RV)(\sqrt{5} + RV)$$

$$41 \quad 14W^2 - 2 = 2(7W^2 - 1) = 2(\sqrt{7}W - 1)(\sqrt{7}W + 1)$$

$$42 \quad 18K^2 - 32 = 2(9K^2 - 16) = 2(3K - 4)(3K + 4)$$

$$43 \quad 15M^2 - 75N^2 = 15(M^2 - 5N^2) = 15(M - \sqrt{5}N)(M + \sqrt{5}N)$$

$$44 \quad 30H - 3HK^2 = 3H(10 - K^2) = 3H(\sqrt{10} - K)(\sqrt{10} + K)$$

$$45 \quad (3X + 5)^2 - (X + 4)^2 = [(3X + 5) - (X + 4)][(3X + 5) + (X + 4)]$$

$$= (3X + 5 - X - 4)(3X + 5 + X + 4)$$

$$= (2X + 1)(4X + 9)$$

$$46 \quad (5Y - 3)^2 - (32 - Y)^2 = [(5Y - 3) - (32 - Y)][(5Y - 3) + (32 - Y)]$$

$$= (5Y - 3 - 32 + Y)(5Y - 3 + 32 - Y)$$

$$= (6Y - 35)(4Y + 29)$$

$$47 \quad (Z + 3)^2 - (Z - 5)^2 = [(Z + 3) - (Z - 5)][(Z + 3) + (Z - 5)]$$

$$= (Z + 3 - Z + 5)(Z + 3 + Z - 5) = 8(2Z - 2)$$

$$48 \quad (4M + N)^2 - (5M + 2N)^2 = [(4M + N) - (5M + 2N)][(4M + N) + (5M + 2N)]$$

$$= (4M + N - 5M - 2N)(4M + N + 5M + 2N)$$

$$= (-M - N)(9M + 3N)$$

$$49 \quad (6Z + 1)^2 - (W + 5)^2 = [(6Z + 1) - (W + 5)][(6Z + 1) + (W + 5)]$$

$$= (6Z + 1 - W - 5)(6Z + 1 + W + 5)$$

$$= (6Z - W - 4)(6Z + W + 6)$$

$$50 \quad (X - \sqrt{5})^2 + (X + \sqrt{5})^2 = [(X - \sqrt{5}) - (X + \sqrt{5})][(X - \sqrt{5}) + (X + \sqrt{5})]$$

$$= (X - \sqrt{5} - X - \sqrt{5})(X + \sqrt{5} + X + \sqrt{5})$$

$$= -2\sqrt{5}(2X) = -4\sqrt{5}X$$



تدرب وحل مسائل حياتية

الاشكال على ص 81 من الكتاب المقرر

51 إذا كانت المساحة الكلية للشكل المجاور تعطى بالقانون $X = R^2 + \frac{1}{8}\pi R^2$

حلل المقدار X بأستعمال العامل المشترك الأكبر وجد قيمة X عندما $R = 4$

$$X = R^2 + \frac{1}{8}\pi R^2 = R^2 \left(1 + \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= 4^2 \left(1 + \frac{\pi}{8}\right) = 16 + 2\pi = 16 + 2(3.14) = 22.28$$

52 إذا كان لدينا مربع طول ضلعه $4X$ ومثلث قائم الزاوية طول الضلعين القائمين $X, X+4$ جد مساحة المربع والمثلث معاً ثم حلل المقدار :

مساحة المربع = طول الضلع في نفسه $A1 = (4X)(4X) = 16X^2$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع $A2 = \frac{1}{2}(4X)(X+4)$

$$= 2X(X+4) = 2X^2 + 8X$$

مساحة الشكلين $A = A1 + A2 = 16X^2 + 2X^2 + 8X = 18X^2 + 8X$

التحليل $18X^2 + 8X = 2X(9X + 4)$

53 علبة على شكل أسطوانة المساحة الكلية لها $2\pi \cdot H + 2R^2\pi$ بسط المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر ثم جد المساحة عندما $H = 7, R = 3$

التحليل $2\pi H + 2R^2\pi = 2\pi(H + R^2)$

المساحة $= 2\pi(7 + 3^2) = 2\pi(16) = 32\pi$

فكر

54 تعد : إذا كان المقدار $z = 5x^4 - 10x^3 - 6$, $y = 5x^3 - 15z^2 + 6$ جد ناتج جمع المقدارين ثم حلل الناتج بأستعمال العامل المشترك الأكبر وهل يمكن تحليل كل من مقدار z, y

الجمع $z + y = z = 5x^4 - 10x^3 - 6 + 5x^3 - 15z^2 + 6$

التحليل للجمع $= 5x^4 - 5x^3 - 15x^2 = 5x^2(x^2 - x - 3)$

لا يمكن تحليل كل من المقدار y, z على حدة لعدم وجود عامل مشترك

55 مربع طول ضلعه y CM ومستطيل يزيد طوله 3 CM على طول ضلع المربع وينقص عرضه 3 CM عن طول ضلع المربع ما مساحة المستطيل ؟ وهل المساحة تمثل الفرق بين مربعين ؟

طول ضلع المستطيل $= y + 3$ وعرضه $= y - 3$ ومساحته $(y - 3)(y + 3)$

نعم تمثل الفرق بين مربعين $(y - 3)(y + 3) = y^2 - 9$



56 اين الخطأ : حل حسام وقاسم المقدار $36M^4 - 100N^2$ بأستعمال الفرق بين مربعين وكتب الناتج كما يلي:

حل قاسم

$$36M^4 - 100N^2$$

$$(6M^2 - 10N)(6M^2 + 10)$$

حل حسام

$$36M^4 - 100N^2$$

$$(6M^2 - 10N)(6M^2 - 10)$$

ايهما كتب الناتج صحيح : حل قاسم هو الصحيح لان التحليل هو الفرق بين مربعين

اكتب

طريقتين مختلفتين لتحليل المقدار الجبري :

$$4X^2 - 4Y^2 = (2X - 2Y)(2X + 2Y) = 2(X - Y)2(X + Y)$$

$$= 4(X - Y)(X + Y) \quad \text{طريقة اولى}$$

حل ثم اخرج ع.م.أ

$$4X^2 - 4Y^2 = 4(X^2 - Y^2) = 4(X - Y)(X + Y) \quad \text{طريقة ثانية : اخرج ع.م.أ ثم حل}$$

الدرس السادس // حل المسألة (الخطوات الأربعة)

فكرة الدرس حل مسألة بأستعمال الخطوات الأربعة

تعلم

اشترت هبة قطعة من القماش مستطيلة الشكل لعمل ثوب لها فإذا كان طول قطعة القماش $(X + 180)$ سنتمرا وعرض القطعة هو $(\frac{1}{2}X + 25)$ سنتمرا جد مساحة قطعة القماش .

WWW.IQ-RES.COM

افهم

ما المعطيات في السؤال : قطعة قماش مستطيلة الشكل ابعادها $(X + 180)$, $(\frac{1}{2}X + 25)$ سنتمرا

ما المطلوب في السؤال : إيجاد مساحة قطعة القماش

خطط

كيف تحل المسألة : افضل طريقة لإيجاد الناتج هو استعمال الخطوات الأربعة

حل

مساحة قطعة القماش مستطيلة = الطول × العرض

$$A = (X + 180)(\frac{1}{2}X + 25) \quad \text{توزيع}$$

$$= \frac{1}{2}X^2 + 25X + 90X + 4500$$

$$= \frac{1}{2}X^2 + 115X + 4500 \quad \text{تبسيط}$$

$$= \frac{1}{2}X^2 + 115 + 4500 \quad \text{لذا مساحة المستطيل من السنتمترات}$$



تحقق : استعمال الطريقة العمودية للتحقق من صحة الحل :

$$X + 180$$

$$\frac{1}{2}X + 25$$

$$\frac{1}{2}X^2 + 90X \quad \downarrow$$

$$\downarrow + 25X + 4500$$

$$\frac{1}{2}X^2 + 115X + 4500 \quad \text{لذا فالحل صحيح}$$

مسائل

استعمل استراتيجية الخطوات الأربعة لحل المسائل الآتية :

1 حديقة : حديقة مستطيلة الشكل طولها 10 m وعرضها 8 m تحيط بممر عرضها x ما

المساحة الكلية للحديقة والممر

ليكن عرض الممر x فإن طول الحديقة مع الممر $2X + 10$ وعرض الحديقة مع الممر $2X + 8$

معطيات السؤال : طول الحديقة 10 وعرضها 8 متر واحيطت بممر عرضه x

المطلوب من السؤال : مساحة الحديقة و الممر = الطول × العرض

$$A = (2X + 10)(2X + 8) = 4X^2 + 16X + 20X + 80$$

$$= 4X^2 + 36X + 80 \quad \text{مساحة الحديقة مع الممر}$$

$$2X + 10$$

× التحقق بالضرب العمودي

$$2X + 8$$

$$4X^2 + 20X \quad \downarrow$$

$$+ \downarrow + 16X + 80$$

$$4X^2 + 36X + 80 \quad \text{لذا الجواب صحيح}$$

	X	X	
X	10	8	X
X			X
	X	X	

2 هندسة : طول قاعدة مثلث $(4X + 4)$ وارتفاعه $(4X - 2)$ ما مساحة المثلث بالامتار ؟

استعمل الطريقة الافقية و العمودية .

المعطيات : طول قاعدة المثلث و ارتفاعه و المطلوب مساحته

الحل : مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}(4X + 4)(4X - 2) = (2X + 2)(4X - 2)$$

$$= 8X^2 - 4X + 8X - 4 = 8X^2 + 4X - 4 \quad \text{المساحة}$$

$$\begin{array}{r} (2X+2) \\ \times \\ (4X-2) \\ \hline \end{array} \quad \text{التحقق}$$

$$\begin{array}{r} 8X^2 + 8X \quad \downarrow \\ + \\ \quad \downarrow -4X - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$8X^2 + 4X - 4 \quad \text{لذا الجواب صحيح}$$

3 هندسة : متوازي المستطيلات طوله x وعرضه $(2x + 3)$ وارتفاعه $(3x - 2)$ ما حجم متوازي المستطيلات ؟

$$\begin{aligned} V &= x(2x + 3)(3x - 2) \quad \text{حجم متوازي المستطيلات = الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} \\ &= (2x^2 + 3x)(3x - 2) = 6x^3 - 4x^2 + 9x^2 - 6x \\ &= 6x^3 + 5x^2 - 6x \quad \text{الحجم} \end{aligned}$$

4 **هدية** : لدى احمد حديقة كل من طولها وعرضها x متر وبعد زيادة 4 متر الى الطول و 5 متر الى العرض . ما مساحة الحديقة الجديدة ؟

www.iq-res.com

العرض الجديد $x + 5$ الطول الجديد $x + 4$

$$A = (x + 4)(x + 5) = x^2 + 4x + 5x + 20 = x^2 + 9x + 20$$

5 **علبة** : لدى علي قطعة طولها 50 سنتمرا وعرضها 15 سنتمرا استعمل هذه القطعة لصنع علبة وقام

بقص مربع طول ضلعه y سنتمرا عند كل زاوية ما مساحة قاعدة العلبة

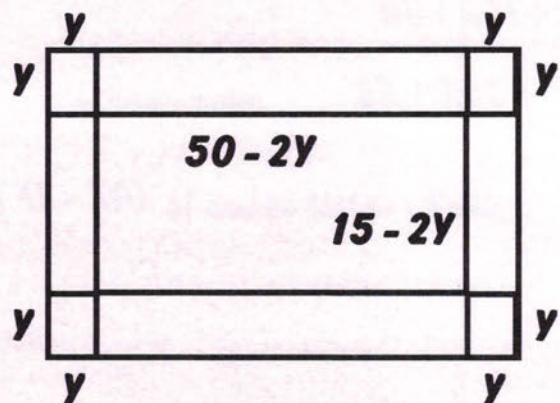
بما ان قطعة القص مربعة الشكل طول ضلعها y لذلك يصبح طول ضلع القطعة $50 - 2y$ وعرضها $15 - 2y$

ومساحة القاعدة = الطول \times العرض الجديد

$$A = (50 - 2y)(15 - 2y)$$

$$= 750 - 100y - 30y + 4y^2$$

$$= 750 - 130y + 4y^2 \quad \text{المساحة بعد القطع}$$



مراجعة الفصل الثالث Chapter (3) Review

المفردات / تراجع في الكتاب ص 84 وتحفظ لاهميتها

الدرس الأول / جميع المقادير الجبرية وطرحها

تدريب (1) اجمع المقادير الجبرية

$$(i) (8y^2 - 4y - 4) + (5y^2 - 8y + 3)$$

$$= 8y^2 - 4y - 4 + 5y^2 - 8y + 3$$

$$= 13y^2 - 12y - 1$$

$$(ii) (5x^3 - 1) + (-4x^3 + 8)$$

$$= 5x^3 - 4x^3 - 1 + 8 = x^3 + 7$$

مثال (1) اجمع المقادير الجبرية التالية

$$(i) (22x - 7) + (14x - 4)$$

$$= 22x + 14x - 7 - 4$$

$$= 36x - 11$$

$$(ii) (5n^2 - 6xn + 3) + (10n^2 - 9xn - 5)$$

$$= 5n^2 - 6xn + 3 + 10n^2 - 9xn - 5$$

$$= 15n^2 - 15xn - 2$$

تدريب (2)

$$(i) (3mn - 8) - (m^2 - 2mn + 8)$$

$$= (3mn - 8) + (-m^2 + 2mn - 8)$$

$$= 3mn - 8 - m^2 + 2mn - 8$$

$$= 5mn - m^2 - 16$$

$$(ii) (2n^3 + 8n - 4) - (-4n^3 + 9n + 5)$$

$$= (2n^3 + 8n - 4) + (4n^3 - 9n - 5)$$

$$= 2n^3 + 8n - 4 + 4n^3 - 9n - 5$$

$$= 6n^3 - n - 9$$

مثال (2)

$$(i) (4x - 6) - (-3x + 7)$$

$$= (4x - 6) + (-3x - 7)$$

$$= 4x - 6 - 3x - 7 = x - 13$$

$$(ii) (2x^2 - 5x + 8) - (x^2 - 3x - 3)$$

$$= (2x^2 - 5x + 8) + (-x^2 + 3x + 3)$$

$$= 2x^2 - 5x + 8 - x^2 + 3x + 3$$

$$= x^2 - 2x + 11$$

الدرس الثاني ضرب حد جبري في مقدار جبري

تدريب (1)

$$(i) (\sqrt[3]{8H^2K^2})(\sqrt[3]{27H^{-4}K^{-3}})$$

$$= (\sqrt[3]{8^3\sqrt[3]{27}})H^2-4K^2-3$$

$$= 2 \times 3H^{-2}K^{-1} = 6H^{-2}K^{-1}$$

$$(ii) (\frac{1}{4}M^{-4}N^{-5})(24M^2N^2) = 6^{-2}N^{-3}$$

مثال (1) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي

$$(i) (-25R^{-3}V^2)(4R^{-2}V)$$

$$= -100R^{-5}V^3$$

$$(ii) (\frac{16}{3}x^5y^2)(\frac{9}{32}xy)$$

$$= (\frac{16}{3} \times \frac{9}{32})x^6y^3 = \frac{3}{2}x^6y^3$$

تدريب (2)

$$(i) 10MN(3 + M^2N^2 + MN)$$

$$= (10MN)(3) + (10MN)(M^2N^2)$$

$$+ (10MN)(MN)$$

$$= 30MN + 10M^3N^3 + 10M^2N^2$$

$$(ii) \sqrt{5}(5z^2w^2 + \sqrt{5}zw + 2)$$

$$5\sqrt{5}z^2w^2 + 5zw + 2\sqrt{5}$$

مثال (2) جد ناتج الضرب

$$-4XY\left(\frac{1}{12}X^2Y + \frac{1}{32}XZ + 3\right)$$

$$= (-4XY)\left(\frac{1}{12}X^2Y\right)$$

$$+ (-4XY)\left(\frac{1}{32}XZ\right) + (-4XY)(3)$$

$$= \frac{1}{3}X^3Y^2 - \frac{1}{8}X^3YZ - 12XY$$

الدرس الثالث ضرب المقادير الجبرية

تدريب (1) جد ناتج الضرب

$$\left(\frac{2}{9}z^2w^3 + 1\right)(32w + 4)$$

$$= \left(\frac{2}{9}z^2w^2\right)(32w) + \left(\frac{2}{9}z^2w\right)(4)$$

$$+ (32w) + 4$$

$$= \frac{2}{3}z^3w^3 + \frac{8}{9}z^2w^3 + 32w + 4$$

تدريب (2) جد ناتج الضرب

$$\left(\frac{1}{2}HK - 10\right)(HK - 3R + 2)$$

$$= \frac{1}{2}HK(HK - 3R + 2) - 10(HK - 3R + 2)$$

$$= \frac{1}{2}H^2K^2 - \frac{3}{2}HKR + HK - 10HK + 30R - 20$$

$$= \frac{1}{2}H^2K^2 - \frac{3}{2}HKR + HK - 9HK + 30R - 20$$

مثال (1) جد ناتج الضرب

$$(\sqrt{5}H + 2R)(\sqrt{5}H - R)$$

$$= \sqrt{5}\sqrt{5}H^2 - \sqrt{5}HR + 2\sqrt{5}RH - 2R^2$$

$$= 5H^2 - 3\sqrt{5}HR - 2R^2$$

مثال (2) جد ناتج الضرب

$$(9M^2 + 2M - 3)(4M^2 - 7M)$$

$$= 4M^2(9M^2 + 2M - 3) - 7M(9M^2 + 2M - 3)$$

$$= 36M^4 + 8M^3 - 12M^2 - 63M^2 - 14M^2 + 21M$$

$$= 36M^4 - 55M^3 - 26M^2 + 21M$$

الدرس الرابع قسمة مقدار جبري على حد جبري

تدريب (1) جد ناتج القسمة في كل مما يأتي

$$(i) \frac{|30|X^3Y^2}{-3X^{-3}Y^{-2}} = -10X^6Y^4$$

$$(ii) \frac{\sqrt{49ZW}}{7Z^2W^2} = \frac{7}{7}Z^{1-2}W^{1-2} = Z^{-1}W^{-1}$$

مثال (1) جد ناتج القسمة في كل مما يأتي

$$(i) \frac{63X^2Y^2}{9XY} = 7XY$$

$$(ii) \frac{\frac{1}{4}G^3H^4}{\frac{1}{36}GH} = \left(\frac{1}{4} \times \frac{36}{1}\right)G^2H^3 = 9G^2H^3$$



مثال (2) جد ناتج القسمة

$$(i) \frac{25R^{-6}V^{-5} - 125R^4V^3 + 50RV}{5RV}$$

$$= \frac{25R^{-6}V^{-5}}{5RV} - \frac{125R^4V^3}{5RV} + \frac{50RV}{5RV}$$

$$= 5R^{-7}V^{-6} - 25R^3V^2 + 10$$

تدريب (2) جد ناتج القسمة

$$\frac{100H^7K^6 + 10H^5K^4 + 20}{10HK}$$

$$= \frac{100H^7K^6}{10HK} + \frac{10H^5K^4}{10HK} + \frac{20}{10HK}$$

$$= 10H^6K^5 + H^4K^3 + \frac{2}{KH}$$

الدرس الخامس تحليل المقادير الجبرية

مثال (1)

حلل المقدار الجبري بأستعمال ع.م.أ.

$$\frac{4}{27}M^4N^2 - \frac{2}{45}M^2N^2 + \frac{5}{18}MN$$

$$\frac{1}{9}MN = \text{ع.م.أ.}$$

$$= \frac{1}{9}MN \left(\frac{4}{3}M^3N - \frac{2}{5}MN + \frac{5}{2} \right)$$

تدريب (1)

حلل المقدار الجبري بأستعمال ع.م.أ.

$$(i) 28R^2V^2 + 7RV + 49 \quad \text{ع.م.أ.} = 7$$

$$= 7 \left(\frac{28R^2V^2}{7} + \frac{7RV}{7} + \frac{49}{7} \right)$$

$$= 7(4R^3V^2 + RV + 7)$$

$$(ii) \sqrt{121G^3H^4 + 11G^2H^2 + 44GH}$$

$$= 11GH(G^2H^3 + GH + 44)$$

مثال (2)

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين

$$(i) (R^2V^2 - 4M^2) = (RV - 2M)(RV + 4M)$$

$$(ii) (49X^2Y^2 - 16) = (7XY - 4)(7XY + 4)$$

$$(i) (64A^4 - 7) = (8A^2 - \sqrt{7})(8A^2 + \sqrt{7})$$

$$(ii) (Z^2 - 3) = (Z - \sqrt{3})(Z + \sqrt{3})$$

اختبار الفصل الثالث

جد ناتج جمع وطرح المقادير الجبرية الآتية :

$$1 \quad (\sqrt[3]{8X^2Y^2} + 4XY - 2) + (\sqrt[3]{27X^2Y^2} - 6XY + 3)$$

$$= 2X^2Y^2 + 4XY - 2 + 3X^2Y^2 - 6XY + 3$$

$$= (2X^2Y^2 + 3X^2Y^2) + (4XY - 6XY) + (-2 + 3) = 5X^2Y^2 - 2XY + 1$$

$$2 \quad (\sqrt{9R^3V^2} + 12GH - 6) + (\sqrt{100R^3V^2} - 2GH + 1)$$

$$= 3R^3V^2 + 12GH - 6 + 10R^3V^2 - 2GH + 1$$

$$= (3R^4V^2 + 10R^3V^2) + (12GH - 2GH) + (-6 + 1) = 13R^3V^2 + 10GH - 5$$

$$\begin{aligned} 3 \quad & \left(\frac{1}{4}M^4N^4 + 7HK + 8\right) + \left(\frac{1}{16}M^4N^4 + 9HK - 12\right) \\ & = \frac{1}{4}M^4N^4 + 7HK + 8 + \frac{1}{16}M^4N^4 + 9HK - 12 \\ & = \left(\frac{1}{4}M^4N^4 + \frac{1}{16}M^4N^4\right) + (7HK + 9HK) + (8 - 12) = \frac{5}{16}M^4N^4 + 16HK - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \quad & (\sqrt{5H^2K^3} - 20X + 2) + (5\sqrt{5H^2K^3} + 5X - 3) \\ & = (\sqrt{5H^2K^3} + 5\sqrt{5H^2K^3}) + (-20X + 5X) + (2 - 3) = 6\sqrt{5H^2K^3} - 15X - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \quad & (\sqrt[3]{125A^2B^2} + 4B + 3) - (15A^2B^2 + 3B - 6) \\ & = (5A^2B^2 + 4B + 3) + (-15A^2B^2 - 3B + 6) \\ & = (5A^2B^2 - 15A^2B^2) + (4B - 3B) + (3 + 6) = -10A^2B^2 + B + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \quad & \left(\frac{3}{12}R^6V^3 - 24H - 6\right) - \left(\frac{3}{12}R^6V^3 - 8H + 1\right) \\ & = \left(\frac{1}{4}R^6V^3 - 24 - 6\right) + \left(-\frac{1}{4}R^6V^3 + 8H - 1\right) \\ & = \left(\frac{1}{4}R^6V^3 - \frac{1}{4}R^6V^3\right) + (-24H + 8H) + (-6 - 1) = -16H - 7 \end{aligned}$$

جد ناتج الضرب للحدود الجبرية الآتية

$$7 \quad (6X^2Y)(12XY) = (6 \cdot 12)(X^{2+1}Y^{1+1}) = 72X^3Y^2$$

$$8 \quad \left(\frac{1}{4}GH\right)(32GH) = \left(\frac{1}{4} \cdot 32\right)G^{1+1}H^{1+1} = 8G^2H^2$$

$$9 \quad (\sqrt{25A^4B^2})(5A^2B^2) = (\sqrt{25} \cdot 5)A^{4+2}B^{2+2} = 25A^6B^4$$

$$10 \quad (\sqrt[3]{1000H^4K^3})(10HK) = (10H^4K^3)(10HK) = 100H^{4+1}K^{3+1} = 100H^5K^4$$

$$11 \quad \sqrt{7RV}(\sqrt{7R^2V^2} + RV + 2) = 7R^3V^3 + 7R^2V^2 + 2\sqrt{7RV}$$

$$12 \quad \frac{1}{9}WZ(81W^{-3}Z^{-3} + 9ZW + 3) = 9W^{-2}Z^{-2} + Z^2W^2 + \frac{1}{3}WZ$$

$$13 \quad -10Z^2W^2(100ZW + 10)$$

$$= -10Z^2W^2(10ZW + 10) = -100Z^3W^3 - 100Z^2W^2$$

جد ناتج ضرب المقدارين الجبريين لكل مما يأتي

$$14 \quad (2X^2 + Y)(X + Y) = 2X^3 + 2X^2Y + XY + Y^2$$

$$15 \quad (ZW + 4)(ZW + 5) = Z^2W^2 + 5ZW + 4ZW + 20 = Z^2W^2 + 9ZW + 20$$

$$16 \quad \left(\frac{3}{15}GH - 3\right)\left(\frac{1}{5}GH - 5\right) = \frac{1}{25}G^2H^2 - GH - \frac{3}{5}GH + 15$$

$$= \frac{1}{25}G^2H^2 - \frac{8}{5}GH + 15$$

$$17) (3X + 4)(X^2 + 3X + 1) = 3X(X^2 + 3X + 1) + 4(X^2 + 3X + 1)$$

$$= 3X^3 + 9X^2 + 3X + 4X^2 + 12X + 4$$

$$= 3X^3 + 13X^2 + 15X + 4$$

$$18) (9R - 1)(2R^4 - 3R + 1) = 9R(2R^4 - 3R + 1) - 1(2R^4 - 3R + 1)$$

$$= 18R^5 - 27R^2 + 9R - 2R^4 + 3R - 1$$

$$= 18R^5 - 2R^4 - 27R^2 + 12R - 1$$

$$19) (4M^2N^2 - N)(4M^{-2}N^{-2} - N + 2)$$

$$= 4M^2N^2(4M^{-2}N^{-2} - N + 2) - N(4M^{-2}N^{-2} - N + 2)$$

$$= 16M^0N^0 - 4M^2N^2 + 8M^2N^2 - 4M^{-2}N^{-1} + N^2 - 2N$$

$$= 16 - 4M^2N^2 + 8M^2N^2 - 4M^{-2}N^{-1} + N^2 - 2N$$

جد ناتج ضرب المقدارين الجبريين بأستعمال الطريقة العمودية لكل مما يأتي :

$$20) \left(\frac{4}{16}A^2B^2 + \frac{25}{5}\right)\left(A^2B^2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{4}A^2B^2 + 5$$

$$A^2B^2 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}A^4B^4 + 5A^2B^2$$

$$- \frac{1}{8}A^2B^2 - \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{4}A^4B^4 + \frac{39}{8}A^2B^2 - \frac{5}{2}$$

22

$$8Z^{-2}W^{-2} + 4$$

$$2ZW + 2$$

$$16Z^{-1}W^{-1} + 8ZW$$

$$+ 16Z^{-2}W^{-2} + 8$$

$$16Z^{-1}W^{-1} + 8ZW + 16Z^{-2}W^{-2} + 8$$

$$21) (5Y^2 - Y)(-3Y^2 + Y + 2)$$

$$-3Y^2 + Y + 2$$

$$5Y^2 - Y$$

$$-15Y^4 + 5Y^3 + 10Y^2$$

$$- 3Y^3 - Y^2 - 2Y$$

$$-15Y^4 + 2Y^3 + 9Y^2 - 2Y$$

جد ناتج القسمة للمقادير الجبرية الآتية :

$$23) \frac{-35X^4}{5X^{-2}}$$

$$= -7X^{4+2} = -7X^6$$

$$24) \frac{12Y^3}{36Y^2}$$

$$= \frac{1}{3}Y^{3-2} = \frac{1}{3}Y$$

$$25 \quad \frac{\sqrt{100} R^6}{\sqrt{25} R^{-8}} = \frac{10}{5} R^6 \cdot R^8 = 2R^6 R^8$$

$$26 \quad \frac{30V^4}{6V^{-8}} = \frac{30}{6} V^4 \cdot V^8 = 5V^{12}$$

$$27 \quad \frac{-35H^2}{5H^{-7}} = \frac{-35}{5} H^2 \cdot H^7 = -7H^9$$

$$29 \quad \frac{-25 ZW^2 + 10 ZW - 5}{52W}$$

$$= \frac{-25 ZW^2}{52W} + \frac{10 ZW}{52W} - \frac{5}{52W}$$

$$= -5W + 2 - \frac{1}{2W}$$

$$31 \quad 14Y^2 + 2Y - 24$$

$$= 2(7Y^2 + Y - 12)$$

$$33 \quad 100C^3 D^3 + 50C^2 D^2 + 25CD$$

$$= 25CD(4C^2 D^2 + 2CD + 1)$$

$$36 \quad 25R^2 - 3$$

$$= (5R - \sqrt{3})(5R + \sqrt{3})$$

$$39 \quad 50 Z^2 - 2$$

$$= 2(25Z^2 - 1)$$

$$= 2(5Z - 1)(5Z + 1)$$

$$37 \quad 81G^2 H^2 - 36$$

$$= (9GH - 6)(9GH + 6)$$

$$40 \quad 400X - 4XY^2$$

$$= 4X(100 - Y^2)$$

$$= 4X(10 - Y)(10 + Y)$$

$$28 \quad \frac{56M^2 N^4 - 7M^2 N^2 + 42}{7MN}$$

$$= \frac{56M^2 N^4}{7MN} - \frac{7M^2 N^2}{7MN} + \frac{42}{7MN}$$

$$= 8MN^3 - MN + \frac{6}{MN}$$

$$30 \quad \frac{81 - 27 AB - 3A}{9B}$$

$$= \frac{81}{9B} - \frac{27 AB}{9B} - \frac{3A}{9B}$$

$$= \frac{9}{B} - 3A - \frac{9}{3B}$$

$$32 \quad 4Z^2 W^2 - 16 Z^2 W^2 + 48 ZW$$

$$= 4 ZW(Z^3 W - 4ZW + 12)$$

$$34 \quad 4Z^2 - 16 = (2Z - 4)(2Z + 4)$$

$$(144X^4 - 64)$$

$$= (12X^2 - 8)(12X^2 + 8)$$

حلل المقادير الجبرية بأستعمال العامل المشترك الأكبر ثم الفرق بين مربعين :

$$38 \quad 18V^2 - 32$$

$$= 2(9V^2 - 16)$$

$$= 2(3V - 4)(3V + 4)$$

$$41 \quad 81W - 169W^3$$

$$= W(81 - 169W^2)$$

$$= W(9 - 13W)(9 + 13W)$$

اطلب النسخة الاصلية من مكتب الشمس حصرا

موبايل / ٠٧٨٠٥٠٣٠٩٤٢ / ٠٧٩٠١٧٥٣٤٦١



الفصل الرابع

المعادلات و المتباينات Inequalities an Equations

- الدرس الأول: حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R .
- الدرس الثاني: حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R .
- الدرس الثالث: حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .
- الدرس الرابع: حل المتباينات الجبرية ذات خطوتين في R .
- الدرس الخامس: حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R .
- الدرس السادس: خطة حل المسألة (التخمين والتحقق).

الاختبار القبلي Pretest

جد قيمة العبارة الجبرية في كل مما يأتي بأستعمال قيمة المتغير المعطاة:

1 عن x عوض 4 في المعادلة وجد الناتج. $x=4$

$$(7x - 3^2) + 7 \quad , x=4$$

$$(7(4) - 9) + 7 = 28 - 9 + 7 = 26$$

2 $y = -5$

$$3(y - 2) - 10 \quad , y = -5$$

$$3(-5 - 2) - 10 = 3(-7) - 10 = -21 - 10 = -31$$

3 $y = -5$

$$2^3(n - 6) - 15 \quad , y = -5$$

$$2^3(-16 - 6) - 15 = 8(-22) - 15 = -176 - 15 = -191$$

4 $n = 6$

$$(36 \div d) - 4^2(1 - d) \quad , n = 6$$

$$(36 \div 6) - 4^2(1 - 6) = (6) - 16(-5) + 80 = 86$$

5 $y = 3$

$$|-8| + y^3 - 24 \quad , y = 3$$

$$|-8| + 3^3 - 24 = 8 + 27 - 24 = 11$$

6 $v = -5$

$$3v \div 5 - |-12| \div 2 \quad , v = -5$$

$$3(-5) \div 5 - |-12| \div 2 = (-15 \div 5) - 6 = -3 - 6 = -9$$

حل معادلات الجمع والطرح بأستعمال الحساب الذهني

7 $x + 21 = 21 \rightarrow x + 21 = 21 \rightarrow x = 0$

8 $y - 9 = 11 \rightarrow 20 - 9 = 11 \rightarrow y = 20$

9 $80 - z = 20 \rightarrow 8 - 60 = 20 \rightarrow z = 60$

10 $|-10| + x = 33 \rightarrow 10 + x = 33 \rightarrow 10 + 23 = 33 \rightarrow x = 23$

11 $m - \sqrt{16} = 0 \rightarrow m - 4 = 0 \rightarrow 4 - 4 = 0 \rightarrow m = 4$

12 $\sqrt{49} - n = 0 \rightarrow 7 - n = 0 \rightarrow 7 - 7 = 0 \rightarrow m = 0$

حل معادلات الجمع والطرح بأستعمال العلاقة بين الجمع و الطرح: (أضافة النظير الجمعي للطرفين)

13 $w + 132 = 61 \rightarrow w + 132 - 132 = 61 - 132 \rightarrow w = -71$

14 $m - 22 = -32 \rightarrow m - 22 + 22 = -32 + 22 \rightarrow m = -10$

$$15 \quad y + 14 = |-10| \Rightarrow y + 14 = 10 \Rightarrow y + 14 - 14 = 10 - 14 \Rightarrow y = -4$$

$$16 \quad 63 - x = |-43| \Rightarrow 63 - x = 43 \Rightarrow 63 - x + x = 43 + x \Rightarrow \\ 63 = 43 + x \Rightarrow 63 - 43 = 43 - 43 + x \Rightarrow x = 20$$

$$17 \quad \sqrt{64} - h = 8 \Rightarrow 8 - h + h = 8 + h \Rightarrow 8 = 8 + h \Rightarrow \\ 8 - 8 = 8 - 8 + h \Rightarrow h = 0$$

$$18 \quad d + \sqrt[3]{27} = 8 \Rightarrow d + 3 = 8 \Rightarrow d + 3 - 3 = 8 - 3 = d = 5$$

حل معادلات الضرب و القسمة باستخدام العلاقة بين الضرب و القسمة (بأستخدام النضير الضربي).

$$19 \quad 3k = 15 \Rightarrow \frac{1}{3} \times 3k = \frac{1}{3} \times 15 \Rightarrow k = \frac{15}{3} \Rightarrow k = 5$$

$$20 \quad s \div 8 = -9 \Rightarrow \frac{s}{8} = -9 \Rightarrow 8 \times \frac{s}{8} = -9(8) \Rightarrow s = -72$$

$$21 \quad \sqrt{4n} = -24 \Rightarrow 2n = -24 \Rightarrow \frac{1}{2}(2n) = \frac{1}{2}(-24) \Rightarrow n = -12$$

$$22 \quad |-7|m = 63 \Rightarrow 7m = 63 \Rightarrow \frac{1}{7}(7m) = \frac{1}{7}(63) \Rightarrow m = 9$$

$$23 \quad -88 \div y = |-11| \Rightarrow \frac{-88}{y} = 11 \Rightarrow -88 = 11y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{11}(-88) = \frac{1}{11}(11y) \Rightarrow -8 = y \Rightarrow y = -8$$

$$24 \quad x \div \sqrt[3]{8} = 20 \Rightarrow \frac{x}{2} = 20 \Rightarrow 2\left(\frac{x}{2}\right) = 2(20) \Rightarrow x = 40$$

حل المعادلات التالية في Q: (بأستخدام النضير الجمعي و الضربي).

$$25 \quad 7y - 4 = 51 \Rightarrow 7y - 4 + 4 = 51 + 4$$

$$\Rightarrow 7y = 55 \Rightarrow \frac{1}{7}(7y) = \frac{1}{7}(55) \Rightarrow y = \frac{55}{7}$$

$$26 \quad \sqrt{16} - 2x = 21 \Rightarrow 4 - 2x = 21 \Rightarrow 4 - 4 - 2x = 21 - 4$$

$$\Rightarrow -2x = 17 \Rightarrow \frac{1}{-2}(-2x) = \frac{1}{-2}(17) \Rightarrow x = \frac{17}{-2}$$

$$27 \quad 3x \div 9 = 5 + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{9} = \frac{10+1}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow 3\left(\frac{x}{3}\right) = 3\left(\frac{11}{2}\right) \Rightarrow x = \frac{33}{2}$$

$$28 \quad \sqrt[3]{27} \div m = 5^2 - 1 \Rightarrow \frac{3}{m} = 25 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{m} = 24 \Rightarrow m = \frac{3}{24} \Rightarrow m = \frac{1}{8}$$

$$29 \quad |-18|h = 72 \div (-9) \rightarrow 18h = \frac{72}{-9}$$

$$\rightarrow 18h = -8 \rightarrow h = \frac{-8}{18} = \frac{-4}{9}$$

$$30 \quad z \div |-11| = 3^3 \div 22 \rightarrow z \div 11 = 27 \div 22 \rightarrow \frac{z}{11} = \frac{27}{22}$$

$$\rightarrow 11\left(\frac{z}{11}\right) = 11\left(\frac{27}{22}\right) \rightarrow z = \frac{27}{2}$$

أكتب مثالا واحدا لكل خاصية من الخواص الآتية:

31 لكل $a, b, c \in \mathbb{Q}$ إذا كان $a \leq b$ فإن $a + c \leq b + c$ إذا كان $c \leq 0$ مثل: $3 < 5$ فإن $3 + 2 < 5 + 2$

مثال // إذا كان $\sqrt{12} \leq \sqrt{16}$ فإن $\sqrt{12+3} \leq \sqrt{16+3}$

32 لكل $(a, b, c \in \mathbb{Q})$ إذا كان $a \leq b$ فإن $a \cdot c \leq b \cdot c$ إذا كان $c \leq 0$ مثل: $3 > 5$ وأن $-2 < 0$ فإن $3(-2) < 5(-2)$ $-10 < -6$

33 لكل a, b, c إذا كان $a \geq b$ وأن $(c > 0)$ فإن $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ وإذا $(c > 0)$ فإن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ مثل:

إذا كان $10 > 7$ وأن $3 > 0$ فإن $\frac{10}{3} > \frac{7}{3}$

استعمل خصائص المتباينات لحل كل من المتباينات الآتية: (النظير الضربي والجمعي)

$$34 \quad y - 10 < 12 \rightarrow y - 10 + 10 < 12 + 10 \rightarrow y < 22$$

$$35 \quad x + 5^2 \geq 18 \rightarrow x + 25 \geq 18$$

$$\rightarrow x + 25 - 25 \geq 18 - 25 \rightarrow x \geq -7$$

$$36 \quad -9 + m \leq 0 \rightarrow -9 + 9 + m \leq 0 + 9 \rightarrow m \leq 9$$

$$37 \quad \sqrt[3]{8} + h \leq 26 \rightarrow 2 + h \leq 26$$

$$\rightarrow 2 - 2 + h \leq 26 - 2 \rightarrow h \leq 24$$

$$38 \quad \frac{x}{11} > \frac{1}{3} \rightarrow \left(\frac{x}{11}\right)11 > \left(\frac{1}{3}\right)11 \rightarrow x > \frac{11}{3}$$

$$39 \quad -7y \leq 19 \rightarrow (-7y)\left(\frac{1}{-7}\right) \geq 19\left(\frac{1}{-7}\right) \rightarrow y \geq -\frac{19}{7}$$

$$40 \quad \frac{y}{7} < -10 \rightarrow y < (-10)(7) \rightarrow y < -70$$

$$41 \quad 4x + 10 < -48 \rightarrow 4x + 10 - 10 < -48 - 10$$

$$\Rightarrow 4x < -58 \rightarrow x < \frac{-58}{4}$$

$$42 \quad -3(n - 7) \geq 21 \rightarrow -3n + 21 \geq 21$$

$$\rightarrow -3n + 21 - 21 \geq 21 - 21 \rightarrow -3n \geq 0 \rightarrow n \leq 0$$



حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R

فكرة الدرس:

* حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R مجموعة الأعداد الحقيقية. المفردات: معادلة بمتغير واحد، معادلة من الدرجة الأولى، التحقق. و إليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس.

تعلم:

لدى أحمد 5 أقفاص من طيور الكناري ولدى فراس 4 أقفاص من الطيور. أخرج أحمد 8 طيور من أقفاصه و أصنافها الى طيور فراس ليصبح لدى كل منهما عدد الطيور نفسه. إذا وزعت الطيور بشكل متساوي على الأقفاص فجد عدد الطيور في كل قفص؟

ملاحظة: حل المعادلات باستعمال الجمع و الطرح.

تعلم ان المعادلة من الدرجة الأولى بمتغير واحد هي المعادلة التي فيها متغير واحد ومن القوة واحد وحل المعادلة يعني إيجاد قيمة المتغير فيها ولحل المعادلة نضع المتغير في طرف و الأعداد في الطرف الآخر. وإليك المثال أعلاه لتوضيح فكرة الدرس.

مثال (1): جد عدد الطيور في كل قفص

افرض عدد الطيور في كل قفص هو x لذا عدد طيور أحمد 5x وعدد طيور فراس 4x. لذا فإن المعادلة التي تمثل المسألة هي:

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$\begin{array}{r} -4x \quad -4x \\ \hline x - 8 = 8 \\ + 8 = +8 \\ \hline \end{array}$$

الطريقة الأولى للحل: الطريقة الرأسية وذلك بإضافة:

$$\therefore x = 16$$

لذا عدد الطيور في كل قفص هو 16 طيرا

أما الطريقة الثانية: هي الطريقة الأفقية (المستعملة دائما) أكتب المعادلة التي تمثل المسألة

$$5x - 8 = 4x + 8 \quad \rightarrow \quad 5x - 4x - 8 = 4x - 4x + 8$$

$$\rightarrow \quad x - 8 = 8 \quad \rightarrow \quad x = 8 + 8 \quad \rightarrow \quad x = 16$$

التحقق عن قيمة المتغير في معادلة المسألة نعوض 16 وهي قيمة x

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$5(16) - 8 = 4(16) + 8$$

$$80 - 8 = 64 + 8$$

$$72 = 72$$

∴ الحل صحيح

حل المعادلات التالية باستعمال الجمع والطرح:

$$i) \quad 3y - 12 = 2y - |-30| \quad \rightarrow \quad 3y - 12 = 2y - 30$$

$$\rightarrow 3y - 2y - 12 = 2y - 2y - 30 \quad \rightarrow \quad y - 12 = -30$$

$$\rightarrow y = -30 + 12 = -18$$

$$ii) \quad 20 + 2h = 3h - 3^2 \quad \rightarrow \quad 2 + 2h - 2h = 3h - 2h - 9$$

$$\rightarrow 20 = h - 9 \quad \rightarrow \quad h = 20 + 9 = 29$$

$$iii) \quad 2x + 2\sqrt{3} = x - 3\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad 2x - x + 2\sqrt{3} = x - x - 3\sqrt{3}$$

$$\rightarrow x + 2\sqrt{3} = -3\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad x = -2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad x = -5\sqrt{3}$$



$$\text{iv) } |-3| m = 10 - \sqrt[3]{-8m} \quad \rightarrow \quad 3m = 10 + 2m$$

$$\rightarrow \quad 3m - 2m = 10 + 2m - 2m \quad \rightarrow \quad m = 10$$

خلاصة حل المعادلات: بعد تخليص المعادلة من المطلق و الجذور التربيعية و التكعيبية نقل جميع المتغيرات الى جهة اليسار مع تغيير اشارتها و الأعداد المعلومة الى جهة اليمين أيضا مع تغيير الأشارات و بعد التبسيط نحصل على قيمة المتغير وهو يمثل حل المعادلة.

*** حل المعادلات باستعمال الضرب و القسمة:**

أستعمل الضرب و القسمة لأيجاد قيمة المتغير في معادلات الدرجة الأولى في متغير واحد.

مثال (3) أقلام تلوين: اشترت سري 5 علب أقلام تلوين، فأحتفظت لنفسها ب 3 أقلام من كل علب و وزعت الباقي على أخواتها الأربعة بالتساوي فكان حصة كل واحدة من أخواتها 15 قلاما، ماعدد الأقلام في كل علب؟

الحل: أفرض عدد الاقلام في كل علبه هو n قلمًا.

و بعد أن أخذت من كل علبه 3 قلم ، أصبحت عدد الأقلام في كل علبه n-3 وهن 5 علب و وزعت على 4 أخوات و حصة كل واحدة منهن 15 فالمعادلة التي تمثل المسألة هي:

$$5 \text{ علب كل علبه } (n-3) \text{ قلم مقسوم على } 4 \text{ يساوي } 15.$$

$$5(n-3) \div 4 = 15$$

$$\frac{5(n-3)}{4} = 15 \quad \rightarrow \quad 4 \left(\frac{5(n-3)}{4} \right) = 4(15) \quad \rightarrow \quad 5n - 15 = 60$$

$$\rightarrow 5n - 15 + 15 = 60 + 15 \quad \rightarrow \quad 5n = 75 \quad \rightarrow \quad n = \frac{75}{5} = 15$$

$$\rightarrow n = 15$$

لذا كل علبه تحتوي على 15 قلمًا

و للتحقق عوض n بما يساويها 15 في المعادلة التي تمثل المسألة.

$$5(15 - 3) \div 4 = 15$$

$$5 \times 12 \div 4 = 60 \div 4 = 15.$$

∴ الحل صحيح

مثال (4): حل المعادلات التالية باستعمال الضرب و القسمة: (أستعمل النظير الضربي)

$$\text{i) } x \div 12 = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{x}{12} = 4 \quad \rightarrow \quad 12 \left(\frac{x}{12} \right) = 12(4) \quad \rightarrow \quad x = 48$$

$$\text{ii) } \sqrt{36y} \div 2 = |-5| \quad \rightarrow \quad 6y \div 2 = 5 \quad \rightarrow \quad \frac{6y}{2} = 5$$

$$\rightarrow \quad 3y = 5 \quad \rightarrow \quad \frac{3y}{3} = \frac{5}{3} \quad \rightarrow \quad y = \frac{5}{3}$$

مثال (5): حل المعادلات التالية: (أستعمل النظير الجمعي)

$$\text{i) } 5y + 7 = 3y - 2^3 \quad \rightarrow \quad 5y - 3y + 7 = 3y - 3y - 8$$

$$\rightarrow 2y + 7 = -8 \quad \rightarrow \quad 2y + 7 - 7 = -8 - 7 \quad \rightarrow \quad 2y = -15$$

$$\rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{-15}{2} \quad \rightarrow y = \frac{-15}{2}$$

$$\text{ii) } \sqrt{16x} - 3\sqrt{7} = \sqrt{9x} \quad \rightarrow \quad 4x - 3\sqrt{7} = 3x$$

$$\rightarrow \quad 4x - 3x - 3\sqrt{7} = 3x - 3x \quad \rightarrow \quad x - 3\sqrt{7} = 0$$

$$\rightarrow \quad x - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 0 + 3\sqrt{7} \quad \rightarrow \quad x = 3\sqrt{7}$$



$$\text{iii) } 3(6t + 5) = 3(3t + 12) \rightarrow 6t + 5 = 3t + 12$$

$$\rightarrow 6t - 3t = 12 - 5 \rightarrow \frac{3t}{3} = \frac{7}{3} \rightarrow t = \frac{7}{3}$$

$$\text{iv) } \frac{2x}{5} = \frac{7}{20} \rightarrow 5\left(\frac{2x}{5}\right) = 5\left(\frac{7}{20}\right) \rightarrow 2x = \frac{7}{4} \rightarrow x = \frac{7}{2(4)} = \frac{7}{8}$$

تأكد من فهمك:

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح و تحقق من صحة الحل.

أضافة $3x$ - الى الطرفين:

$$\text{1) } 4x - 10 = 3x + 20 \rightarrow 4x - 3x - 10 = 3x - 3x + 20$$

$$\rightarrow x - 10 = 20 \rightarrow x - 10 + 10 = 10 + 20 \rightarrow x = 30$$

التحقق: نعوض عن $x=30$ في المعادلة الاصلية

$$4(30) - 10 = 3(30) + 20$$

$$120 - 10 = 90 + 20 \rightarrow 110 = 110$$

الحل صحيح

اضافة m - للطرفين

$$\text{2) } 25 + m = 2m - 16 \rightarrow 25 + m - m = 2m - m - 16$$

$$\rightarrow 25 = m - 16 \rightarrow 25 + 16 = m - 16 + 16$$

$$\rightarrow 41 = m \rightarrow m = 41$$

$$25 + m = 2(41) - 16$$

$$66 = 82 - 16 \rightarrow 66 = 66$$

التحقق: نعوض $m=41$ في المعادلة الاصلية

الحل صحيح

$$\text{3) } 2y - 2^4 = y - 3 \rightarrow 2y - y - 2^4 = y - y - 3 \rightarrow y - 16 = -3$$

$$\rightarrow y - 16 + 16 = -3 + 16 \rightarrow y = 13$$

التحقق: نعوض $y=13$ في المعادلة الاصلية

$$2(13) - 2^4 = 13 - 3$$

$$\text{4) } \sqrt{49} - d = 21 - 2d \rightarrow 7 - d = 21 - 2d$$

$$\rightarrow 7 - d + 2d = 21 - 2d + 2d$$

$$\rightarrow 7 + d = 21 \rightarrow 7 - 7 + d = 21 - 7 \rightarrow d = 14$$

التحقق: نعوض $d=14$ في المعادلة الاصلية

$$\sqrt{49} - 14 = 21 - 2(14)$$

$$\rightarrow 7 - 14 = 21 - 28 \rightarrow -7 = -7$$

$$\text{5) } |-13|x = \sqrt[3]{-27} + 12x \rightarrow 13x = -3 + 12x$$

$$\rightarrow 13x - 12x = -3 + 12x - 12x \rightarrow x = -3$$

التحقق بنفس الطريقة السابقة

$$\text{6) } 7y - 6^2 = 6y - 36 \rightarrow 7y - 36 - 6y = 6y - 6y - 36$$

$$y - 36 = -36 \rightarrow y = -36 + 36 \rightarrow y = 0$$

التحقق بنفس الطريقة السابقة

$$\boxed{7} \quad 3h + 4\sqrt{5} = 2h + 7\sqrt{5} \rightarrow 3h - 2h + 4\sqrt{5} = 2h - 2h + 7\sqrt{5}$$

$$h + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5} \rightarrow h + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \rightarrow h = 3\sqrt{5}$$

$$\boxed{8} \quad \sqrt{9x} = |-17| + 2x \rightarrow 3x = 17 + 2x \rightarrow 3x - 2x = 17 + 2x - 2x$$

$$\rightarrow x = 17$$

حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة و تحقق من صحة الحل:

$$\boxed{9} \quad 2x \div 16 = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2x}{16} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{3} \rightarrow 8\left(\frac{x}{8}\right) = 8\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\rightarrow x = \frac{8}{3}$$

للتحقق: نعوض في المعادلة الاصلية

$$2\left(\frac{8}{3}\right) \div 16 = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{16}{3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{10} \quad \sqrt[3]{8y} \div |-6| = 3^2 \rightarrow 2y \div 6 = 9 \rightarrow \frac{2y}{6} = 9$$

$$\rightarrow \frac{y}{3} = 9 \rightarrow 3\left(\frac{y}{3}\right) = 3(9) \rightarrow y = 27$$

التحقق في نفس الطريقة

$$\boxed{11} \quad 3m - 9 = 5 - 2m \rightarrow 3m + 2m - 9 = 5 - 2m + 2m$$

$$\rightarrow 5m - 9 = 5 \rightarrow 5m - 9 + 9 = 5 + 9 \rightarrow 5m = 14$$

$$\rightarrow \frac{1}{5}(5m) = \frac{1}{5}(14) \rightarrow m = \frac{14}{5}$$

التحقق في نفس الطريقة

$$\boxed{12} \quad \sqrt{3z} \div 12 = \sqrt{12} \div 5 \rightarrow \frac{\sqrt{3z}}{12} = \frac{\sqrt{12}}{5} \rightarrow 12\left(\frac{\sqrt{3z}}{12}\right) = 12\left(\frac{\sqrt{12}}{5}\right)$$

$$\rightarrow \sqrt{3z} = 12\left(\frac{\sqrt{12}}{5}\right) \rightarrow z = \frac{12\sqrt{12}}{5\sqrt{3}} \rightarrow z = \frac{12 \times 2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} \rightarrow z = \frac{24}{5}$$

$$\boxed{13} \quad \frac{\sqrt{5}}{2}x = \frac{1}{3} \rightarrow \sqrt{5}x = \frac{1}{3}(2) \rightarrow x = \frac{2}{3\sqrt{5}}$$

للتحقق عوض عن قيمة $x = \frac{2}{3\sqrt{5}}$ بالمعادلة الأصلية نلاحظ الطرف الأيسر = الأيمن

$$\boxed{14} \quad \frac{6y}{5\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{5} \rightarrow \frac{6y}{5 \times 3} = \frac{6}{5} \rightarrow 6y = \frac{6 \times 15}{5}$$

$$\rightarrow y = \frac{6 \times 15}{5 \times 6} \rightarrow y = 3$$

$$15 \quad 2(h + 5) = \sqrt{64} \rightarrow 2h + 10 = 8 \rightarrow 2h = 8 - 10 \rightarrow 2h = -2$$

$$\rightarrow h = \frac{-2}{2} \rightarrow h = -1$$

$$16 \quad |-14|n = 63 \div (-9) \rightarrow 14n = -7 \rightarrow n = \frac{-7}{14} \rightarrow n = \frac{-1}{2}$$

تدرب وحل التمرينات/

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح و تحقق من صحة الحل:

$$17 \quad 5y - 20 = 4y + 2$$

$$5y - 4y = 4y - 4y + 2 + 20 \rightarrow y = 22$$

التحقق نعوض في المعادلة الأصلية $y = 22$

$$5(22) - 20 = 4(22) + 2 \rightarrow 110 - 20 = 88 + 2 \rightarrow 90 = 90$$

$$18 \quad 6x + 3^2 = 5x - 5$$

$$6x - 5x = -5 - 3^2 \rightarrow x = -14$$

$$6(-14) + 3^2 = 5(-14) - 5 \rightarrow -84 + 9 = -70 - 5$$

$$\rightarrow -75 = -75 \checkmark \text{التحقق}$$

$$19 \quad \sqrt{36} - h = 23 - 2h$$

$$6 - h = 23 - 2h \rightarrow 2h - h = 23 - 6 \rightarrow h = 17$$

والتحقق بنفس الطريقة

$$20 \quad f = \sqrt[3]{-64} + 2f$$

$$f = -4 + 2f \rightarrow f - 2f = -4 \rightarrow -f = -4 \rightarrow f = 4$$

والتحقق بنفس الطريقة

$$21 \quad 3z - 2\sqrt{3} = 2z + 7\sqrt{3}$$

$$3z - 2z = 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \rightarrow z = 9\sqrt{3}$$

$$22 \quad \sqrt{16x} = |-19| + 3x$$

$$4x = 19 + 3x \rightarrow 4x - 3x = 19 + 3x - 3x \rightarrow x = 19$$

التحقق نعوض في المعادلة الأصلية $x = 19$

حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة و تحقق من صحة الحل:

$$23 \quad 4y \div 24 = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{4y}{24} = \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{6}{5}$$

التحقق نعوض $y = \frac{6}{5}$ في المعادلة الأصلية.

$$4\left(\frac{6}{5}\right) \div 24 = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{24}{5} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{5}$$

$$24 \quad \sqrt[3]{27z} \div |-7| = 3^3 \rightarrow \frac{3z}{7} = 27 \rightarrow z = \frac{27 \times 7}{3} \rightarrow z = 63$$

$$25 \quad v - 8 = 8 - 2v \rightarrow v + 2v \rightarrow = 8 + 8 \rightarrow 3v = 16 \rightarrow v = \frac{16}{3}$$

$$26 \quad \sqrt{2x} \div 9 = \sqrt{2} \div 5 \rightarrow \frac{\sqrt{2x}}{9} = \frac{\sqrt{2}}{5} \rightarrow \sqrt{2x} = \frac{9\sqrt{2}}{5}$$

$$\rightarrow x = \frac{9\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{9}{5}$$

$$27 \quad \frac{\sqrt{3y}}{2} = \frac{1}{3} \rightarrow \sqrt{3y} = \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

التحقق نعوض $y = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ في المعادلة الأصلية.

$$28 \quad \frac{8h}{7\sqrt[3]{64}} = \frac{16}{7}$$

$$\frac{8h}{7(4)} = \frac{16}{7} \rightarrow 2h = \frac{16 \times 7}{7} \rightarrow h = \frac{16}{2} = 8$$

$$29 \quad 5(k + 6) = \sqrt[3]{-125}$$

$$5k + 30 = -5 \rightarrow 5k = -5 - 30 \rightarrow k = \frac{-35}{5} = -7$$

$$30 \quad |-8|n = 72 \div (-12) \rightarrow 8n = \frac{72}{-12}$$

$$\rightarrow 8n = -6 \rightarrow n = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$$

$$31 \quad 5x \div 13 = 6x \div 13$$

$$\frac{5x}{13} = \frac{6x}{13} \rightarrow 5x - 6x \rightarrow 0 \rightarrow x = 0$$

في حالة التحقق تشمل جميع المسائل حيث نستخرج قيمة المتغير و التحقق من صحة الحل نعوض المتغير في السؤال.

تدرب وحل مسائل حياتية:

32 **شراء:** اشترى نور سيارة بقيمة 28 مليون دينار دفع 6 ملايين دفعة أولى وقسط الباقي على 11 شهرا. أكتب معادلة تمثل المسألة وحلها لكي تجد قيمة القسط الشهري؟

نفرض القسط الشهري = x ، وعدد الأقساط $11x$

$$11x = 28 - 6$$

المعادلة التي تمثل المسألة:

$$11x = 22 \rightarrow x = \frac{22}{11} = 2$$

أي 2 مليون دينار القسط الشهري

33 غوص: نزلت غواصة أبحاث في سطح البحر فقطعت $\frac{6}{10}$ من عمق البحر وتوقفت. على أي عمق يقع قاع البحر إذا كانت الغواصة قد توقفت على عمق 180m من سطح البحر؟

$$\frac{6h}{10} = 180 \rightarrow 6h = 1800$$

أفرض عمق البحر h مترافان:

$$\rightarrow h = \frac{1800}{6} = 300m \text{ عمق البحر}$$

34 حديقة الحيوان: حل المعادلة $3n + 15 = 2n + 32$ لأيجاد قيمة n التي تمثل عدد القروود في حديقة الحيوان.

$$3n + 15 = 2n + 32$$

$$3n - 2n = 32 - 15 \rightarrow n = 17 \text{ عدد القروود}$$

35 حدائق: سرعت منطقة مستطيلة الشكل بالورد طولها ثلاث أمثال عرضها ما أبعاد المنطقة المزروعة بالورد إذا كان محيطها 52m؟

نفرض عرض المنطقة x فان طولها 3x:

$$2(3x + x) = 52 \rightarrow 6x + 2x = 52 \rightarrow 8x = 52$$

$$\rightarrow x = \frac{52}{8} = 6.5m \text{ العرض}$$

$$\therefore 6.5(3) = 19.5m \text{ الطول}$$

لذا أبعاد المنطقة المزروعة هي: 6.5m , 19.5m

WWW.IQ-RES.COM

فكر

تحذ: حل المعادلات الآتية:

36 $\sqrt{2x} - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2x}$

$$\sqrt{2x} + \sqrt{2x} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \rightarrow 2\sqrt{2x} = 8\sqrt{2} \rightarrow x = \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 4$$

37

$$|-11|f = \sqrt[3]{-64} + 12f \rightarrow 11f = -4 + 12f \rightarrow 11f - 12f = -4$$

$$-f = -4 \rightarrow f = 4$$

38 أصح الخطأ: حلت أيمن المعادلة الآتية: $\frac{v}{5^2} = \frac{\sqrt{5}}{5^3}$ وكتبت $v = \frac{1}{5}$

$$\frac{v}{5^2} = \frac{\sqrt{5}}{5^3} \rightarrow \frac{v}{25} = \frac{\sqrt{5}}{125} \rightarrow v = \frac{25\sqrt{5}}{125} \rightarrow v = \frac{\sqrt{5}}{5} \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

∴ جواب أيمن خطأ.

39 **حس عددي:** عمر سمير ضعف عمر سعيد بعد مرور 6 سنوات ليصبح عمر سمير 22 سنة ما عمر

سعد قبل 6 سنوات؟

$$2y + 6 = 22$$

أفرض عمر سعد y فإن عمر سمير $2y$

$$2y = 22 - 6 \Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{2} \Rightarrow y = 8$$

عمر سعد قبل 6 سنوات 8 سنة.

أكتب: مسألة حياتية تمثل المعادلة التالية وجد حلها $7n - 50 = 20$

المسألة: ليكن n عدد الطلاب في كل مجموعة من مدرسة تتكون من 7 مجموعات و إذا نجح من الطلاب 50 طالبا بقي 20 طالبا راسبا ما عدد الطلاب في كل مجموعة؟

$$7n - 50 = 20 \Rightarrow 7n = 20 + 50 \Rightarrow 7n = 70$$

$$\Rightarrow n = \frac{70}{7} = 10$$

في كل مجموعة هو طلاب 10

الدرس الثاني /

حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بعدة خطوات في R

فكرة الدرس:

* حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بعدة خطوات.

المفردات:

خاصية التوزيع، خاصية التجميع، واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس.

WWW.IQ-RES.COM

تعلم:

على الساحل 600 فقمة، زادت $\frac{1}{6}$ عددها نتيجة الولادات و بعد تعرضها الى هجوم من قبل الحيتان الزرق،

قل عددها الى 550 فقمة ما عدد الفقمة المفقودة؟

حل المعادلات التي تتضمن متغيرا في أحد طرفيها أو كليهما:

Solving the Equations Which has Variables in One Side or Both Side:

لحل المعادلة التي تحتوي على متغير واحد أعزل الحد الذي يحتوي على متغير في أحد طرفيها ثم اجعل معامل واحد الاستعمال خواص الأعداد الحقيقية (التوزيع والتجميع) لأيجاد عدد الفقمة المفقودة، أفرض عدد الفقمة المفقودة n .

$$700 = 600 \times \frac{1}{6} + 600$$

عدد الفقمة بعد الولادة أصبحت:

$$(المعادلة) \quad 700 - n = 550$$

لذلك عدد الفقمة - المفقودة = الباقية.

$$-n = 550 - 700 \Rightarrow -n = -150 \Rightarrow n = 150$$

عدد الفقمة المفقودة:

والتحقق من الحل نعوض $n = 150$ في المعادلة في جهة اليسار ستحصل على جهة اليمين

$$(الطرف الأيمن) \quad R.S = 700 - 150 = 550 \quad L.S = (الطرف الأيسر)$$

∴ الأيمن = الأيسر

((يعني المتغيرات التي تجعلها في الطرف الايسر و الاعداد تجعلها في الطرف الأيمن كما ذكرت سابقا وتبسيط الطرفين بحيث تجعل معامل متغير (1) حيث اذا كان اكثر من (1) نقسم الطرفين عليه وهو يمثل الحل))

مثال 2 : حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الاعداد الحقيقية :

$$i) 2(z - 8) + 16 = |-36| \Rightarrow 2z - 16 + 16 = 36$$

$$\Rightarrow \frac{2z}{2} = \frac{36}{2} \Rightarrow z = 18 \quad \text{بقسمة الطرفين على 2 معامل z.}$$

$$ii) 4(x - 5\sqrt{3}) = 3x - 2\sqrt{3} \Rightarrow 4x - 20\sqrt{3} = 3x - 2\sqrt{3}$$

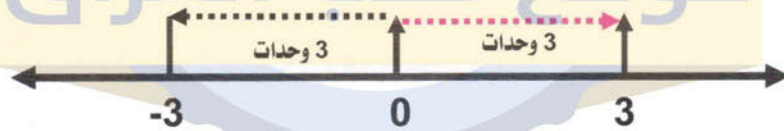
$$\Rightarrow 4x - 3x = -2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} \Rightarrow x = 18\sqrt{3}$$

$$iii) \frac{1}{5}(3y + 10) - 7 = \frac{2}{5}(y - 15) \Rightarrow \frac{3}{5}y + 2 - 7 = \frac{2}{5}y - 6$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}y - \frac{2}{5}y = 5 - 6 \Rightarrow \frac{1}{5}y = -1 \Rightarrow y = -5$$

*** حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة :**

ان حل المعادلات تحتوي على قيم مطلقة للمتغير مثل $|x| = 3$ في هذه الحالة يعني إيجاد المسافة بين x والعدد (0) على مستقيم الاعداد وله قيمتان موجبة وسالبة وتقرأ المسافة من اليمين ومن اليسار 3 وحدات.



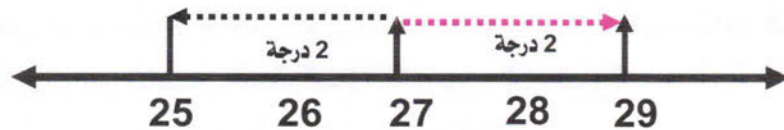
لذا فان حل المعادلة $|x| = 3$ هو اما $x=3$ او $y=-3$ ومجموعة الحل $s=\{3,-3\}$

مثال (3) حديقة الحيوان : المعادلة $|x - 27| = 2$ تمثل درجة الحرارة في مكان مخصص للافاعي جد درجة الحرارة العظمى والصغرى لمكان الافاعي في حديقة الحيوان ؟

$$\text{الحالة الأولى : } x - 27 = 2 \Rightarrow x = 2 + 27 \Rightarrow x = 29^\circ$$

$$\text{الحالة الثانية : } x - 27 = -2 \Rightarrow x = -2 + 27 \Rightarrow x = 25^\circ$$

لذا درجة الحرارة العظمى 29° درجة سليزية والصغرى هي 25° درجة سليزية. ويمكن تمثيلها على مستقيم الاعداد



مثال (4) اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الاعداد هو :



جد نقطة تبعد المسافة نفسها عن 3 و 11 وهذه النقطة هي منتصف المسافة بين العددين أي العدد 7 لذا المعادلة المطلوبة $|x - 7| = 4$ لانه المسافة بين 7 والنقطة 11 أو 7 والنقطة 3 هي 4



مثال (5) حل المعادلات الآتية:

$$i) |x + 9| = 5 \rightarrow \begin{cases} x + 9 = 5 \rightarrow y = -4 \\ x + 9 = -5 \rightarrow y = -14 \end{cases} \text{ أو}$$

∴ مجموعة الحل: $s = \{-4, -14\}$

$$ii) |2n - 7| = 6 \rightarrow \begin{cases} 2n - 7 = 6 \rightarrow 2n = 13 \rightarrow n = \frac{13}{2} \\ 2n - 7 = -6 \rightarrow 2n = 1 \rightarrow n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

∴ مجموعة الحل: $s = \{\frac{13}{2}, \frac{1}{2}\}$

$$iii) |x - 5| = -3 \text{ غير ممكن!!!}$$

يعني إذا القيمة المطلقة = سالب عدد هذا غير ممكن لأنه يمثل المسافة المطلق لهذا مجموعة ∅

تأكد من فهمك:

موقع طلاب العراق

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

$$1) 8 - 12 = 4y + 12 \rightarrow 8y - 4y = 12 + 12 \rightarrow 4y = 24$$

$$\rightarrow y = \frac{24}{4} = 6$$

∴ مجموعة الحل: $s = \{6\}$

$$2) |-15| + z = 3z + 15 \Rightarrow 15 + z = 3z + 15 \rightarrow z - 3z = 15 - 15$$

$$\rightarrow -2z = 0 \rightarrow z = 0$$

∴ مجموعة الحل: $s = \{0\}$

3)

$$3(y + 5^2) = y + 70 \rightarrow 3(y + 25) = y + 70 \rightarrow 3y + 75 = y + 70$$

$$\Rightarrow 3y - y = 70 - 75 \Rightarrow 2y = -5 \Rightarrow y = \frac{-5}{2}$$

∴ مجموعة الحل: $\{\frac{-5}{2}\}$

$$4) 3\sqrt{2} - x = x - 5\sqrt{2} \rightarrow -x - x = -5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \rightarrow -2x = -8\sqrt{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{-8\sqrt{2}}{-2} = 4\sqrt{2}$$

∴ مجموعة الحل: $\{4\sqrt{2}\}$

$$5) \sqrt{5}(n + 3) = 4\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{5}n + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{5}n = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$\rightarrow \sqrt{5}n = \sqrt{5} \rightarrow n = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$$

∴ مجموعة الحل: $\{1\}$

$$6) \sqrt{25y} = 3(y - 15) + 2 \rightarrow 5y = 3y - 45 + 2 \rightarrow 5y - 3y = -45 + 2$$

$$\rightarrow 2y = -43 \rightarrow y = \frac{-43}{2}$$

∴ مجموعة الحل: $\{\frac{-43}{2}\}$



حل المعادلات التالية بأستعمال خواص وتأكد من صحة الحل :

$$7) 2(x + 20) = 5(x - 10) \rightarrow 2x + 40 = 5x - 50$$

$$2x - 5x = -50 - 40 \rightarrow -3x = -90 \rightarrow x = \frac{-90}{-3} = 30$$

التحقق نعوض في جهة اليمين واليسار:

$$\text{L.s } 2(30 + 20) = 5(30 - 10) \text{ R.s}$$

$$2(50) = 5(20)$$

$$100 = 100$$

∴ مجموعة الحل: {30}

$$8) \sqrt[3]{64y} \div |-6| = 8\sqrt{2} \rightarrow 4y \div 6 = 8\sqrt{2} \rightarrow \frac{4y}{6} = 8\sqrt{2}$$

$$\rightarrow 4y = 6(8\sqrt{2}) \rightarrow y = \frac{48\sqrt{2}}{4} \rightarrow y = 12\sqrt{2} \quad \{12\sqrt{2}\} \text{ ∴ مجموعة الحل:}$$

$$4(12\sqrt{2}) \div 6 = 8\sqrt{2}$$

$$48\sqrt{2} \div 6 = 8\sqrt{2} \quad \checkmark$$

والتحقق نعوض بالمعادلة:

$$9) \frac{1}{5}(t - \sqrt{25}) + 3 = 2(4 - t) \rightarrow \frac{1}{5}t - \frac{1}{5}(5) + 3 = 8 - 2t$$

$$\rightarrow \frac{1}{5}t + 2t = 8 + 1 - 3 \rightarrow \frac{1}{5}t + \frac{10}{5}t = 6 \rightarrow \frac{11}{5}t = 6$$

$$\rightarrow t = \frac{5 \times 6}{11} = \frac{30}{11}$$

∴ مجموعة الحل: $\{\frac{30}{11}\}$

$$\frac{1}{5}\left(\frac{30}{11} - \sqrt{25}\right) + 3 = \frac{6}{11} - 1 - 3 = \frac{6}{11} + 2 = \frac{28}{11} \text{ R.s}$$

والتحقق:

$$10) \frac{2v}{1 + \sqrt[3]{27}} = \frac{3v}{8} \rightarrow \frac{2v}{1 + 3} = \frac{3v}{8} \rightarrow \frac{2v}{4} = \frac{3v}{8} \rightarrow 8(2v) = 4(3v)$$

$$\rightarrow 16v - 12v = 0 \rightarrow v = 0$$

∴ مجموعة الحل: {0}

حل المعادلات الآتية:

$$11) |x - 22| = 8 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - 22 = 8 \rightarrow x = 30 \\ x - 22 = -8 \rightarrow x = 14 \end{array} \right\} \rightarrow$$

∴ مجموعة الحل: $\left\{\frac{-23}{4}, \frac{-37}{4}\right\}$

$$12 \quad |4y + 30| = \sqrt{49} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4y + 30 = 7 \Rightarrow 4y = -23 \Rightarrow y = \frac{-23}{4} \\ 4y + 30 = -7 \Rightarrow 4y = -37 \Rightarrow y = \frac{-37}{4} \end{array} \right.$$

∴ مجموعة الحل: $\left\{ \frac{-23}{4}, \frac{-37}{4} \right\}$

$$13 \quad \left| \frac{1}{5}m + 9 \right| = \sqrt[3]{-27} \Rightarrow \left| \frac{1}{5}m + 9 \right| = -3 \quad \text{لا يمكن}$$

مجموعة الحل ∅.

$$14 \quad |3z - 9| = 2^3 \Rightarrow |3z - 9| = 8$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3z - 9 = 8 \Rightarrow 3z = 17 \Rightarrow z = \frac{17}{3} \\ 3z - 9 = -8 \Rightarrow 3z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{3} \end{array} \right. \quad \left\{ \frac{17}{3}, \frac{1}{3} \right\} \text{ ∴ مجموعة الحل:}$$

تدرب وحل التمرينات:

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

$$15 \quad 4x + 8 = 12 - 2x \Rightarrow 4x + 2x = 12 - 8 \Rightarrow 6x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

∴ مجموعة الحل: $\left\{ \frac{2}{3} \right\}$

$$16 \quad |-11| - n = 31 + 3n \Rightarrow 11 - n = 31 + 3n \Rightarrow -n - 3n = 31 - 11$$

$$\Rightarrow -4n = 20 \Rightarrow n = \frac{20}{-4} = -5 \quad \text{∴ مجموعة الحل: } \{-5\}$$

$$17 \quad 7(t + 1^2) = \frac{1}{2}t - 2 \Rightarrow 7t + 7 = \frac{1}{2}t - 2 \Rightarrow 7t - \frac{1}{2}t = -2 - 7$$

$$\Rightarrow \frac{13}{2}t = -9 \Rightarrow 13t = -18 \Rightarrow t = \frac{-18}{13} \quad \text{∴ مجموعة الحل: } \left\{ -\frac{18}{13} \right\}$$

$$18 \quad 2\sqrt{3} - y = y - 6\sqrt{3} \Rightarrow -y - y = -6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow -2y = -8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-8\sqrt{3}}{-2} = 4\sqrt{3} \quad \text{∴ مجموعة الحل: } \{4\sqrt{3}\}$$

$$\begin{aligned} \text{19} \quad \sqrt{7}(v+8) &= 2\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{7}v + 8\sqrt{7} = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{7}v = 2\sqrt{7} - 8\sqrt{7} \\ &\Rightarrow \sqrt{7}v = -6\sqrt{7} \Rightarrow v = \frac{-6\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = -6 \quad \therefore \text{مجموعة الحل: } \{-6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{20} \quad \sqrt{49z} &= 5(z-10) + 3 \Rightarrow 7z = 5z - 50 + 3 \Rightarrow 7z - 5z = -47 \\ &\Rightarrow 2z = -47 \Rightarrow z = \frac{-47}{2} \quad \therefore \text{مجموعة الحل: } \left\{\frac{-47}{2}\right\} \end{aligned}$$

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية وتحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned} \text{21} \quad 4(y-15) &= 3(y+15) \Rightarrow 4y - 60 = 3y + 45 \\ &\Rightarrow 4y - 3y = 45 + 60 \Rightarrow y = 105 \end{aligned}$$

التحقق نعوض $y = 105$ في المعادلة الأصلية:

$$\text{L.s } 4(105 - 15) = 3(105 + 15) \quad \text{R.s}$$

$$4(90) = 3(120) \Rightarrow 360 = 360 \quad \therefore \text{L.s} = \text{R.s}$$

$$\text{22} \quad \sqrt[3]{27z} \div |-9| = 3\sqrt{3} \Rightarrow 3z \div 9 = 3\sqrt{3} \Rightarrow \frac{3z}{9} = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow z = 9\sqrt{3} \quad \therefore \text{مجموعة الحل: } \{9\sqrt{3}\}$$

$$\text{L.s } \sqrt[3]{27(9\sqrt{3})} \div |-9| = 3(9\sqrt{3}) \div 9 = 3\sqrt{3} \quad \text{R.s}$$

$$\text{23} \quad \frac{1}{2}(x-5) + \frac{5}{2} = \frac{1}{4}(x-4) \Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = \frac{1}{4}x - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = -1 \Rightarrow \frac{1}{4}x - 1 \Rightarrow x = -4$$

والتحقق بنفس الطريقة مجموعة الحل: $\{-4\}$

$$\text{24} \quad \frac{5m}{1 + \sqrt[3]{-8}} = \frac{2m}{2} \Rightarrow \frac{5m}{1-2} = \frac{2m}{2} \Rightarrow \frac{5m}{-1} = m \Rightarrow -5m = m = 0$$

مجموعة الحل: $\{0\}$

$$\text{25} \quad |y-13| = 9 \Rightarrow \begin{cases} y-13 = 9 \Rightarrow y = 22 \\ y-13 = -9 \Rightarrow y = 4 \end{cases} \Rightarrow \{4, 22\} \quad \therefore \text{مجموعة الحل: } \{4, 22\}$$

$$\text{26} \quad |4x-10| = \sqrt{64} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} 4x-10 &= 8 \Rightarrow 4x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \\ 4x-10 &= -8 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \frac{9}{2}, \frac{1}{2} \right\} \quad \therefore \text{مجموعة الحل: } \left\{ \frac{9}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$



$$27 \quad \left| \frac{1}{2}m + 9 \right| = \sqrt[3]{-125} \rightarrow \left| \frac{1}{2}m + 9 \right| = -5 \text{ لا يمكن}$$

يعني أن المسافة بين -9 و $\frac{1}{2}m$ تساوي -5 وهذا غير ممكن المسافة موجب.

لذلك مجموعة الحل \emptyset

$$28 \quad |6y - 12| = |-16| \rightarrow |6y - 12| = 16 \rightarrow$$

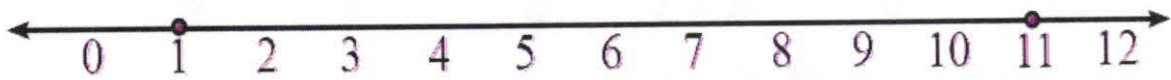
$$\left\{ \begin{array}{l} 6y - 12 = 16 \rightarrow 6y = 28 \rightarrow y = \frac{14}{3} \\ 6y - 12 = -16 \rightarrow 6y = -4 \rightarrow y = \frac{-2}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \frac{14}{3}, \frac{-2}{3} \right\} \text{ : مجموعة الحل}$$

أكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الأعداد هو:

$$29 \quad \frac{19 + 25}{2} = 22 \text{ تمثل نقطة منتصف المسافة } |x - 22| = 3 \text{ المعادلة}$$



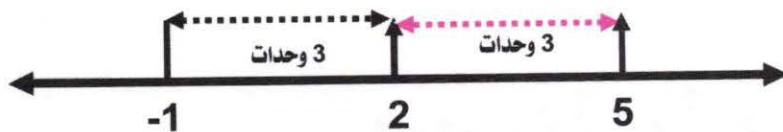
$$30 \quad \frac{1 + 11}{2} = 6 \text{ تمثل منتصف المسافة بين 1, 11 } |x - 6| = 5 \text{ المعادلة}$$



تدرب و حل مسائل حياتية:

31 **طقس:** معدل درجة الحرارة في شمال العراق في شهر شباط 2 درجة سيليزية، تزيد أو تنقص بمقدار 3 درجة سيليزية أكتب معادلة تمثل درجة الحرارة الصغرى والعظمى لشهر شباط؟

$$|x - 2| = 3 \text{ المعادلة}$$



يعني درجة الحرارة العظمى 5 درجة سيليزية والصغرى -1 سيليزية.

32 **مترو الأنفاق:** معدل سرعة قطار مترو الأنفاق $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ وتقل سرعته عند المنعطفات بمقدار $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ وتزداد عندما يكون الطريق مستقيماً بمقدار $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ أكتب معادلة لأيجاد أكبر سرعة وأقل سرعة للقطار؟

$$|x - 60| = 20 \quad \text{المعادلة}$$



يعني السرعة القصوى $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ والصغرى $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

33 **شراء:** يريد وليد شراء جهاز حاسوب بثمن 650000 دينار لديه في الوقت الحاضر 200000 الف دينار ويوفر كل أسبوع 50000 دينار. بعد كم اسبوع سيجمع وليد مبلغ جهاز الحاسوب؟

$$X50000 + 20000 = 650000$$

أفرض عدد أسابيع التوفير X فان

$$50000X = 650000 - 200000 \rightarrow [X50000 = 450000] \div 10000$$

بالقسمة على 10000

$$5X = 45 \rightarrow X = \frac{45}{5} = 9$$

∴ عدد الأسابيع 9 اسبوعاً.

فكر

WWW.IQ-RES.COM

تحذير: حل المعادلات الآتية

$$\text{34} \quad \frac{\sqrt{3X}}{4 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{2\sqrt{3X}}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3X}}{4 - 3} = \frac{2\sqrt{3X}}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3X}}{1} = \frac{2\sqrt{3X}}{5}$$

$$\rightarrow 5\sqrt{3X} - 2\sqrt{3X} = 0 \rightarrow X = 0$$

$$\text{35} \quad |4y - 9| = |26 - 5\sqrt{64}| \rightarrow |4y - 9| = |26 - (5 \times 8)| \rightarrow |4y - 9| = |-14|$$

$$\rightarrow |4y - 9| = +14 \quad \text{وتحل كما سبق}$$

36 **صحح الخطأ:** حلت هبة المعادلة الآتية $\frac{1}{6}(z - 6) = \frac{1}{3}(z - 3)$ وكتبت الناتج $z = 6$ حدد خطأ هبة وصححه.

$$\frac{1}{6}z - 1 = \frac{1}{3}z - 1 \rightarrow \frac{1}{6}z - \frac{1}{3}z = -1 + 1$$

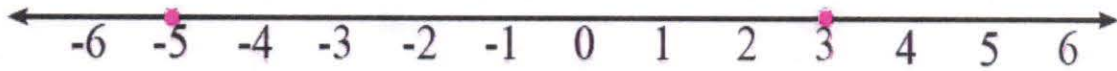
$$\rightarrow \frac{1-2}{6}z = 0 \rightarrow z = 0$$

∴ حل هبة خطأ. الحل الصحيح هو $z = 0$.



37 **حس عددي:** أكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الأعداد هو:

$$|x - (-1)| = 4 \rightarrow |x + 1| = 4 \quad \text{المعادلة} \quad \frac{-5 - 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$



أكتب **مسألة حياتية تمثل معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها هو:**

معدل درجة الحرارة في مدينة زاخو في شهر شباط هو (0) درجة سيليزية و تتغير درجة الحرارة بين العظمى والصغرى بمقدار 3 درجة سيليزية أكتب معادلة تمثل معدل تغير درجة الحرارة من الصغرى الى العظمى لشهر شباط؟

$$|x - 0| = 3 \rightarrow |x| = 3$$



الدرس الثالث /

موقع طلاب العراق

حل المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R

فكرة الدرس:

* حل المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R.
* المفردات: معادلة من الدرجة الثانية، وخاصية الضرب الصفري.
واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

WWW.IQ-RES.COM

تعلم:

يقع برج بغداد في منطقة اليرموك غرب بغداد و بني سنة 1991 و يبلغ ارتفاعه 502m و كساحة قاعدته المربعة الشكل $36m^2$ جد طول ضلع قاعدة البرج؟

* حل المعادلات باستعمال الجذر التربيعي:

المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد هي المعادلات التي يكون فيها قوة (أس) المتغير هي القوة الثانية او

$$3x^2 - 5x = 0 \quad \text{أو} \quad x^2 = 25$$

تسمى (من الدرجة الثانية) مثلاً:

و حلها يعني إيجاد قيمة للمتغير x (يعني معادلات من الدرجة الاولى نجد قيمة واحدة للمتغير أما من الدرجة الثانية فيوجد قيمتان للمتغير).

والآن حل المثال:

مثال (1) مساحة قاعدة البرج هي 36 متر مربع، جد طول ضلع القاعدة. لنفرض طول ضلع القاعدة

$$x^2 = 36$$

للمربع هو $x \Leftarrow$

$$x = \sqrt{36} \quad \text{أو} \quad x = -\sqrt{36}$$

$$\text{أو} \quad x = -6$$

حسب تعريف الجذر التربيعي

أي -6, 6 هما جذرا العدد 36

$$x = 6$$

وبما ان طول ضلع قاعدة البرج هو 6m لذلك القيمة -6- تهمل لأن الطول لا يمكن ان يكون سالبا

((ملاحظة: هناك إجابات غير منطقية لقيم x في هذه الحالة تهمل))

مثال (2) حل المعادلات بأستعمال الجذر التربيعي:

i) $y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32}$ أو $y = -\sqrt{32} \Rightarrow y = 4\sqrt{2}$ أو $y = -4\sqrt{2}$
 ii) $16z^2 = 4 \Rightarrow z^2 = \frac{4}{16} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$ أو $z = -\frac{1}{2}$
 iii) $8x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{8}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو

$$x = \frac{1}{-2\sqrt{2}}$$

iv) $t^2 - 1 = 11 \Rightarrow t^2 = 12 \Rightarrow t = \sqrt{12}$ أو $t = -\sqrt{12} \Rightarrow t = 2\sqrt{3}$ أو
 $t = -2\sqrt{3}$

*** حل المعادلات بأستعمال خاصية الضرب الصفري:**

خاصية الضرب الصفري: اذا كان نتيجة ضرب عددين يساوي صفرا فانه يجب ان يكون احد العددين يساوي صفرا
 مثلا $0 \times 8 = 0$ or $0 \times 5 = 0$ وبشكل عام اذا كان $ab=0$ يوذي الى $a=0$ او $b=0$.

مثال (3) رياضة: بمثل القانون $L = -5t^2 + 30t$ ارتفاع سهم بالامتار الذي اطلقه مختار في الهواء اذا
 تمثل t الزمن بالثواني احسب الزمن اللازم لكي يعود السهم من الارتفاع الذي انطلقت منه.

$$L=0$$

يكون السهم عند الارتفاع الذي انطلقت منه عندما يكون

$$-5t^2 + 30t$$

$$5t(-t + 6) = 0$$

$$\Rightarrow 5t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ أو } -t + 6 \Rightarrow t = 6$$

نحلل باخراج عامل مشترك

خاصية الضرب الصفري

$t=0$ هو زمن انطلاق السهم بالثواني.

$t=6$ هو الزمن الذي استغرقه السهم للعودة الى الارتفاع الذي انطلق منه بالثواني.

مثال (2) حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

i) $(x - 3)(x + 5) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$ أو $x + 5 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x = -5$

ii) $(t + 8)(t + 8) = 0 \Rightarrow t + 8 = 0$ أو $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$

iii) $(y - 12)(y - 9) = 0 \Rightarrow y - 12 = 0$ أو $y - 9 = 0 \Rightarrow y = 12$ أو $y = 9$

iv) $(2z - 7)(z + 3) = 0 \Rightarrow 2z - 7 = 0$ أو $z = -3 \Rightarrow z = \frac{7}{2}$ أو $z = -3$

v) $(n + \sqrt{3})(n - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow n + \sqrt{3} = 0$ أو $n - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow n = -\sqrt{3}$ أو $n = \sqrt{2}$

vi) $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x = 1$

vii) $4y^2 - 16y = 0 \Rightarrow 4y(y - 4) = 0 \Rightarrow 4y = 0$ أو $y - 4 = 0 \Rightarrow y = 0$ أو $y = 4$

viii) $5z - 5z^2 = 0 \Rightarrow 5z(1 - z) = 0 \Rightarrow 5z = 0$ أو $1 - z = 0 \Rightarrow z = 0$ أو $z = 1$

ix) $\sqrt{12}h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2h(\sqrt{3}h + 1) \Rightarrow 0$

$$\Rightarrow 2h = 0 \text{ أو } \sqrt{3}h + 1 = 0$$

$$\Rightarrow h = 0 \text{ أو } h = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

تأكد من فهمك:

حل المعادلات باستعمالك الجذر التربيعي:

$$\boxed{1} \quad x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} \text{ أو } x = -\sqrt{25} \Rightarrow x = 5 \text{ أو } x = -5$$

$$\boxed{2} \quad 4y^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4}(4y^2) \Rightarrow \frac{1}{4}(1) \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ أو } y = -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{3} \quad 12z^2 = 4 \Rightarrow z^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ أو } z = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{4} \quad n^2 - 3 = 13 \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4 \text{ أو } n = -4$$

$$\boxed{5} \quad 7 + m^2 = 43 \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow m = 6 \text{ أو } m = -6$$

$$\boxed{6} \quad \frac{1}{2}x^2 = 9 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}x^2\right) = \frac{1}{2}(9) \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ أو } x = -\frac{3}{\sqrt{2}}$$

* حل المعادلات التالية باستعمال خاصية الضرب الصفري:

$$\boxed{7} \quad (y - 4)(y + 7) = 0 \Rightarrow y - 4 = 0 \text{ أو } y + 7 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ أو } x = -7$$

$$\boxed{8} \quad (x + 10)(x + 10) = 0 \Rightarrow x + 10 = 0 \text{ أو } x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10$$

$$\boxed{9} \quad (13 - m)(6 - m) = 0 \Rightarrow 13 - m = 0 \text{ أو } 6 - m = 0 \Rightarrow m = 13 \text{ أو } m = 6$$

$$\boxed{10} \quad (h - 15)(h - 8) = 0 \Rightarrow h - 15 = 0 \text{ أو } h - 8 = 0$$

$$\Rightarrow h = 15 \text{ أو } h = 8$$

$$\boxed{11} \quad (n + \sqrt{3})(n - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow n + \sqrt{3} = 0 \text{ أو } n - \sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow n = -\sqrt{3} \text{ أو } n = \sqrt{2}$$

$$\boxed{12} \quad (v + \sqrt{5})(v - \sqrt{7}) = 0 \Rightarrow (v + \sqrt{5}) = 0 \text{ أو } (v - \sqrt{7}) = 0$$

$$\Rightarrow v = -\sqrt{5} \text{ أو } v = \sqrt{7}$$

$$\boxed{13} \quad y^2 - y = 0 \Rightarrow y(y - 1) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ أو } y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ أو } y = 0$$

$$\boxed{14} \quad 5z^2 + 25z = 0 \Rightarrow 5z(z + 5) = 0 \Rightarrow 5z = 0 \text{ أو } z + 5 = 0$$

$$\Rightarrow z = 0 \text{ أو } z = -5$$

$$\boxed{15} \quad 3t - t^2 = 0 \Rightarrow t(1 - t) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ أو } 3 - t = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ أو } t = 3$$

$$\boxed{16} \quad \sqrt{18x^2} + 3x = 0 \Rightarrow 3\sqrt{2x^2} + 3x = 0 \Rightarrow 3x(\sqrt{2x} + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 3x = 0 \text{ أو } \sqrt{2x} + 1 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ أو } x = -\frac{1}{2}$$



تدرب وحل التمرينات:

حل المعادلات التالية بأستعمالك الجذر التربيعي:

(يعني أخذ الجذر التربيعي للعدد مباشرة إذا كانت مساواة أو نضرب بالنضير الضربي لمعامل المتغير x^2 أو أي مربع آخر y^2, n^2, h^2 أي جعل معاملته 1).

$$17 \quad x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} \text{ أو } x = -\sqrt{25} \Rightarrow x = 5 \text{ أو } x = -5$$

$$18 \quad 7z^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{7}(7z^2) = \frac{1}{7}(1) \Rightarrow z^2 = \frac{1}{7} \Rightarrow z = \sqrt{\frac{1}{7}} \text{ أو } z = -\sqrt{\frac{1}{7}}$$

$$19 \quad 15x^2 = 3 \Rightarrow \frac{1}{15}(15x^2) = \frac{1}{15}(3) \Rightarrow x^2 = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$20 \quad t^2 - 4 = 12 \Rightarrow t^2 = 12 + 4 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = \sqrt{16} \text{ أو } t = -\sqrt{16} \\ \Rightarrow t = 4 \text{ أو } t = -4$$

$$21 \quad 7 + n^2 = 56 \Rightarrow 7 - 7 + n^2 = 56 - 7 \Rightarrow n^2 = 49 \\ \Rightarrow n = \sqrt{49} \text{ أو } n = -\sqrt{49} \Rightarrow n = 7 \text{ أو } n = -7$$

$$22 \quad \frac{1}{3}x^2 = 12 \Rightarrow 3\left(\frac{1}{3}x^2\right) = 3(12) \Rightarrow x^2 = 36 \\ \Rightarrow x = \sqrt{36} \text{ أو } x = -\sqrt{36} \Rightarrow x = 4 \text{ أو } x = -4$$

$$23 \quad z^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow z = \sqrt{\frac{4}{9}} \text{ أو } z = -\sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow z = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \text{ أو } z = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \\ \Rightarrow z = \frac{2}{3} \text{ أو } z = -\frac{2}{3}$$

$$24 \quad v^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow v^2 = 1 \Rightarrow v = 1 \text{ أو } v = -1$$

$$25 \quad m^2 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow m^2 = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \Rightarrow m^2 = \frac{5}{5} \Rightarrow m^2 = 1 \\ \Rightarrow m = 1 \text{ أو } m = -1$$

$$26 \quad (x - 5)(x + 6) = 0 \Rightarrow (x - 5) = 0 \text{ أو } (x + 6) = 0 \\ \Rightarrow x = 5 \text{ أو } x = -6$$

$$27 \quad (y - 12)(y - 12) = 0 \Rightarrow (y - 12) = 0 \text{ أو } (y - 12) = 0 \Rightarrow y = 12$$



$$\boxed{28} \quad (15 - n)(7 - n) = 0 \Rightarrow (15 - n) = 0 \text{ أو } (7 - n) = 0 \\ \Rightarrow n = 15 \text{ أو } n = 7$$

$$\boxed{29} \quad (z + 9)(z + 6) = 0 \Rightarrow (z + 9) = 0 \text{ أو } (z + 6) = 0 \\ \Rightarrow z = -9 \text{ أو } z = -6$$

$$\boxed{30} \quad (5t - 13)(t + 8) = 0 \Rightarrow (5t - 13) = 0 \text{ أو } (t + 8) = 0 \\ \Rightarrow t = \frac{13}{5} \text{ أو } t = -8$$

$$\boxed{31} \quad (x + \sqrt{11})(x - \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow (x + \sqrt{11}) = 0 \text{ أو } (x - \sqrt{3}) = 0 \\ \Rightarrow x = -\sqrt{11} \text{ أو } x = \sqrt{3}$$

$$\boxed{32} \quad (\sqrt{3} - v)(\sqrt{3} + v) = 0 \Rightarrow \sqrt{3} - v = 0 \text{ أو } \sqrt{3} + v = 0 \\ \Rightarrow v = \sqrt{3} \text{ أو } v = -\sqrt{3}$$

$$\boxed{33} \quad (2y + 5)(3y - 7) = 0 \Rightarrow 2y + 5 = 0 \text{ أو } 3y - 7 = 0 \\ \Rightarrow y = \frac{-5}{2} \text{ أو } y = \frac{7}{3}$$

$$\boxed{34} \quad z^2 - z = 0 \Rightarrow z(z - 1) = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ أو } z - 1 = 0 \\ \Rightarrow z = 0 \text{ أو } z = 1$$

$$\boxed{35} \quad 7x^2 - 35x = 0 \Rightarrow 7x(x - 5) = 0 \Rightarrow 7x = 0 \text{ أو } x - 5 = 0 \\ \Rightarrow x = 0 \text{ أو } x = 5$$

$$\boxed{36} \quad 12n - 2n^2 = 0 \Rightarrow 2n(6 - n) = 0 \Rightarrow 2n = 0 \text{ أو } 6 - n = 0 \\ \Rightarrow n = 0 \text{ أو } n = 6$$

$$\boxed{37} \quad \sqrt{12}y^2 - 2y = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}y^2 - 2y = 0 \Rightarrow 2y(\sqrt{3}y - 1) = 0 \\ \Rightarrow 2y = 0 \text{ أو } \sqrt{3}y - 1 = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ أو } y = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{38} \quad 2\sqrt{5}v^2 + 2\sqrt{5}v = 0 \Rightarrow 2\sqrt{5}v(v + 1) = 0 \Rightarrow 2\sqrt{5}v = 0 \text{ أو } v + 1 = 0 \\ \Rightarrow v = 0 \text{ أو } v = -1$$

$$\boxed{39} \quad \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x(x - \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 0 \text{ أو } x - \frac{1}{2} = 0 \\ x = 0 \text{ أو } x = \frac{1}{2}$$

تدرب و حل مسائل حياتية:

40 سجادة: غرفة مربعة الشكل طول ضلعها x متر فرشت في وسط أرضيتها سجادة مربعة الشكل مساحتها $25m^2$ فكانت مساحة المنطقة غير المغطاة بالسجادة $24m^2$ ما طول ضلع الغرفة؟
مساحة الغرفة = مساحة السجادة + مساحة المنطقة غير المغطاة

$$x^2 = 25 + 24 \Rightarrow x^2 = 49$$

مساحة الغرفة = (طول الضلع)²

$$\Rightarrow x = +\sqrt{49} \text{ أو } x = -\sqrt{49}$$

$$\Rightarrow x = 7 \text{ أو } x = -7 \text{ يهمل}$$

$$x = 7m \text{ طول ضلع الغرفة}$$

السالب يهمل لأنه طول

41 كرة الريشة: ضربت دينا كرة الريشة بالمضرب نحو الأعلى بسرعة $30 \frac{m}{sec}$ إذا كان القانون

$H = -5t^2 + 25t$ يعبر عن ارتفاع كرة الريشة في الهواء بالأمتار بدلالة الزمن t بالثواني، أحسب الزمن الذي أستغرقته الريشة للعودة الى سطح الأرض؟ عندما تعود الكرة الى سطح الأرض يصبح H صفراً.

$$\therefore 0 = -5t^2 + 25t \Rightarrow 5t^2 - 25t = 0 \Rightarrow 5t(t - 5) = 0$$

$$\Rightarrow 5t = 0 \text{ أو } t - 5 = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ أو } t = 5 \text{ ثانية}$$

\therefore الزمن الأزمن لعودة الريشة الى سطح الأرض هو 5 ثواني، و $t=0$ تهمل لأنها أستغرقت وقت.

42 رمائية: يمثل القانون $H = -5t^2 + 4t + 3$ ارتفاع السهم الذي اطلقه خالد في الهواء إذا تمثل t الزمن بالثواني جد ارتفاع السهم بعد 2 ثانية من اطلاقه وما الزمن الأزمن لكي يعود السهم الى ارتفاع 3 متر؟

$$H = -5(2)^2 + 4(2) + 3$$

بعد مرور 2 ثانية أرتفع السهم

$$\Rightarrow H = -20 + 8 + 3 = 63m \text{ ارتفاع السهم}$$

$$3 = -5t^2 + 4t + 3 \Rightarrow -5t^2 + 4t = 0$$

الزمن الأزمن لعودة السهم الى ارتفاع 3 متر

$$-5t(t - 8) = 0 \Rightarrow -5t = 0 \text{ أو } t - 8 = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ أو } t = 8$$

$\therefore t = 8$ ثانية يحتاج السهم للعودة الى ارتفاع 3 متر أما $t=0$ يهمل لأن قطع المسافة يحتاج وقت
فكر

تحذ: حل المعادلات الآتية:

$$\boxed{43} \quad x^2 - \frac{2}{3} = \left| \frac{-1}{2} \right| \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{3+4}{6}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{7}{6}} \text{ أو } x = -\sqrt{\frac{7}{6}}$$

$$\boxed{44} \quad 3y^2 - 48 = 0 \Rightarrow 3(y^2 - 16) = 0 \Rightarrow y^2 - 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{16} \text{ أو } y = -\sqrt{16} \Rightarrow y = 4 \text{ أو } y = -4$$

$$45 \quad (2z + 2\sqrt{5})(z - 2\sqrt{5}) = 0 \Rightarrow 2z + 2\sqrt{5} = 0 \text{ أو } z - 2\sqrt{5} = 0$$

$$\Rightarrow 2(z + \sqrt{5}) = 0 \Rightarrow z = -\sqrt{5} \text{ بالقسمة على } 2$$

$$\text{أو } \Rightarrow z - 2\sqrt{5} = 0 \Rightarrow z = 2\sqrt{5}$$

$$46 \quad \text{صح الخطأ: حلت جميلة المعادلة الآتية: } \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0$$

وكتبت $x = \frac{4}{3}$ أو $x = -\frac{4}{3}$ حدد خطأ جميلة وصححه.

$$\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{4} \text{ أو } \frac{1}{3}x = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ أو } x = -\frac{3}{4}$$

لذلك جواب جميلة خطأ. الصحيح هو

موقع طلاب العراق

47 **حسن عددي:** أثبت أن

$$(y + 5)(y - 3) = y^2 + 2y - 15 \quad (y + 5)(y - 3) = y^2 + 2y - 15$$

ثم جد حل المعادلة $y^2 + 2y = 15$

$$(y + 5)(y - 3) = y(y - 3) + 5(y - 3) = y^2 - 3y + 5y - 15 = y^2 + 2y - 15$$

$$y^2 + 2y = 15 \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow (y + 5)(y - 3) = 0$$

$$\Rightarrow y + 5 = 0 \text{ أو } y - 3 = 0 \Rightarrow y = -5 \text{ أو } y = 3$$

لذلك مجموعة الحل = $\{-5, 3\}$

أكتب: مسألة حياتية تمثل المعادلة التالية

غرفة مستطيلة الشكل طولها يزيد على عرضها بمقدار 4 متر و مساحتها 60 متر مربع ما طول كل من بعديها؟

نفرض العرض x فالطول يساوي $x+4$

مساحة المستطيل = الطول x العرض

$$\therefore x(x + 4) = 60$$

$$x^2 + 4x = 60 \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 10) = 0$$

$$\Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m \text{ العرض}$$

$$\text{أو } x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10 \text{ يهمل لأنها طول سالب}$$

$$x + 4 = 6 + 4 = 10m \text{ الطول}$$

تحقق: المساحة = $60 = 6 \times 10$

∴ أبعاد الغرفة 6 متر، 10 متر



الدرس الرابع /

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R

فكرة الدرس:

* حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين بأستعمال العمليات الأربعة و تمثيل الحل على مستقيم الأعداد.
* المفردات: المتباينة الجبرية، مجموعة الحل.
واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

ياسين عمره 14 سنة يتدرب على كرة القدم و يفكر في المشاركة في الفريق الوطني أكتب متباينة وحلها لتحديد بعد كم سنة يمكن لياسين الانضمام للفريق الوطني.
فريق الناشئين (العمر من 16 الى 21) الفريق الوطني العمر (27 سنة فما فوق) فريق الشباب (العمر من 22 الى 26)

ملاحظة: حل المتباينات ذات الخطوتين بأستعمال الجمع و الطرح

تسمى المتباينة التي تحتوي على متغير أو أكثر متباينة جبرية، و كل عدد يجعل المتباينة صحيحة هو حل لها و تسمى مجموعة الحلول للمتباينة مجموعة الحل ويمكن تمثيلها على مستقيم الأعداد الحقيقية.

ومن خواص المتباينات على R:

1 خاصية الجمع: لكل $a, b, c \in R$ إذا كان $a \geq b$ فإن $a + c \geq b + c$

2 خاصية الطرح: لكل $a, b, c \in R$ إذا كان $a \geq b$ فإن $a - c \geq b - c$

العلاقات (1,2) تبقى صحيحة في حالة استبدال \geq ب $\leq, <, >$

مثال (1) أكتب متباينة تمثل المسألة و حلها لأيجاد عدد السنوات التي ينتظرها ياسين

$$x + 14 \geq 27$$

ليتمكن من الانضمام للفريق الوطني

$$x + 14 - 14 \geq 27 - 14$$

أضافة النظير الجمعي للطرفين (-14) وتبسيط

$$x \geq 13$$

أي ياسين يتمكن من الانضمام للفريق الوطني بعد مرور 13 على الأقل

مثال (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح و مثله على مستقيم الأعداد.

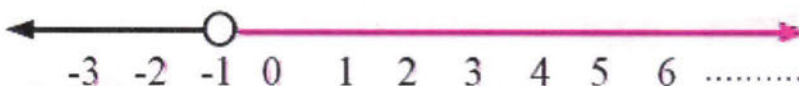
$$i) 3x - 12 \leq 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x \leq -6 + 12 \Rightarrow x \leq 6$$

$$\{x : x \leq 6\} = \text{مجموعة الحل}.$$



$$ii) 2z - \frac{5}{7} > z - \frac{12}{7} \Rightarrow 2z - z > -\frac{12}{7} + \frac{5}{7} \Rightarrow z > -\frac{7}{7} \Rightarrow z > -1$$

$$\{x : x > -1\} = \text{مجموعة الحل}.$$



مثال (3) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح

$$i) 3(y - \sqrt{2}) < 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 3\sqrt{2} < 2y + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 3y - 2y < 3\sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow y < 4\sqrt{2}$$

(< أصغر من أو يساوي) (< أصغر) (\geq أكبر من أو يساوي) (> أكبر من)

$$ii) 5t + \sqrt[3]{-8} \geq 6t - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 5t - 2 \geq 6t - 3$$

$$\Rightarrow 5t - 6t \geq -3 + 2 \Rightarrow -t \geq -1 \Rightarrow t \leq 1$$

إذا ضربنا طرفي المتباينة في -1 يتغير الترتيب.

$$iii) 8\left(\frac{1}{8}h + \frac{3}{16}\right) < 0 \Rightarrow 8\left(\frac{1}{8}h\right) + 8\left(\frac{3}{16}\right) < 0 \Rightarrow h + \frac{3}{2} < 0 \Rightarrow h < -\frac{3}{2}$$

$$iv) 11(m + 3) > 10(m - 2) \Rightarrow 11m + 33 > 10m - 20$$

$$\Rightarrow 11m - 10m > -20 - 33 \Rightarrow m > -53$$

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين بأستعمال الضرب و القسمة.

يمكن حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين بأستعمال الضرب و القسمة على الأعداد الحقيقية.

3 خاصية الضرب: (1) لكل $a, b, c \in R$ إذا كان $a \geq b$ وأن $c > 0$ فإن $ac \geq bc$

(2) لكل $a, b, c \in R$ إذا كان $a \geq b$ وأن $c < 0$ فإن $ac \leq bc$

4 خاصية القسمة: (1) لكل $a, b, c \in R$ إذا كان $a \geq b$ وأن $c > 0$ فإن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

(2) لكل $a, b, c \in R$ إذا كان $a \geq b$ وأن $c < 0$ فإن $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

مثال (4) طيور لدى أنور 18 طائرا و لدى أثير 98 طيرا يريد أنور أن يضاعف عدد الطيور ليكون عددها أكثر من عدد الطيور عند أثير بمقدار 10 طيور في الأقل ، كم مرة يجب أن يضاعف أنور عدد الطيور التي لديه؟

$$18x - 10 \geq 98$$

نفرض عدد المرات x التي يضاعفها و المتباينة التي تمثل المسألة:

$$18x - 10 + 10 \geq 98 + 10 \Rightarrow 18x \geq 180$$

$$\Rightarrow x \geq 6$$

نقسم الطرفين على 18

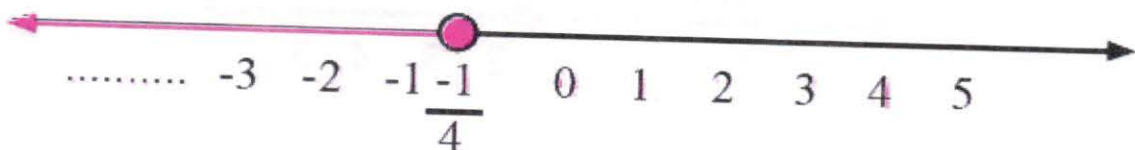
لذلك يجب أن يضاعف أنور عدد طيوره 6 مرات على الأقل

مثال (5) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة و مثله على مستقيم الأعداد.

$$i) \frac{6y}{-2} < 3 \Rightarrow \left(\frac{6y}{-2}\right) \frac{-2}{6} < (3) \frac{-2}{6} \Rightarrow y < -1$$



$$ii) 2x - 2 \leq \frac{-2}{5} \Rightarrow 2x - 2 + 2 \leq \frac{-2}{5} + 2 \Rightarrow 2x \leq \frac{-1}{2} \Rightarrow x \leq \frac{-1}{4}$$



ملاحظة: إذا الرمز \geq أو \leq نعين نقطة مضللة على خط الأعداد، وإذا $>$ أو $<$ نضع دائرة.

$$\text{iii) } 6z > 3(z - 6) \Rightarrow$$

$$6z > 3z - 18 \Rightarrow 6z - 3z > -18 \Rightarrow 3z > -18$$

$$\Rightarrow z > \frac{-18}{3} \Rightarrow z > -6$$

$$\text{iv) } \frac{m}{8} < \frac{1}{3} - 2 \Rightarrow \frac{m}{8} < \frac{-5}{3} \Rightarrow 8 \left(\frac{m}{8} \right) < 8 \left(\frac{-5}{3} \right)$$

نضرب في النظير الجمعي

$$\Rightarrow m < \frac{-40}{3}$$

$$\text{v) } \frac{5}{-9} \leq \frac{k}{3} \Rightarrow \left(\frac{5}{-9} \right) (-9) \leq \left(\frac{k}{3} \right) (-9) \Rightarrow 5 \leq -3k \Rightarrow -5 \leq 3k \Rightarrow -3k \geq 5$$

$$\Rightarrow \frac{3}{3} k \geq \frac{-5}{3} \Rightarrow k \geq \frac{-5}{3}$$

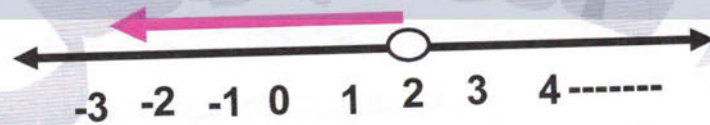
تأكد من فهمك:

حل المتباينات التالية في R بأستعمال الخواص و مثله على مستقيم الأعداد

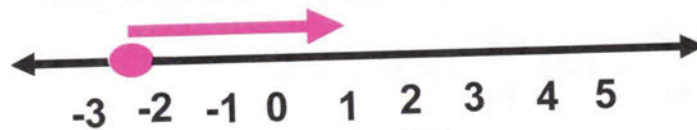
$$\text{1) } 2y - 8 \leq 3y - 8 \Rightarrow 2y - 3y \leq -8 + 8 \Rightarrow -y \leq 0 \Rightarrow y \geq 0$$



$$\text{2) } 2x - 6 < x - \sqrt{16} \Rightarrow 2x - 6 < x - 4 \Rightarrow 2x - x < -4 + 6 \Rightarrow x < 2$$

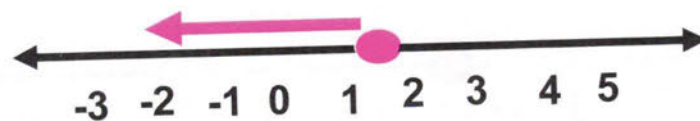


$$\text{3) } 4t + \frac{2}{3} \geq 3t - \frac{5}{3} \Rightarrow 4t - 3t \geq -\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow t \geq \frac{-7}{3} \Rightarrow t \geq -2\frac{1}{3}$$



$$\text{4) } \frac{3}{4} > z - \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{9}{10} > z \Rightarrow \frac{15 + 18}{20} > z$$

$$\Rightarrow z < \frac{33}{20} \Rightarrow z < 1\frac{13}{20}$$



حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

$$\boxed{5} \quad 7(x - \sqrt{3}) < 6x + \sqrt{3} \Rightarrow 7x - 7\sqrt{3} < 6x + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 7x - 6x < 7\sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow x < 8\sqrt{3}$$

$$\boxed{6} \quad 2y + \sqrt[3]{-27} \geq 3y - \sqrt[3]{8} \Rightarrow 2y - 3 \geq 3y - 2 \Rightarrow 2y - 3y \geq 3 - 2$$

$$\Rightarrow -y \geq 1 \Rightarrow y \leq -1$$

$$\boxed{7} \quad 5\left(\frac{1}{5}m + \frac{3}{10}\right) < 0 \Rightarrow 5\left(\frac{1}{5}m\right) + 5\left(\frac{3}{10}\right) < 0 \Rightarrow m + \frac{3}{2} < 0 \Rightarrow m < -\frac{3}{2}$$

$$\boxed{8} \quad 9(z - 4) > 10(z + 3) \Rightarrow 9z - 36 > 10z + 30 \Rightarrow 9z - 10z > 36 + 30$$

$$\Rightarrow -z > 66 \Rightarrow z < -66$$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة:

$$\boxed{9} \quad \frac{3t}{4} \geq \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{3t}{4} \cdot \frac{4}{3} \geq \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow t \geq \frac{20}{21}$$

$$\boxed{10} \quad \frac{-5x}{7} < \frac{7}{21} \Rightarrow \frac{-5x}{7} \cdot \frac{7}{5} < \frac{7}{21} \cdot \frac{7}{5} \Rightarrow -x < \frac{7}{15} \Rightarrow x > -\frac{7}{15}$$

$$\boxed{11} \quad \frac{y}{7} < \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{y}{7} \cdot \frac{7}{1} < \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{1} \Rightarrow y < \frac{5}{2}$$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\boxed{12} \quad 5(v + \sqrt{7}) \geq 2v - \sqrt{7} \Rightarrow 5v + 5\sqrt{7} \geq 2v - \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow 5v - 2v \geq -\sqrt{7} - 5\sqrt{7} \Rightarrow 3v \geq -6\sqrt{7} \Rightarrow v \geq -2\sqrt{7}$$

$$\boxed{13} \quad 2z + \sqrt[3]{-125} < 6z - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2z - 5 < 6z - 3$$

$$\Rightarrow 2z - 6z < 5 - 3 \Rightarrow -4z < 2 \Rightarrow z > -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{14} \quad 9\left(\frac{1}{3}x + \frac{7}{9}\right) > 0 \Rightarrow 3x + 7 > 0 \Rightarrow 3x > -7 \Rightarrow x > -\frac{7}{3}$$

$$\boxed{15} \quad \frac{5}{6}(t - 6) > 11(t + 2) \Rightarrow \frac{5}{6}t - 5 > 11t + 22 \Rightarrow \frac{5}{6}t - 11t > 5 + 22$$

$$\Rightarrow \frac{-61}{6}t > 27 \Rightarrow t < \frac{-27 \times 6}{61} \Rightarrow t < \frac{-162}{61}$$

$$\boxed{16} \quad \frac{-h}{13} < \frac{1}{26} - 1 \Rightarrow \frac{-h}{13} < \frac{-25}{26} \Rightarrow -h < \frac{-25 \times 13}{26}$$

$$\Rightarrow -h < \frac{-25}{2} \Rightarrow h > \frac{25}{2}$$

$$\boxed{17} \quad \frac{2x}{3} + 4 \leq \frac{8}{3} - 5 \Rightarrow \frac{2x}{3} \leq \frac{8}{3} - 5 - 4 \Rightarrow \frac{2x}{3} \leq \frac{-19}{3}$$

$$\Rightarrow 2x \leq -19 \Rightarrow x \leq \frac{-19}{2}$$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

$$18 \quad 9(z - \sqrt{5}) < 8z - \sqrt{5} \Rightarrow 9z - 9\sqrt{5} < 8z - \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 9z - 8z < 9\sqrt{5} - \sqrt{5} \Rightarrow z < 8\sqrt{5}$$

$$19 \quad 4v - \sqrt[3]{64} \geq 5v + \sqrt[3]{-8} \Rightarrow 4v - 4 \geq 5v - 2$$

$$\Rightarrow 4v - 5v \geq 4 - 2 \Rightarrow -v \geq 2 \Rightarrow v \leq -2$$

$$20 \quad 7\left(\frac{1}{7}m + \frac{5}{14}\right) < 0 \Rightarrow 7 \cdot \frac{1}{7}m + 7 \cdot \frac{5}{14} < 0$$

$$\Rightarrow m + \frac{5}{2} < 0 \Rightarrow m < -\frac{5}{2}$$

$$21 \quad 12(x - 2) > 13(x - 1) \Rightarrow 12x - 24 > 13x - 13$$

$$\Rightarrow 12x - 13x > -13 + 24 \Rightarrow -x > -11 \Rightarrow x < -11$$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة:

$$22 \quad \frac{2p}{3} \geq \frac{-6}{21} \Rightarrow \left(\frac{2p}{3}\right) \cdot \frac{3}{2} \geq \left(\frac{-6}{21}\right) \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow p \geq \frac{-3}{7}$$

$$23 \quad \frac{-4x}{9} < \frac{-8}{27} \Rightarrow \left(\frac{-4x}{9}\right) \cdot \frac{9}{4} < \left(\frac{-8}{27}\right) \cdot \frac{9}{4} \Rightarrow -x < \frac{-2}{3} \Rightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$24 \quad \frac{2m}{5} \leq \frac{2}{15} \Rightarrow \left(\frac{2m}{5}\right) \cdot \frac{5}{2} \leq \left(\frac{2}{15}\right) \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow m \leq \frac{1}{3}$$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$25 \quad 6(x - \sqrt{3}) \geq 4x - \sqrt{3} \Rightarrow 6x - 6\sqrt{3} \geq 4x - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 6x - 4x \geq 6\sqrt{3} - \sqrt{3} \Rightarrow 2x \geq 5\sqrt{3} \Rightarrow x \geq \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$26 \quad 8y + \sqrt[3]{-8} < 4y - \sqrt{121} \Rightarrow 8y - 2 < 4y - 11$$

$$\Rightarrow 8y - 4y < -11 + 2 \Rightarrow 4y < -9 \Rightarrow y < \frac{-9}{4}$$



$$27 \quad 7 \left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{14} \right) \leq 0 \Rightarrow \frac{7}{4}x - \frac{3}{2} \leq 0 \Rightarrow \frac{7}{4}x \leq \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{7}{4}x \right) \frac{4}{7} \leq \left(\frac{3}{2} \right) \frac{4}{7} \Rightarrow x \leq \frac{6}{7}$$

$$28 \quad \frac{1}{6}(12z + 18) > z + 2 \Rightarrow 2z + 3 > z + 2 \Rightarrow 2z - z > 2 - 3 \Rightarrow z > -1$$

$$29 \quad \frac{n}{-14} - 3 > \frac{-1}{28} \Rightarrow \frac{n}{-14} > \frac{-1}{28} + 3 \Rightarrow \frac{n}{-14} > \frac{-1 + 84}{28}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{-14} > \frac{83}{28} \Rightarrow \frac{n}{-14} \cdot 14 > \frac{83}{28} \cdot 14 \Rightarrow -n > \frac{83}{2} \Rightarrow n < -\frac{83}{2}$$

$$30 \quad \frac{2k}{2} - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow k \leq 0$$

تدرب وحل مسائل حياتية:

31 **خرزة**: تريد صبا ان تهدي أختها في عيد ميلادها عقدا من خرز اللؤلؤ يتألف من 100 خرزة ويتطلب صنعه 7 ساعات، إذا كان العقد فيه 16 خرزة فما أقل عدد من الخرز ينبغي لها إدخالها في كل ساعة لأكمال العقد؟

$$7x \geq 100 \Rightarrow x \geq \frac{100}{7} \Rightarrow x \geq 14 \frac{2}{7} \quad \text{خرزة}$$

∴ يجب أن يدخل في كل ساعة أكثر من 14 على الأقل خرزة يعني 15 خرزة.

32 **كرة قدم**: في مباراة الدوري لأندية الدرجة الأولى لكرة القدم، فاز فريق القوة الجوية في 7 مباريات وخسر في 3 مباريات وبقي أمامه 22 مباراة ما أقل عدد المباريات التي يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات؟

عدد المباريات التي لعبها $3 + 7 = 10 \leq$ العدد الكلي للمباريات

مباراة $10 + 22 = 32$

نصف المباريات $32 \div 2 = 16$

$$\Rightarrow x \geq 16 \Rightarrow x \geq 16 - 7 \Rightarrow x \geq 9$$

أكثر من 9 مباريات يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات

33 **مدينة العاب**: يحتاج شبك التذاكر في مدينة الألعاب 1400000 دينار لتغطية النفقات التشغيلية يوميا، إذا باع بمبلغ 650000 دينار حتى الظهر سعر التذكرة 750 دينار، فكم تذكرة عليه بيعها في الأقل لنلا يقع في تحت العجز المالي؟

$$750x + 650000 \geq 1400000$$

$$750x \geq 1400000 - 650000$$

$$750x \geq 750000 \Rightarrow x \geq \frac{750000}{750} \Rightarrow x \geq 1000$$

∴ يجب أن يبيع على الأقل 1000 تذكرة لنلا يقع تحت العجز المالي.



تحد: حل المتباينات الآتية:

$$34 \quad 2y - \frac{3}{4} < \left| -\frac{3}{2} \right|$$

$$2y - \frac{3}{4} < \frac{3}{2} \Rightarrow 2y < \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \Rightarrow 2y < \frac{9}{4} \Rightarrow y < \frac{9}{8}$$

$$35 \quad 7 \left(\frac{1}{5}z - 1 \right) > 1 \Rightarrow \frac{7}{5}z - 7 > 1 \Rightarrow \frac{7}{5}z > 1 + 7 \Rightarrow \frac{7}{5}z > 8$$

$$\Rightarrow z > 8 \left(\frac{5}{7} \right) \Rightarrow z > \frac{40}{7}$$

$$36 \quad \left(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2} \right) (4 + \sqrt[3]{8}) \geq 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2} \right) (4 + 2) \geq 0$$

$$\Rightarrow 6 \left(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2} \right) \geq 0 \Rightarrow 3x - 3\sqrt{5} \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 3\sqrt{5} \Rightarrow x \geq \sqrt{5}$$

37 أصح الخطأ: حل عثمان المتباينة التالية $\frac{v}{5} - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} - 1$ وكتب مجموعة الحل هي:

{5, 6, 7, ----} حدد خطأ عثمان و صحه.

$$\frac{v}{5} - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} - 1 \Rightarrow \frac{v}{5} \leq \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 1 \Rightarrow \frac{v}{5} \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{v}{5} \leq \frac{4}{4} - 1 \Rightarrow \frac{v}{5} \leq 0 \Rightarrow v \leq 0$$

لذلك جواب عثمان خطأ مجموعة الحل = $\{v : v \leq 0\}$

38 حس عددي: أثبت أن قيم h التي تجعل المتباينة التالية صحيحة وهي أعداد سالبة فقط

$$3h + \frac{1}{3} < \left| \frac{-1}{6} \right| - \frac{1}{3} \Rightarrow 3h + \frac{1}{3} < \frac{1}{6} - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3h < \frac{1}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow 3h < \frac{1 - 2 - 2}{6}$$

$$\Rightarrow 3h < \frac{-3}{6} \Rightarrow h < \frac{-1}{6}$$

مجموعة الحل هي $h < \frac{-1}{6}$ أعداد حقيقية سالبة فقط

أكتب

مسألة حياتية تمثل المتباينة الآتية: $500x + 600000 \leq 1600000$ رأس مال شركة
1600000 دينار يبيع قناني عصير سعر القنينة الواحدة 500 دينار فكم قنينة يبيع كي لا يخسر اذا
باع بمبلغ 600000 دينار

$$500x + 600000 \leq 1600000$$

$$500x \leq 1600000 - 600000$$

$$500x \leq 1000000$$

$$x \leq \frac{1000000}{500} \Rightarrow x \leq 2000$$

أي يبيع أكثر من 2000 قنينة كي لا يخسر.

الدرس الخامس /

حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R

فكرة الدرس:

* حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات بأستعمال الخواص وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد (متباينة جبرية يعني تحتوي على متغيرات).
* المفردات: المتباينة الجبرية، المتغير (يعني القيمة المجهولة وتمثل بحرف مثل x, y).
واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

إذا أراد 8 جنود الصعود الى المروحية و يحمل كل واحد منهم 20 kg من معداته الشخصية، أكتب متباينة و حلها لأيجاد الوزن الإضافي المسموح به لكل جندي على أن لاتزيد حملتهم الكلية على 880kg

ملاحظة حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات و التي تتضمن متغيرا في أحد طرفيها.

لحل متباينة تحتوي على متغير في احد طرفيها نستعمل الخواص لعزل الحد الذي يحوي على المتغير في طرف المتباينة ثم نجعل معامل واحد بأستعمال خاصية الضرب أو القسمة وجد مجموعة الحل للمتباينة وتمثيلها على خط الأعداد الحقيقية.

مثال (1) أكتب المتباينة التي تمثل المسألة و حلها لأيجاد عدد الكيلو غرامات الإضافية المسموح بها لكل جندي، افرض عدد الكيلو غرامات المسموح بها w

ولذلك كل جندي سيحمل w+20 و بما أنهم 8 جنود لذلك مجموع أحمالهم أقل من 880
فإن المسألة تكتب بالشكل

$$8(w + 20) \leq 880$$

$$8w + 160 \leq 880 \Rightarrow 8w \leq 880 - 160$$

$$\Rightarrow 8w \leq 720 \quad \text{بالقسمة على 8}$$

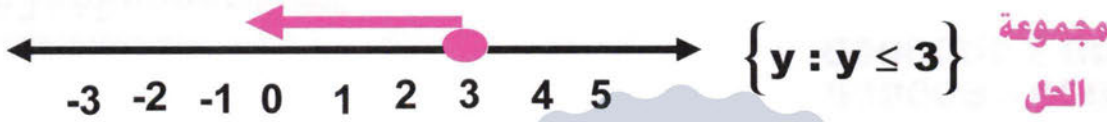
$$\Rightarrow w \leq \frac{720}{8} \Rightarrow w \leq 90$$

يستطيع كل جندي أن يحمل على الأكثر 90kg من الوزن الإضافي.



مثال (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال الخواص ومثله على مستقيم الأعداد:

$$\text{i) } 3(y - 2) \leq 6 - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 3y - 6 \leq 6 - 3 \Rightarrow 3y \leq 6 - 3 + 6 \\ \Rightarrow 3y \leq 9 \Rightarrow y \leq \frac{9}{3} \Rightarrow y \leq 3$$



$$\text{ii) } \frac{1}{2}(x - \frac{4}{3}) + \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{4}{6} + \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} \\ \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} + \frac{4}{6} \Rightarrow x > -\frac{6}{6} \Rightarrow x > -1$$



مثال (3) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\text{i) } 5(z - \sqrt{3}) \geq 10(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow 5z - 5\sqrt{3} \geq 20 - 10\sqrt{3} \\ \Rightarrow 5z \geq 20 - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \Rightarrow z \geq \frac{20 - 5\sqrt{3}}{5} \\ \Rightarrow z \geq \frac{20 - 5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow z \geq \frac{5(4 - \sqrt{3})}{5} \Rightarrow z \geq 4 - \sqrt{3}$$

ويمكن أن تبدأ الحل بالقسمة على 5

$$\text{ii) } \frac{1}{3}v + \sqrt[3]{-27} - \frac{4}{3}v < |-3| \Rightarrow \frac{1}{3}v - \frac{4}{3}v - 3 < 3 \\ \Rightarrow -\frac{3}{3}v < 3 + 3 \Rightarrow -v < 6 \Rightarrow v > -6$$

$$\text{iii) } 9 - \sqrt[3]{-8} > 5(x - 1) \Rightarrow 9 + 2 > 5x - 5 \\ \Rightarrow 11 + 5 > 5x \Rightarrow 5x < 16 \Rightarrow x < \frac{16}{5} \Rightarrow x < 3\frac{1}{5}$$

$$\text{iv) } \frac{-4}{3}\left(\frac{7}{2}h + \frac{14}{8}\right) < 0 \Rightarrow \frac{-4}{3} \times \frac{7}{2}h + \frac{-4}{3} \times \frac{14}{8} < 0 \\ \Rightarrow \frac{-14}{3}h - \frac{28}{3} < 0 \Rightarrow \frac{-14}{3}h < \frac{28}{3} \\ \Rightarrow -14h < 28 \Rightarrow h < \frac{28}{-14} \Rightarrow h < \frac{-1}{2}$$

* حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات والتي تتضمن متغيراً في طرفيها:

لحل المتباينات الجبرية والتي تتضمن متغيراً في طرفيها تتبع الخطوات التالية:

1 استعمال خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس أن وجدت.

2 أحصر المتغيرات في الطرف الأيسر من المتباينة وذلك بنقلها من جهة اليمين إلى اليسار مع تغير إشارتها.

3 استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة.

4 جد مجموعة الحل وذلك بجعل معامل المتغير واحداً.

مثال (4) حيوانات: وزن الدب 600 kg قبل مرحلة السبات ووزنه الطبيعي أقل من 400 kg يمكن أن يفقد من وزنه 8 kg في الأسبوع عند السبات، فكم أسبوعاً يستطيع أن يصمد في السبات ليصل إلى وزنه الطبيعي؟

نفرض عدد الأسابيع التي يمكن أن يصمد بها هي x أسبوعاً فإن:

المسألة

$$600 - 8x < 440$$

$$-8x < 440 - 600 \Rightarrow -8x < -160 \Rightarrow -x < \frac{-160}{8} \Rightarrow -x < -20$$

بالضرب $\times (-1)$

$$\Rightarrow x > 20$$

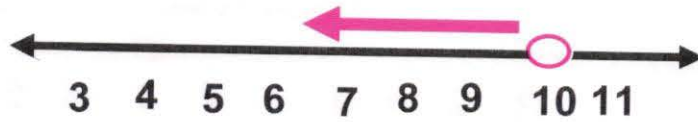
لذلك لا يمكن أن يصمد أكثر من 20 أسبوعاً. (أقل شي 20 أسبوعاً).

مثال (5) حل المتباينات التالية في R باستعمال الخواص و مثله على مستقيم الأعداد:

$$i) \frac{2x}{5} < 4(x - 9) \Rightarrow \frac{2x}{5} < 4x - 36 \Rightarrow 2x < 20x - 180$$

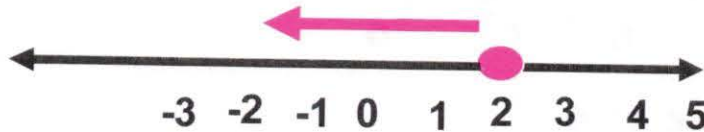
$$\Rightarrow 2x - 20x < -180 \Rightarrow -18x < -180 \Rightarrow -x < -10$$

$$\Rightarrow x > 10$$



$$ii) 3(y - 2) \leq 5(y - 2) \Rightarrow 3y - 6 \leq 5y - 10 \Rightarrow 3y + 5y \leq 6 + 10$$

$$\Rightarrow 8y \leq 16 \Rightarrow y \leq 2$$



مثال (6) حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i) 8(t - 3) < 7(t - 5) \Rightarrow 8t - 24 < 7t - 35 \Rightarrow 8t - 7t < 24 - 35$$

$$\Rightarrow t < -11$$

$$ii) \frac{-2x}{5} \leq \frac{x}{7} \Rightarrow 7(-2x) \leq 5x \Rightarrow -14x - 5x \leq 0 \Rightarrow -19x \leq 0$$

$$\Rightarrow 19x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$$



$$\text{iii) } \frac{1}{4}(z+4) > \frac{1}{2}(\sqrt{2}-z) \Rightarrow \frac{1}{4}z+1 > \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}z$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}z + \frac{1}{2}z > \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \Rightarrow \frac{1+2}{4}z > \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow z > \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{3} \Rightarrow z > \frac{4-4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$\text{iv) } \frac{h}{4} + \frac{1}{3} \geq \frac{h}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h}{4} - \frac{h}{2} \geq -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h-2h}{4} \geq \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-h}{4} \geq \frac{-2}{3} \Rightarrow -h \geq \frac{-2}{3} \times 4 \Rightarrow -h \geq \frac{-8}{3} \Rightarrow h \leq \frac{8}{3}$$

$$\text{v) } \frac{7}{\sqrt[3]{-27}} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow \frac{7}{-3} - 2y \leq \frac{2}{3} - y$$

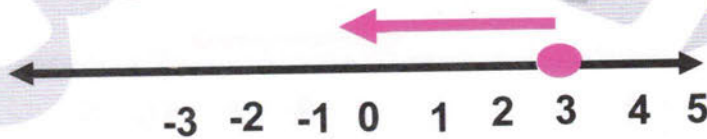
$$\Rightarrow -2y + y \leq \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \Rightarrow -y \leq \frac{9}{3} \Rightarrow y \geq -\frac{9}{3} \Rightarrow y \geq -3$$

تأكد من فهمك:

حل المتباينات التالية في R باستخدام الخواص و مثله على مستقيم الأعداد:

$$\text{1) } 5(x-1) \leq 8 - \sqrt[3]{-8} \Rightarrow 5x - 5 \leq 8 + 2$$

$$\Rightarrow 5x \leq 10 + 5 \Rightarrow x \leq \frac{15}{5} \Rightarrow x \leq 3$$



$$\text{2) } \frac{1}{3}(z - \frac{7}{2}) + \frac{1}{3}z \geq \frac{-23}{6} \Rightarrow \frac{1}{3}z - \frac{7}{6} + \frac{1}{3}z \geq \frac{-23}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}z + \frac{1}{3}z \geq \frac{-23}{6} + \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{2}{3}z \geq \frac{-16}{6}$$

$$\Rightarrow z \geq \frac{-16}{6} \times \frac{3}{2} \Rightarrow z \geq -4$$



$$\text{3] } \frac{t}{2} > 2 \left(\frac{1}{\sqrt{16}} - t \right) \Rightarrow \frac{t}{2} > \frac{1}{2} - 2t \Rightarrow \frac{t}{2} + 2t > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}t > \frac{1}{2} \Rightarrow 5t > 1 \Rightarrow t > \frac{1}{5}$$



$$\text{4] } 7(n - 1) \leq 9(1 - n) \Rightarrow 7n - 7 \leq 9 - 9n \Rightarrow 7n + 9n \leq 9 + 7$$

$$\Rightarrow 16n \leq 16 \Rightarrow n \leq \frac{16}{16} \Rightarrow n \leq 1$$



حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\text{5] } 2(x - \sqrt{5}) \leq 11(1 - \sqrt{5}) \Rightarrow 2x - 2\sqrt{5} \leq 11 - 11\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 2x \leq 11 - 11\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \Rightarrow 2x \leq 11 - 9\sqrt{5} \Rightarrow x \leq \frac{11 - 9\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{6] } \frac{1}{2}y - \sqrt[3]{-8} - \frac{3}{2}y < |-7| \Rightarrow \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}y + 2 < 7$$

$$\Rightarrow \frac{1-3}{2}y < 7-2 \Rightarrow -\frac{2}{2}y < 5 \Rightarrow -y < 5 \Rightarrow y > -5$$

$$\text{7] } 12 - \sqrt[3]{-125} \geq 6(z - 1) \Rightarrow 12 + 5 \geq 6z - 6$$

$$\Rightarrow 17 + 6 \geq 6z \Rightarrow 23 \geq 6z \Rightarrow z \leq \frac{23}{6}$$

$$\text{8] } \frac{-5}{7} \left(\frac{7}{3}m + \frac{14}{5} \right) > 0 \Rightarrow \frac{-5}{7} \left(\frac{7}{3}m \right) + \left(\frac{-5}{7} \right) \cdot \frac{14}{5} > 0 \Rightarrow \frac{-5}{3}m > 2$$

$$\Rightarrow -m > 2 \times \frac{3}{5} \Rightarrow m < -\frac{6}{5}$$

$$\text{9] } 6(4 - h) \leq 7(h - 5) \Rightarrow 24 - 6h \leq 7h - 35$$

$$\Rightarrow -6h - 7h \leq -35 - 24 \Rightarrow -13h \leq -59 \Rightarrow -h \leq \frac{-59}{13} \Rightarrow h \geq \frac{59}{13}$$

$$\text{10] } \frac{-3z}{7} \geq \frac{1}{7} + z \Rightarrow \frac{-3z}{7} - z \geq \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{-3-7}{7}z \geq \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{-10}{7}z \geq \frac{1}{7} \Rightarrow -z \geq \frac{1}{7} \times \frac{7}{10} \Rightarrow -z \geq \frac{1}{10} \Rightarrow z \leq -\frac{1}{10}$$



$$\boxed{11} \quad \frac{1}{9}(x - \sqrt{2}) < \frac{1}{3}(\sqrt{2} - x) \Rightarrow \frac{1}{9}x - \frac{\sqrt{2}}{9} < \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3}x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9}x + \frac{1}{3}x < \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{9} \Rightarrow \frac{1+3}{9}x < \frac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow 4x < 4\sqrt{2}$$

$$x < \frac{4\sqrt{2}}{4} \Rightarrow x < \sqrt{2}$$

$$\boxed{12} \quad \frac{n}{6} + \frac{3}{2} > \frac{n}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{n}{6} - \frac{n}{3} > -\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{n-2n}{6} > \frac{-2-9}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{-n}{6} > \frac{-11}{6} \Rightarrow -n > \frac{-11}{6} \times 6 \Rightarrow -n > -11 \Rightarrow n < 11$$

$$\boxed{13} \quad \frac{5}{\sqrt[3]{-8}} - 4k \leq \frac{5}{2} - k \Rightarrow -4k + k \leq \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \Rightarrow -3k \leq \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow -k \leq \frac{5}{3} \Rightarrow k \geq -\frac{5}{3}$$

$$\boxed{14} \quad \frac{1}{4}(y - 3) \geq \frac{1}{4}(\sqrt{2} - y) \Rightarrow \frac{1}{4}y - \frac{3}{4} \geq \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{4}y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}y \geq \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2}{4}y \geq \frac{\sqrt{2}+3}{4} \Rightarrow y \geq \frac{\sqrt{2}+3}{4} \times \frac{4}{2}$$

$$\Rightarrow y \geq \frac{\sqrt{2}+3}{2}$$

تدرب وحل التمرينات:

حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على R :

$$\boxed{15} \quad 7(y + 3) < 9 - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 7y + 21 < 9 + 3 \Rightarrow 7y \leq 12 - 21$$

$$\Rightarrow 7y < -9 \Rightarrow y < -\frac{9}{7}$$

$$\boxed{16} \quad \frac{1}{7}(t - \frac{1}{8}) + \frac{1}{7}t \geq \frac{-6}{7} \Rightarrow \frac{1}{7}t - \frac{1}{56} + \frac{1}{7}t \geq \frac{-6}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{7}t + \frac{1}{7}t \geq \frac{-6}{7} \Rightarrow +\frac{1}{56} \Rightarrow \frac{2}{7}t \geq \frac{-48+1}{56}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{7}t \geq \frac{-47}{56} \Rightarrow t \geq \left(\frac{-47}{56}\right)\left(\frac{2}{7}\right)$$

$$\Rightarrow t \geq \frac{-47}{56}$$

$$17 \quad \frac{x}{5} \leq 4\left(\frac{1}{\sqrt{36}} - 2x\right) \Rightarrow \frac{x}{5} \leq 4\left(\frac{1}{6} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} \leq \frac{4}{6} - 8x \Rightarrow \frac{x}{5} + 8x \leq \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{x + 40x}{5} \leq \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{41x}{5} \leq \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{41x}{5}\right)\left(\frac{5}{41}\right) \leq \left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{5}{41}\right)$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{20}{246} \Rightarrow x \leq \frac{10}{123}$$

$$18 \quad 8(h + 3) > 12(1 - h) \Rightarrow 8h + 24 > 12 - 12h$$

$$\Rightarrow 8h + 12h > 12 - 24 \Rightarrow 20h > -12$$

$$\Rightarrow h > \frac{-12}{20} \Rightarrow h > \frac{-3}{5}$$

$$19 \quad 5(z - \sqrt{3}) < 7(1 - \sqrt{3}) \Rightarrow 5z - 5\sqrt{3} < 7 - 7\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 5z < 7 - 7\sqrt{3} + 5\sqrt{3} < 7 - 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow z < \frac{7 - 2\sqrt{3}}{5}$$

$$20 \quad \frac{1}{6}m - \sqrt[3]{-27} - \frac{2}{3}m \leq |-9| \Rightarrow \frac{1}{6}m + 3 - \frac{2}{3}m \leq 9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6}m - \frac{2}{3}m \leq 9 - 3 \Rightarrow \frac{1-4}{6}m \leq \frac{-3}{6}m \leq 6$$

$$\Rightarrow -3m \leq 36 \Rightarrow m \geq \frac{-36}{3} \Rightarrow m \geq -12$$

$$21 \quad 14k - \sqrt[3]{-64} \geq 7(k - 1) \Rightarrow 14k + 4 \geq 7k - 7 \Rightarrow 14k - 7k > -7 - 4$$

$$\Rightarrow 7k > -11 \Rightarrow k > \frac{-11}{7}$$

$$22 \quad \frac{-3}{8}\left(\frac{6}{8}x + \frac{3}{4}\right) > 0 \Rightarrow \frac{-18}{64}x - \frac{9}{32} > 0 \Rightarrow \frac{-18}{64}x > \frac{9}{32} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{32}x > \frac{9}{32} \Rightarrow x < -1$$

$$23 \quad 9(3 + y) < 6(y - 4) \Rightarrow 27 + 9y < 6y - 24$$

$$\Rightarrow 9y - 6y < -24 - 27 \Rightarrow 3y < -51 \Rightarrow y < \frac{-51}{3} \Rightarrow y < -17$$



$$\boxed{24} \frac{-2n}{7} \geq \frac{3}{5} + n \Rightarrow \frac{-2n}{7} - n \geq \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{-9}{7}n \geq \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow -n \geq \frac{21}{45} \Rightarrow -n \geq \frac{7}{15} \Rightarrow n \leq -\frac{7}{15}$$

$$\boxed{25} \frac{1}{6}(z - \sqrt{3}) \leq \frac{1}{6}(\sqrt{3} - z) \Rightarrow z - \sqrt{3} \leq \sqrt{3} - z \quad \text{نضرب الطرفين} \times (6)$$

$$\Rightarrow z + z \leq \sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow 2z \leq 2\sqrt{3} \Rightarrow z \leq \sqrt{3}$$

$$\boxed{26} \frac{h}{4} + \frac{2}{3} < \frac{h}{3} + \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{h}{4} - \frac{h}{3} < \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3h - 4h}{12} < \frac{4 - 2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-h}{12} < \frac{2}{3} \Rightarrow -h < \frac{2}{3} \times 12 \Rightarrow h > -8$$

$$\boxed{27} \frac{8}{\sqrt[3]{-125}} - 2x > \frac{2}{5} - x \Rightarrow \frac{8}{-5} - 2x > \frac{2}{5} - x \Rightarrow -2x + x > \frac{2}{5} + \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow -x > 2 \Rightarrow x < -2$$

$$\boxed{28} \frac{1}{9}(y + 6) \geq \frac{1}{6}(\sqrt{6} - y) \Rightarrow \frac{1}{9}y + \frac{6}{9} \geq \frac{\sqrt{6}}{6} - \frac{1}{6}y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 + 3}{18}y \geq \frac{\sqrt{6} - 4}{6} \Rightarrow \frac{5}{18}y \geq \frac{\sqrt{6} - 4}{6} \Rightarrow 5y \geq 3(\sqrt{6} - 4)$$

$$\Rightarrow y \geq \frac{3(\sqrt{6} - 4)}{5}$$

تدرب وحل المسائل حياتية:

29 **هدية الحيوان:** باع شباك التذاكر في حديقة الحيوان تذاكر بمبلغ 450000 دينار سعر التذكرة 500 دينار لحد الظهر ويحتاج شبك التذاكر الى مبلغ 1850000 دينار لحد الظهر يوميا لتغطية نفقاته التشغيلية ما اقل عدد من التذاكر عليه بيعها لتغطية النفقات التشغيلية؟

$$500x + 450000 \geq 1850000$$

$$500x \geq 1850000 - 450000 \Rightarrow 500x \geq 1400000$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{1400000}{500} \Rightarrow x \geq 2800 \quad \text{يحتاج لبيع 2800 تذكرة على الاقل}$$

30 كرة السلة: ضمن مباريات الدوري لكرة السلة فاز الفريق الأصفر في 22 مباراة وخسر في 15 مباريات وبقي امامه 40 مباراة ليخوضها ما اقل عدد من المباريات الباقية التي ينبغي للفريق الفوز بها لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي من المباريات؟

$$\text{عدد المباريات التي لعبها} = 22 + 10 = 32$$

$$\text{عدد المباريات الكلي} = 32 + 40 = 72$$

$$\text{عدد نصف المباريات} = 72 \div 2 = 36$$

$$x + 22 \geq 36 \Rightarrow x \geq 36 - 22 \Rightarrow x \geq 14$$

∴ يجب ان يفوز على الأقل في 14 مباراة لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات.

31 فایلات ورقية: تريد ناديتة عمل طائرة ورقية على قطعة ورقية مستطيلة الشكل يزيد طولها على عرضها بمقدار 15 cm ما أقل طول للقطعة الورقية بحيث يكون محيطها أكبر من 130 cm؟
ليكن العرض x فإن الطول 15+x
محيط القطعة الورقية أكبر من 130

$$2[x + (x + 15)] > 130 \Rightarrow 2x + 2x + 30 > 130$$

$$\Rightarrow 4x > 130 - 30$$

$$\Rightarrow x > \frac{100}{4} \Rightarrow x > 25$$

∴ أقل طول للقطعة هو 25+15=40cm

فكر

$$\text{32 } \frac{1}{2}x + \sqrt[3]{-125} + \frac{5}{2}x > |-6| \Rightarrow \frac{1}{2}x - 5 + \frac{5}{2}x > 6$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2}x > 6 + 5 \Rightarrow 3x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{3}$$

$$\text{33 } \left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{3}\right)(5 + \sqrt[3]{-125}) > 2y \Rightarrow \left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{3}\right)(5 - 5) > 2y$$

$$\left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{3}\right)(0) > 2y \Rightarrow 2y < 0 \Rightarrow y < 0$$

34 أصح الخطأ: حلت وردة المتباينة الآتية: $\frac{5}{3}\left(\frac{h}{5} + \frac{3}{4}\right) \leq \frac{5}{4} - 2$ وكتبت مجموعة الحل هي:

{-6, -5, -4, }

$$\frac{5}{3} \times \frac{h}{5} + \frac{5}{3} \times \frac{3}{4} \leq \frac{5}{4} - 2 \Rightarrow \frac{h}{3} + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4} - 2$$

$$\Rightarrow \frac{h}{3} \leq \frac{5}{4} - \frac{5}{4} - 2 \Rightarrow \frac{h}{3} \leq -2$$

$$\Rightarrow h \leq -6$$

لذلك جواب وردة خطأ حيث مجموعة الحل الأعداد الأصغر من -6 و ليس الأكبر و الصحيح {-6, -7, -8, }



35

حس عددي: أثبت أن قيم z التي تجعل المتباينة التالية صحيحة وهي أعداد سالبة فقط.

$$7z - \frac{1}{7} < \left| -\frac{1}{7} \right| - \frac{4}{14} \Rightarrow 7z < \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow 7z < 0 \Rightarrow z < 0$$

∴ قيم z أعداد سالبة فقط

أكتب

مسألة حياتية تكثل المتباينة الآتية: $(x + 6) \leq 40$
 المسألة عمر أحمد بعد 6 سنوات اقل من 40 سنة فما عمر أحمد الآن.

الدرس السادس /

خطة حل المسألة (التخمين والتحقق)

فكرة الدرس:

* استعمال التخمين والتحقق في حل المسألة.

واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

في حقل تربية الأبقار يأكل العجل الصغير 4kg من العلف يوميا و تأكل البقرة 12kg من العلف يوميا و مجموع أستهلاك الحقل من العلف 2600kg يوميا، إذا كان مجموع الأبقار والعجول هو 250 فما عدد كل منهم؟

WWW.IQ-RES.COM

أفهم:

المعطيات في السؤال : يأكل العجل الصغير 4kg من العلف يوميا و تأكل البقرة 12kg من العلف يوميا، و مجموع أستهلاك الحقل من العلف 2600kg يوميا، مجموع الأبقار والعجول هو 250. المطلوب من المسألة: أيجاد عدد العجول وعدد الأبقار في الحقل

خطط:

كيف تحل المسألة؟ خمن و تحقق و عدل التخمين حتى نصل الى الأجابة الصحيحة.

حل: أستهلاك الحقل من العلف يوميا 2600kg .

التحقق	$4x + 12y = 2600$	عدد الأبقار y	عدد العجول x
$2440 < 2600$	$4(70) + 12(180) = 2440$	180	70
$2520 < 2600$	$4(60) + 12(190) = 2520$	190	60
صحيح	$4(50) + 12(200) = 2600$	200	50

تحقق/ $50 + 200 = 250$ عدد الأبقار والعجول في الحقل.
 وان $(200)(12) + (50)(4) = 2600$ لذا التخمين صحيح.

مسائل Problems :

أستعمل استراتيجيته التخمين و التحقق لحل المسائل الآتية:

1 نقود: تسلم أياد مبلغ نصف مليون دينار من المصرف منها فئة خمسة آلاف و فئة عشر آلاف فإذا كانت فئة الخمسة آلاف ثلاثة أمثال فئة العشرة آلاف فما عدد كل منها؟

التحقق	المعادلات	فئة 10 الآف	فئة 5 الآف	
	$5000x + 1000y = 500000$			
$250 < 500$	$5000(30) + 1000(10) = 250000$	10	30	خطأ
$375 < 500$	$5000(45) + 1000(15) = 375000$	15	45	خطأ
التخمين صحيح	$5000(60) + 1000(20) = 500000$	20	60	صحيح

2 صالة تزاج: باع شباك التذاكر لصالة التزلج تذاكر بمبلغ 150000 دينار حتى الظهر بسعر 1500 دينار للشخص الواحد ويجب على شباك التذاكر أن يبيع في الأقل بمبلغ 250000 دينار يوميا لتغطية النفقات التشغيلية للصالة فكم يبيعه في الأقل لتغطية المبلغ؟ الشرح شبيه بالمثال و أليك الحل و التخطيط

$$1500x + 150000 \geq 250000$$

$$1500x \geq 250000 - 150000$$

$$1500x \geq 100000 \Rightarrow x \geq \frac{100000}{1500} \Rightarrow x \geq 66.67$$

يعني أن شباك التذاكر يجب أن يبيع على الأقل 67 تذكرة.

3 كرة قدم: ضمن مباريات الدوري لكرة القدم فاز فريق القوة الجوية في 12 مباراة و خسر 5 مباريات و بقي امامه 13 مباريات ليخوضها، ما أقل عدد من المباريات الباقية التي ينبغي للفريق الفوز بها لكي يفوز بأكثر من ثلثي العدد الكلي من المباريات؟

$$12 + 5 = 17 \text{ الفريق خاض مباراة}$$

$$13 + 17 = 30 \text{ عدد جميع المباريات}$$

$$\frac{2}{3} \times 30 = 20 \text{ عدد ثلثي المباريات}$$

$$x + 12 \geq 20 \text{ المسألة}$$

$$x \geq 20 - 12 \Rightarrow x \geq 8$$

مباريات ليحقق الهدف المطلوب من السؤال

8 أي يفوز ب

4 مسرح: مسرح يتسع ل 750 شخصا حجزت أماكن ل 256 شخصا في المقدمة لمشاهدة عرض مسرحي وضع المنظمون 35 صفا من الكراسي ما العدد الأقصى للكراسي في كل صف؟

$$35x + 256 \leq 750$$

$$\Rightarrow 35x \leq 750 - 256$$

$$\Rightarrow 35x \leq 494$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{494}{35} \Rightarrow x \leq 14.1 \text{ التخمين صحيح}$$

∴ أقل أو أقصى عدد من الكراسي في كل صف هو 14 كرسي.



مراجعة الفصل الرابع Chapter Four Review

المفردات: تحفظ على صفحة 112 من الكتاب المقرر لأهميتها

الدرس الاول / حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R

مثال (1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح:

i) $5z - 8 = 4z + |-20| \Rightarrow 5z - 8 = 4z + 20 \Rightarrow z = 28$

ii) $7t + 3\sqrt{2} = 8t - 6\sqrt{2} \Rightarrow 7t - 8t = -6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \Rightarrow -t = -9\sqrt{2}$
 $\Rightarrow t = 9\sqrt{2}$

مثال (2) حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة:

i) $4(6y - 1) = 2(5y + 9) \Rightarrow 24y - 4 = 10y + 18$

$\Rightarrow 24y - 10y = 18 + 4 \Rightarrow 14y = 22 \Rightarrow y = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$

ii) $\frac{x}{6} = \frac{9}{12} \Rightarrow (12)(x) = (9)(6) \Rightarrow x = \frac{(9)(6)}{12} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$

تدريب (1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح:

i) $2y - 8 = 3y - |-10| \Rightarrow 2y - 3y = 8 - 10 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow y = 2$

ii) $|-4|h = 9 - \sqrt[3]{-27h} \Rightarrow 4h = 9 + 3h \Rightarrow 4h - 3h = 9 \Rightarrow h = 9$

تدريب (2) حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة:

i) $\frac{3y}{4} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{3y}{4} \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{9}{16} \left(\frac{4}{3}\right) \Rightarrow y = \frac{3}{4}$

ii) $7x - 8 = 5x - 3^2 \Rightarrow 7x - 5x = 8 - 9 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

الدرس الثاني

مثال (1) حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

i) $5(x - 7) + 11 = |21| \Rightarrow 5x - 35 + 11 = 21 \Rightarrow 5x = 21 + 35 - 11$

$\Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{5} = 9$

ii) $\frac{1}{3}(15z + 21) - 10 = \frac{1}{3}(12 - 6z) \Rightarrow 5z + 7 - 10 = 4 - 2z$

$\Rightarrow 5z + 2z = -7 + 10 + 4 \Rightarrow 7z = 7 \Rightarrow z = 1$

مثال (2) حل المعادلة الآتية:

$$|2n - 7| = 6$$

$$|2n - 7| = 6 \Rightarrow \begin{cases} 2n - 7 = 6 \Rightarrow 2n = 13 \Rightarrow n = \frac{13}{2} \\ 2n - 7 = -6 \Rightarrow 2n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموعة الحل: $\left\{\frac{13}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

حل المعادلات من الدرجة الاولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R

تدريب (1) حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

$$\text{i) } 4(x - 5\sqrt{3}) = 3x - 2\sqrt{3} \Rightarrow 4x - 20\sqrt{3} = 3x - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 18\sqrt{3}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{2}(3y + 20) - 6 = \frac{1}{4}(16 - 6y) \Rightarrow \frac{3}{2}y + 10 - 6 = 4 - \frac{6}{4}y$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}y - 6 = 4 - 10 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$$

تدريب (2) حل المعادلة الآتية:

$$|z - 7| = 3$$

$$|z - 7| = 3 \Rightarrow \begin{cases} z - 7 = 3 \Rightarrow z = 10 \\ z - 7 = -3 \Rightarrow z = 4 \end{cases}$$

مجموعة الحل: $\{10, 4\}$

الدرس الثالث: حل المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .

مثال (1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي:

$$\text{i) } x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} \text{ أو } x = -\sqrt{18}$$

$$\Rightarrow x = 3\sqrt{2} \text{ أو } x = -3\sqrt{2}$$

$$\text{ii) } 8t^2 = 1 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow t = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ أو } t = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

مثال (2) حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

$$\text{i) } (x - 3)(x + 5) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \text{ أو } x + 5 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ أو } x = -5$$

$$\text{ii) } 5y - 5y^2 = 0 \Rightarrow 5y(1 - y) = 0 \Rightarrow 5y = 0 \text{ أو } 1 - y = 0 \\ y = 0 \text{ أو } y = 1$$



تدريب (1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي:

$$\text{i) } 16z^2 = 4 \Rightarrow z^2 = \frac{4}{16} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow z = \frac{1}{2} \text{ أو } z = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } z^2 - 1 = 11 \Rightarrow z^2 = 12 \Rightarrow z = \sqrt{12} \text{ أو } z = -\sqrt{12} \\ \Rightarrow z = 2\sqrt{3} \text{ أو } z = -2\sqrt{3}$$

تدريب (2) حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

$$\text{i) } (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0 \text{ أو } x + \sqrt{3} = 0 \\ x = \sqrt{3} \text{ أو } x = -\sqrt{3}$$

$$\text{ii) } 5z^2 + 16z = 0 \Rightarrow z(5z + 16) = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ أو } 5z + 16 = 0 \\ \Rightarrow z = 0 \text{ أو } z = \frac{-16}{5}$$

الدرس الرابع:

موقع طلاب العراق

مثال (1) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

$$\text{i) } 5(y - \sqrt{2}) < 4y \Rightarrow 5y - 5\sqrt{2} < 4y \Rightarrow 5y - 4y < 5\sqrt{2} \Rightarrow y < 5\sqrt{2}$$

$$\text{ii) } 3\left(\frac{1}{3}y + \frac{1}{15}\right) < 0 \Rightarrow y + \frac{1}{15} < 0 \Rightarrow y < \frac{-1}{15}$$

مثال (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\frac{1}{3}(z + 9) > \frac{1}{3}(\sqrt{3} - 2z) \Rightarrow \frac{1}{3}z + 3 > \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{3}z$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}z + \frac{2}{3}z > \frac{\sqrt{3}}{3} - 3 \Rightarrow z > 1 - \frac{3\sqrt{3}}{3}$$

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R

تدريب (1) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

$$\text{i) } 3\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15}\right) < 4y \quad \text{نفس حل المثال}$$

$$\text{ii) } 5t + \sqrt[3]{-8} \geq 6t - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 5t - 2 \geq 6t - 3 \\ \Rightarrow 5t - 6t \geq 2 - 3 \Rightarrow -t \geq -1 \Rightarrow t \leq 1$$

تدريب (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i) 6(n - 3) < 4(n - 5) \Rightarrow 6n - 18 < 4n - 20$$

$$\Rightarrow 6n - 4n < 18 - 20 \Rightarrow 2n < -2 \Rightarrow n < -1$$

$$ii) \frac{-2x}{9} \leq \frac{x}{7} \Rightarrow \frac{-2x}{9} - \frac{x}{7} \leq 0 \Rightarrow \frac{-14x - 9x}{63} \leq 0$$

$$\Rightarrow -23x \leq 0 \Rightarrow x \geq 0$$

الدرس الخامس:

حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i) 6(x - \sqrt{3}) \geq 6(1 - \sqrt{3}) \Rightarrow 6x - 6\sqrt{3} \geq 6 - 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 6x \geq 6 - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \Rightarrow 6x \geq 6 \Rightarrow x \geq \frac{6}{6} \Rightarrow x \geq 1$$

$$ii) 6 - \sqrt[3]{-27} < 4(y - 1) \Rightarrow 6 + 3 < 4y - 4 \Rightarrow 9 < 4y - 4$$

$$\Rightarrow 9 + 4 < 4y \Rightarrow 13 < 4y \Rightarrow y > \frac{13}{4}$$

مثال (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\frac{7}{\sqrt[3]{-125}} + 2t \leq \frac{1}{5} + t \Rightarrow \frac{7}{-5} + 2t \leq \frac{1}{5} + t$$

$$\Rightarrow 2t - t \leq \frac{1}{5} + \frac{7}{5} \Rightarrow t \leq \frac{8}{5}$$

تدريب (1) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i) \frac{1}{5}n + \sqrt[3]{-27} - \frac{11}{5}n < |-3| \Rightarrow \frac{1}{5}n - 3 - \frac{11}{5}n < 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}n - \frac{11}{5}n < 6 \Rightarrow \frac{-10}{5}n < 6 \Rightarrow -2n < 6 \Rightarrow -n < 3 \Rightarrow n > -3$$

تدريب (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\frac{1}{3}(y + 6) > \frac{1}{3}(\sqrt{3} - y) \Rightarrow \frac{1}{3}y + 2 > \frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{3}y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}y > \frac{1}{3}\sqrt{3} - 2 \Rightarrow \frac{2}{3}y > 1 - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y > \left(\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) \times \frac{3}{2} \Rightarrow y > \frac{3 - 6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

Chapter Four Test

أختبار الفصل الرابع

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية و تحقق من صحة الحل:

$$\boxed{1} \quad z = \sqrt[3]{-8} + 2z \Rightarrow z = -2 + 2z \Rightarrow 2 = 2z - z \Rightarrow z = 2$$

$$2 = \sqrt[3]{-8} + 2(2) \Rightarrow 2 = -2 + 4 \Rightarrow 2 = 2 \quad \text{التحقيق}$$

$$\boxed{2} \quad 4m - 5\sqrt{2} = 3m + 6\sqrt{2} \Rightarrow 4m - 3m = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \Rightarrow m = 11\sqrt{2}$$

التحقيق نفس الطريقة السابقة نعوض مكان m في الطرف الأيسر فنجدها الطرفين متساويتين.

$$\boxed{3} \quad \sqrt{36h} = |-16| + 5h \Rightarrow 6h = 16 + 5h \Rightarrow h = 16$$

$$\boxed{4} \quad 3z \div 21 = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{3z}{21} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{1}{7}z = \frac{1}{7} \Rightarrow z = 1$$

$$\boxed{5} \quad \sqrt[3]{125x} \div |-19| = 5^2 \Rightarrow 5x \div 19 = 25 \Rightarrow \frac{5x}{19} = 25$$

$$\Rightarrow 5x = 225 \Rightarrow x = \frac{225}{5} \Rightarrow x = 45$$

$$\boxed{6} \quad \sqrt{3x} \div 9 = \sqrt{3} \div 3 \Rightarrow \frac{\sqrt{3x}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{9}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3x}}{9} \right) = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$\boxed{7} \quad \frac{\sqrt{5}}{2}h = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}h = 2 \Rightarrow 5h = 2 \Rightarrow h = \frac{2}{5}$$

$$\boxed{8} \quad \frac{9y}{3\sqrt[3]{4}} = \frac{18}{4} \Rightarrow 36y = 54\sqrt[3]{4} \Rightarrow y = \frac{54\sqrt[3]{4}}{36} \Rightarrow y = \frac{9\sqrt[3]{4}}{4}$$

$$\boxed{9} \quad 6z \div 13 = 2z \div 13 \Rightarrow \frac{6z}{13} = \frac{2z}{13} \Rightarrow 6z = 2z \Rightarrow z = 0$$

$$\boxed{10} \quad 8(h - 1^2) = \frac{1}{2}h - 6 \Rightarrow 8h - 8 = \frac{1}{2}h - 6 \Rightarrow 8h - \frac{1}{2}h = 8 - 6$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2}h = 2 \Rightarrow h = \frac{4}{15}$$

$$\boxed{11} \quad 5\sqrt{3} - z = z - 7\sqrt{3} \Rightarrow -z - z = -5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} \Rightarrow -2z = -12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow z = 6\sqrt{3}$$

$$\boxed{12} \quad \sqrt{64y} = 10(y - 1) + 3^2 \Rightarrow 8y = 10y - 10 + 9 \Rightarrow 8y - 10y = -1$$

$$\Rightarrow -2y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$



حل المتباينات التالية باستعمال الخواص

$$13 \quad 3(x - 10) = 2(x + 10) \Rightarrow 3x - 30 = 2x + 20$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 30 + 20 \Rightarrow x = 50$$

$$14 \quad \sqrt[3]{-8y} \div |-8| = 4\sqrt{2} \Rightarrow \frac{-2y}{8} = 4\sqrt{2} \Rightarrow -2y = 32\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{32\sqrt{2}}{-2} \Rightarrow y = -16\sqrt{2}$$

$$15 \quad \frac{1}{3}(z - 7) + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}(z - 10) \Rightarrow \frac{1}{3}z - \frac{7}{3} + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}z - 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}z - \frac{1}{5}z = -2 \Rightarrow \frac{5-3}{15}z = -2 \Rightarrow 2z = -30 \Rightarrow z = -15$$

$$16 \quad \frac{t}{8 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{6t}{5} \Rightarrow \frac{t}{8-3} = \frac{6t}{5} \Rightarrow \frac{t}{5} = \frac{6t}{5} \Rightarrow t = 6t \Rightarrow t = 0$$

$$17 \quad |2y - 12| = 7 \Rightarrow \begin{cases} y - 12 = 7 \Rightarrow y = 19 \\ y - 12 = -7 \Rightarrow y = 5 \end{cases} \quad \square \text{ مجموعة الحل هي: } \{19, 5\}$$

$$18 \quad |2v - 5| = \sqrt{36} \Rightarrow \begin{cases} 2v - 5 = 6 \Rightarrow 2v = 11 \Rightarrow v = \frac{11}{2} \\ 2v - 5 = -6 \Rightarrow 2v = -1 \Rightarrow v = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

مجموعة الحل هي: $\{\frac{11}{2}, \frac{-1}{2}\}$

$$19 \quad \left| \frac{1}{3}n + 18 \right| = \sqrt[3]{-125} \Rightarrow \left| \frac{1}{3}n + 18 \right| = -5 \quad \text{لا يمكن لأن المسافة سالبة}$$

مجموعة الحل هي \emptyset

$$20 \quad |7x - 14| = |-18|$$

$$\Rightarrow |7x - 14| = 18 \Rightarrow \begin{cases} 7x - 14 = 18 \Rightarrow 7x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{7} \\ 7x - 14 = -18 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{7} \end{cases}$$

مجموعة الحل هي: $\{\frac{32}{7}, \frac{-4}{7}\}$

$$21 \quad |z - \sqrt{3}| = 4\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} z - \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \Rightarrow z = 5\sqrt{3} \\ z - \sqrt{3} = -4\sqrt{3} \Rightarrow z = -3\sqrt{3} \end{cases}$$

مجموعة الحل هي: $\{5\sqrt{3}, -3\sqrt{3}\}$

حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي:

$$22 \quad x^2 = 64 \Rightarrow x = 8 \text{ أو } x = -8$$

$$23 \quad 9x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ أو } x = -\frac{1}{3}$$

$$24 \quad 12t^2 = 4 \Rightarrow t^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow t = \frac{2^1}{2^1\sqrt{3}} \text{ أو } t = -\frac{2^1}{2^1\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ أو } t = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$25 \quad n^2 - 5 = 20 \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5 \text{ أو } n = -5$$

$$26 \quad 7 - z^2 = -42 \Rightarrow -z^2 = -42 - 7 \Rightarrow z^2 = 49 \Rightarrow z = 7 \text{ أو } z = -7$$

$$27 \quad \frac{1}{4}k^2 = 9 \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = 6 \text{ أو } k = -6$$

$$28 \quad y^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \frac{2}{3} \text{ أو } y = -\frac{2}{3}$$

$$29 \quad h^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{1+3}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{4}{4} \Rightarrow h^2 = 1 \Rightarrow h = 1 \text{ أو } h = -1$$

حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

$$30 \quad (y - 4)(y + 4) = 0 \Rightarrow (y - 4) = 0 \text{ أو } (y + 4) = 0$$

$$\Rightarrow y = 4 \text{ أو } y = -4$$

$$31 \quad (z - 7)(z - 7) = 0 \Rightarrow z - 7 = 0 \text{ أو } z - 7 = 0 \Rightarrow z = 7$$

$$32 \quad (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x + \sqrt{5} = 0 \text{ أو } x - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{5} \text{ أو } x = \sqrt{3}$$

$$33 \quad (\sqrt{2} - h)(\sqrt{2} + h) = 0 \Rightarrow \sqrt{2} - h = 0 \text{ أو } \sqrt{2} + h = 0$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{2} \text{ أو } h = -\sqrt{2}$$

$$34 \quad (4t + 8)(3t - 7) = 0 \Rightarrow 4t + 8 = 0 \text{ أو } 3t - 7 = 0$$

$$\Rightarrow t = -2 \text{ أو } t = \frac{7}{3}$$

$$35 \quad \sqrt{8x^2} + 2x = 0 \Rightarrow 2\sqrt{2x^2} + 2x = 0 \Rightarrow 2x(\sqrt{2x} + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 0 \text{ أو } \sqrt{2x} + 1 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ أو } x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$36 \quad z^2 - z = 0 \Rightarrow z(z - 1) = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ أو } z = 1$$

$$37 \quad 3\sqrt{7n^2} - 3\sqrt{7n} = 0 \Rightarrow 3\sqrt{7n}(n - 1) = 0 \Rightarrow 3\sqrt{7n} = 0 \text{ أو } n - 1 = 0$$

$$\Rightarrow n = 0 \text{ أو } n = 1$$

$$38 \quad \frac{1}{5}y^2 - \frac{1}{5}y = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}y(y - 1) = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}y = 0 \text{ أو } y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow y = 0 \text{ أو } y = 1$$

حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

$$39 \quad 2(x - \sqrt{2}) \geq x - \sqrt{2} \Rightarrow 2x - \sqrt{2} \geq x - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2x - x \geq 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \Rightarrow x \geq \sqrt{2}$$

$$40 \quad 9z + \sqrt[3]{-27} < 10z - \sqrt[3]{125} \Rightarrow 9z - 3 < 10z - 5$$

$$\Rightarrow 9z - 10z < 3 - 5 \Rightarrow -z < -2 \Rightarrow z > 2$$

$$41 \quad 5\left(\frac{1}{2}y - \frac{3}{10}\right) \leq 0 \Rightarrow \frac{5}{2}y - \frac{3}{2} \leq 0 \Rightarrow \frac{5}{2}y \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 5y \leq 3 \Rightarrow y \leq \frac{3}{5}$$

$$42 \quad \frac{t}{-7} - 1 > \frac{-1}{14} \Rightarrow \frac{t}{-7} > \frac{-1}{14} + 1 \Rightarrow \frac{t}{-7} > \frac{-1 + 14}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{-7} > \frac{13}{14} \Rightarrow -t > \frac{13}{2} \Rightarrow t < \frac{-13}{2}$$



$$43 \quad \frac{2m}{9} - \frac{1}{9} \leq \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2m}{9} \leq \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2m}{9} \leq \frac{2}{9} \Rightarrow 2m \leq 2 \Rightarrow m \leq 1$$

بالقسمة على ٢

$$44 \quad 3(x+7) < 6 - \sqrt[3]{-64} \Rightarrow 3x + 21 < 6 + 4 \Rightarrow 3x < 10 - 21$$

$$\Rightarrow 3x < -11 \Rightarrow x < \frac{-11}{3}$$

$$45 \quad \frac{1}{6}(z - \frac{12}{5}) + \frac{5}{6}z \geq \frac{-3}{5} \Rightarrow \frac{1}{6}z + \frac{5}{6}z - \frac{2}{5} \geq \frac{-3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1+5}{6}z \geq \frac{-3}{5} + \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{6}{6}z \geq \frac{-3+2}{5} \Rightarrow z \geq \frac{-1}{5}$$

$$46 \quad \frac{y}{4} \leq 2(\frac{1}{\sqrt{16}} - \frac{1}{8}y) \Rightarrow \frac{y}{4} \leq \frac{2}{4} - \frac{1}{4}y \Rightarrow \frac{y}{4} + \frac{y}{4} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}y \leq \frac{1}{2} \Rightarrow y \leq 1$$

$$47 \quad 5(x+1) > 2(1-x) \Rightarrow 5x + 5 > 2 - 2x$$

$$\Rightarrow 5x + 2x > 2 - 5 \Rightarrow 7x > -3 \Rightarrow x > \frac{-3}{7}$$

$$48 \quad \frac{1}{3}(h - \sqrt{2}) \leq \frac{2}{3}(\sqrt{2} - h) \Rightarrow \frac{1}{3}h - \frac{\sqrt{2}}{3} \leq \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3}h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}h + \frac{2}{3}h \leq \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \frac{3}{3}h \leq \frac{3\sqrt{2}}{3} \Rightarrow h \leq \sqrt{2}$$

$$49 \quad \frac{m}{6} + \frac{2}{5} < \frac{m}{3} - \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{m}{6} - \frac{m}{3} < -\frac{4}{5} - \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1-2}{6}m < \frac{-4-2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{6}m < \frac{-6}{5} \Rightarrow -m < \frac{-36}{5} \Rightarrow m > \frac{36}{5}$$

$$50 \quad \frac{9}{\sqrt[3]{-27}} - 5y > \frac{1}{5} - y \Rightarrow \frac{9}{-3} - 5y > \frac{1}{5} - y \Rightarrow -3 - 5y > \frac{1}{5} - y$$

$$\Rightarrow -5y + y > \frac{1}{5} + 3 \Rightarrow -4y > \frac{1+15}{5} \Rightarrow -4y > \frac{16}{5} \Rightarrow y < \frac{-16}{20} \Rightarrow y < \frac{-4}{5}$$

أنتهى الفصل الرابع



تمرينات الفصول الأربعة Chapter Exercise

الأختيار من متعدد Multiple Choice

الفصل الأول / الأعداد النسبية Rational Numbers

الدرس الأول / ترتيب العمليات على الأعداد النسبية

أختر الأجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

أستعمل جمع و طرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$1 \quad \frac{1}{4} - \frac{3}{8} + \frac{3}{2} = \frac{2-3+12}{8} = \frac{11}{8} \quad \text{ص 116 الجواب b}$$

$$2 \quad 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{5} + \frac{6}{15} = \frac{7}{3} - \frac{6}{5} + \frac{6}{15} = \frac{47}{15} \quad \text{ص 116 الجواب C}$$

$$3 \quad \frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{1}{7} - \frac{3}{2} = \frac{4-7+2-2}{14} = \frac{-11}{7} \quad \text{ص 116 الجواب a}$$

$$4 \quad 6.13 - 5.02 + 1.5 = 2.61 \quad \text{ص 116 الجواب b}$$

أستعمل ضرب و قسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$5 \quad 1\frac{1}{4} \times (-2\frac{1}{2}) \div 3\frac{4}{2} = \frac{5}{4} \times \frac{-5}{2} \div \frac{10}{2} = \frac{5}{4} \times \frac{-5}{2} \times \frac{2}{10} = \frac{-5}{8} \quad \text{ص 116 الجواب b}$$

$$6 \quad \frac{49}{5} \div \frac{-7}{5} \times \frac{-3}{5} = \frac{49}{5} \times \frac{5}{-7} \times \frac{-3}{5} = \frac{21}{5} \quad \text{ص 116 الجواب b}$$

$$7 \quad 4.3 \times 1.2 \div (-0.4) = -12.9 \quad \text{ص 116 لا يوجد}$$

أستعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$8 \quad \frac{-2}{6} \times \frac{12}{-3} - \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{4}{3} - \frac{5}{2} = \frac{8-15}{6} = \frac{-7}{6} \quad \text{ص 116 الجواب a}$$

$$9 \quad \frac{2}{11} \div \frac{-20}{33} + \frac{7}{5} \div \frac{-28}{5} = \frac{2}{11} \times \frac{33}{-20} + \frac{7}{5} \times \frac{5}{-28} = \frac{-11}{20} \quad \text{ص 116 الجواب a}$$

$$10 \quad \frac{1}{9} \div \frac{5}{36} \times \frac{1}{-2} + \frac{7}{2} = \frac{1}{9} \times \frac{36}{5} \times \frac{1}{-2} + \frac{7}{2} = \frac{31}{10} \quad \text{ص 116 الجواب b}$$



الدرس الثاني/ القوى (الأسس) السالبة و الصورة العلمية للعدد.

أختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي: أحسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

1 $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

الجواب (d) ص 117

2 $1^{-6} = 1$

الجواب (c) ص 117

3 $-5^{-2} = \frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25}$

الجواب (b) ص 117

4 $-2^{-3} = \frac{1}{-2^3} = \frac{-1}{8}$

الجواب (a) ص 117

5 $-8^{(0)} = 1$

الجواب (c) ص 117

أستعمل ترتيب العمليات لتحسب كل مما يأتي:

6 $\frac{1}{8} + 4^{-2} - (-1^{-5}) - \frac{1}{4} = \frac{15}{16}$

الجواب (b) ص 117

8 $7^{-2} - (-1^4) + 1^{-7} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{-1^4} + 1 - \frac{1}{7}$

$$= \frac{1}{49} - 1 + 1 - \frac{1}{7} = 1 - \frac{7}{49} = \frac{-6}{49}$$

الجواب (a) ص 117

7 $-3^{-3} - (-9^0) - 1^6 = \frac{1}{-3^3} - 1 - 1$

$$= \frac{-1}{27} - 2 = \frac{-1-54}{27} = \frac{-55}{27}$$

الجواب (d) ص 117

أكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

9 $3.4 \times 10^5 = 340000$ ص 117 الجواب d

10 $7.05 \times 10^4 = 70500$ ص 117 الجواب b

11 $2.51 \times 10^{-3} = 0.00251$ ص 117 الجواب a

12 $89.2 \times 10^{-4} = 0.00892$ ص 117 الجواب c

أكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

13 $52100 = 5.21 \times 10^4$ ص 117 الجواب b

14 $9100000 = 9.1 \times 10^6$ ص 117 الجواب c

15 $0.0035 = 3.5 \times 10^{-3}$ ص 117 الجواب d

16 $0.000062 = 6.2 \times 10^{-5}$ ص 117 الجواب d

الدرس الثالث/ خصائص القوى (الأسس)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي: اضرب واكتب ناتج الضرب كخطوة واحدة:

1 $3^2 \times 3^{-4} \times 3^{-1} = 3^{2-4-1} = 3^{-3}$ ص 118 الجواب (b)

2 $2^5 \times 4^{-3} \times 8^2 = 2^5 \times 2^{-6} \times 2^6 = 2^5$ ص 118 الجواب (c)

- 3 $-7^3 \times 7^{-3} \times 7^0 = -7^{-1}$ ص 118 الجواب (d)
- 4 $(-5)^2 \times 5^{-2} \times 25^3 = 5^2 \times 5^{-2} \times 5^6 = 5^6$ ص 118 الجواب (a)
- 5 $4^{-2} \times 16^{-2} \times (-32)^2 = 2^{-4} \times 2^{-8} \times 2^{10} = 2^{-2}$ ص 118 الجواب (c)
- 6 $(3^{-2})^{-4} \times 9^{-6} \times (-9)^0 = 3^8 \times 3^{-12} \times 1 = 3^{-4}$ ص 118 الجواب (d)

اقسم واكتب ناتج القسمة كقوة واحدة:

- 7 $\frac{8^3}{8^7} = 8^{-4} = (2^3)^{-4} = 2^{-12}$ ص 118 الجواب (d)
- 8 $\frac{(-27)^2}{(-9)^3} = \frac{(27)^2}{(-3^2)^3} = \frac{3^6}{-3^6} = -1$ ص 118 الجواب (c)
- 9 $\frac{(-32)^0}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} = -2^{-3}$ ص 118 الجواب (c)
- 10 $\frac{(-12)^2}{(-18)^2} = \frac{(12)^2}{(18)^2} = \frac{(2^2 \times 3)^2}{(3^2 \times 2)^2} = \frac{2^4 \times 3^2}{3^4 \times 2^2} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ ص 117 الجواب (c)

قد النظر الضربي للجذور التربيعية الآتية بالتقريب لأقرب عشر:

- 11 $\frac{-5^3 \times 4^3}{4^2 \times 5^6} = -5^{3-6} \times 4^{3-2} = 5^{-3} \times 4 = \frac{2^2}{5^3}$ ص 118 الجواب (c)
- 12 $\frac{7^6 \times 7^0 \times 9^2}{(-7)^2 \times 3^2 \times (-1)^0} = \frac{7^6 \times 3^4}{7^2 \times 3^2 \times 1} = 7^8 \times 3^6 = \frac{7^8}{3^6}$ ص 118 الجواب (b)
- 13 $\frac{28^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{(-14)^3 \times 2^{-3} \times (-1)^5} = \frac{(2^2 \times 7)^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{(-2 \times 7)^3 \times 2^{-3} \times -1}$ ص 118 الجواب (d)
- $= \frac{2^{-4} \times 7^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{-2^3 \times 7^3 \times 2^{-3} \times -1} = 2^{-4+4-3+3} \times 7^{-2-2-3} = 2^0 \times 7^{-7} = \frac{1}{7^7}$

الدرس الرابع / الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد (باستعمال الحاسبة)

اختر الإجابة لكل مما يأتي : استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع او الطرح على صورة كسر عشري:

- 1 $\frac{3}{8} + \frac{5}{9} = \frac{27+40}{72} = \frac{67}{72} = 0.930\bar{5}$ ص 119 الجواب (b)
- 2 $\frac{2}{9} + \frac{3}{5} = \frac{10+27}{45} = \frac{37}{45} = 0.8\bar{2}$ ص 119 الجواب (a)

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

- 3 $\frac{9}{8} \times \frac{36}{54} \div \frac{-6}{21} = \frac{9}{8} \times \frac{36}{54} \times \frac{-6}{21} = -\frac{21}{8} = -2.625$ لا يوجد لا يوجد
- 4 $\frac{11}{-5} \div \frac{44}{25} \times \frac{-17}{12} = \frac{11}{-5} \times \frac{25}{44} \times \frac{-17}{12} = 1.7708\bar{3}$ ص 119 الجواب (c)

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب و القسمة بالصورة العلمية:

- 5 $(4.2 \times 10^5)(3.6 \times 10^{-4}) = (4.2 \times 3.6)(10^5 \times 10^{-4})$ ص 119 الجواب (b)
 $= 15.12 \times 10^1 = 1.512 \times 10^2$
- 6 $(6.13 \times 10^{-3})(5.2 \times 10^{-7}) = (6.13 \times 5.2)(10^{-3} \times 10^{-7})$ ص 119 الجواب (a)
 $= 31.876 \times 10^{-10} = 3.1876 \times 10^{-9}$
- 7 $(9.04 \times 10^{-2})(1.5 \times 10^6) = (9.04 \times 1.5)(10^{-2} \times 10^6)$ ص 119 الجواب (d)
 $= 13.56 \times 10^4 = 1.356 \times 10^5$
- 8 $(2.2 \times 10^{-4})(3.3 \times 10^{-8})$ ص 119 الجواب (b)
 $= (2.2 \times 3.3)(10^{-4} \times 10^{-8}) = 7.26 \times 10^{-12}$
- 9 $\frac{6.25 \times 10^{-7}}{2.5 \times 10^6} = \frac{6.25}{2.5} \times 10^{-7-6} = 2.5 \times 10^{-13}$ ص 119 الجواب (c)
- 10 $\frac{7.54 \times 10^{-4}}{1.3 \times 10^{-11}} = \frac{7.54}{1.3} \times 10^{-4+11} = 5.8 \times 10^7$ ص 119 الجواب (d)

الدرس الخامس / تبسيط الجمل العددية الكسرية:

أختر الأجوبة الصحيحة لكل مما يأتي: بسط الجمل العددية الكسرية التالية و أكتب الناتج بأبسط صورة:

- 1 $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{36}}{3} - \frac{-11}{\sqrt{9}} = \frac{3}{2} - \frac{6}{3} - \frac{-11}{3} = \frac{9-12+22}{6} = \frac{19}{6}$ ص 120 الجواب (b)
- 2 $\frac{1}{3} \left(\frac{-12}{5} + \frac{\sqrt[3]{27}}{2} - \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{2} - \frac{1}{30} \right)$ ص 120 الجواب لا يوجد ضمن الاختيارات
 $= \frac{72+45-1}{30} = \frac{1}{3} \times \frac{116}{30} = \frac{116}{90} = \frac{58}{45}$
- 3 $\frac{\sqrt[3]{-1}}{7} \times \frac{|35|}{10} + \frac{2}{7} \times \frac{21}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{7} \times \frac{35}{10} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{2}$ ص 120 الجواب (a)
 $= \frac{-5-30}{10} = \frac{-35}{10} = \frac{-7}{2}$
- 4 $\frac{4}{\sqrt{81}} \div \frac{|-20|}{10} - \frac{\sqrt[3]{-27}}{12} \div \frac{3}{8}$ ص 120 الجواب لا يوجد ضمن الاختيارات
 $= \frac{4}{9} \times \frac{10}{20} - \frac{-3}{12} \times \frac{8}{-3} = \frac{-4}{9}$
- 5 $\left| -1\frac{1}{7} \right| \times 1\frac{1}{2} \div (1 + \sqrt[3]{-8}) = \frac{8}{7} \times \frac{2}{3} \div 1 - 2$ ص 120 الجواب لا يوجد ضمن الاختيارات
 $= \frac{8}{7} \times \frac{3}{2} \div (-1) = \frac{-12}{7}$
- 6 $\frac{1}{2^3} \times 2^{-5} \div (-1^{-4}) - 2^{-2} = 2^{-3-5} \div \frac{1}{-1^4} - \frac{1}{2^2}$ ص 120 الجواب لا يوجد ضمن الاختيارات

$$= 2^{-8} \div 1 - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^8} - \frac{1}{2^2}$$

$$= \frac{1}{256} - \frac{1}{4} = \frac{1-64}{256} = \frac{-63}{256}$$

$$\boxed{7} \quad (-5^{-2}) - (-7^0) - \frac{\sqrt{9}}{3^2} \times \frac{12}{25} = \frac{-28}{25}$$

ص 120
الجواب لا يوجد
ضمن الأختيارات

بسّط الجمل العددية الكسرية التالية و أكتب الناتج بالصورة العلمية

$$\boxed{8} \quad 3.2 \times 10^4 + 0.22 \times 10^5 \quad \text{ص 120 الجواب (d)}$$

$$= 3.2 \times 10^4 + 2.2 \times 10^4 = (3.2 + 0.22) \times 10^4$$

$$= 5.4 \times 10^4 = 0.54 \times 10^5$$

$$\boxed{9} \quad 5.1 \times 10^{-4} + 0.95 \times 10^{-3} = 5.1 \times 10^{-4} + 9.5 \times 10^{-4} \quad \text{ص 120 الجواب (a)}$$

$$= (5.1 + 9.5) \times 10^{-4} = 14.6 \times 10^{-4}$$

$$= 1.46 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{10} \quad (8.3 \times 10^{-6}) - (0.57 \times 10^{-3}) \quad \text{ص 120}$$

$$= (8.3 \times 10^{-6}) - (570 \times 10^{-6})$$

$$= (8.3 - 570) \times 10^{-6}$$

$$\boxed{11} \quad (7.2 \times 10^5)(4.5 \times 10^{-8}) \quad \text{ص 120 الجواب (c)}$$

$$= 34.2 \times 10^{-3} = 3.42 \times 10^{-2}$$

Real Numbers / الفصل الثاني / الأعداد الحقيقية

الدرس الأول / مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد.

أختر الأجابة الصحيحة لكل مما يأتي: صف العدد من حيث كونه عدد نسبي او غير نسبي أو غير حقيقيا:

$$\boxed{1} \quad \sqrt{13} \approx 3.6055 \quad \text{ص 121 الجواب (c)}$$

$$\boxed{2} \quad \sqrt{\frac{4}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{ص 121 الجواب (d)}$$

$$\boxed{3} \quad \sqrt{25} \quad \text{ص 121 الجواب (b)}$$

$$\boxed{4} \quad \sqrt{\frac{49}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \quad \text{ص 121 الجواب (a)}$$

أكتب الجذور التربيعية التالية بأبسط صورة:

$$\boxed{5} \quad \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{6} \quad \sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{7} \quad \sqrt{4\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{49}{12}} = \frac{7}{2\sqrt{3}}$$

ص 121 الجواب (c)

ص 121 الجواب (b)

ص 121 الجواب (c)

قدر الجذور التربيعية الآتية بالتقريب لأقرب عشرة:

$$\boxed{8} \quad \sqrt{11} \approx 3.3 \quad \boxed{9} \quad \sqrt{5} \approx 2.2 \quad \boxed{10} \quad \sqrt{\frac{16}{13}} \approx \frac{4}{3.6} \quad \boxed{11} \quad \sqrt{7.6} \approx 2.8$$

ص 121 الجواب (c) ص 121 الجواب (b) ص 121 الجواب (b) ص 121 الجواب (d)

رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:

ص 121 الجواب (a)

$$12 \quad -\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$$

$$-4.1, -4.20, -4.02 \Rightarrow -4.02, -\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}$$

ص 121 الجواب (b)

$$13 \quad \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{2} \quad \sqrt{7}, \sqrt{5}, \sqrt{2}$$

الدرس الثاني / خصائص الاعداد الحقيقية (اختر الاجابة الصحيحة).

أكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

$$1 \quad a + (-a) = 0 \quad \forall a, -a \in \mathbb{R} \quad \text{ص 122 الجواب (b)}$$

$$2 \quad a \times \frac{1}{a} = 1 \quad \forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad \text{ص 122 الجواب (c)}$$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

$$3 \quad 2\sqrt{5} - 8 \Rightarrow -2\sqrt{5} + 8 \quad \text{ص 122 الجواب (d) النظير}$$

$$4 \quad -\sqrt{1} - \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{2} \quad \text{ص 122 الجواب (a) النظير}$$

$$5 \quad \frac{2}{\sqrt{11}} - \frac{6}{\sqrt{11}} = \frac{-4}{\sqrt{11}} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{11}} \quad \text{ص 122 الجواب (c) النظير}$$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية:

$$6 \quad -\sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{-1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow -2\sqrt{3} \quad \text{ص 122 الجواب (c)}$$

$$7 \quad \sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{7-1}{\sqrt{7}} = \frac{6}{\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{\sqrt{7}}{6} \quad \text{ص 122 الجواب (b)}$$

$$8 \quad -6\frac{2}{5} - 3\frac{3}{5} = \frac{-32}{5} - \frac{18}{5} = \frac{-50}{5} = -10 \Rightarrow \frac{-1}{10} \quad \text{ص 122 الجواب (d)}$$

قدر النظير الضربي للجزور التربيعية الآتية بالتقريب لأقرب عشر:

$$9 \quad \sqrt{\frac{1}{7}} \approx \frac{1}{2.6} \Rightarrow 2.6 \quad \text{ص 122 الجواب (b)}$$

$$10 \quad -\sqrt{\frac{11}{25}} \approx -\frac{3.3}{5} \Rightarrow -\frac{5}{3.3} \quad \text{ص 122 الجواب (c)}$$

الدرس الثالث / تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية: (اختر الاجابة الصحيحة)

بسط الجمل العددية الآتية بأستعمال خصائص الأعداد الحقيقية:

$$1 \quad \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{2}) = 6 - \sqrt{6} \quad \text{ص 123 الجواب (d)}$$

$$2 \quad 7\sqrt{20} - 3\sqrt{45} = 5\sqrt{5} \quad \text{ص 123 الجواب (b)}$$



$$\boxed{3} \quad \sqrt{32}(2^3 - \sqrt{8}) = 32\sqrt{2} - 16 \quad \text{ص 123 الجواب (c)}$$

$$\boxed{4} \quad \sqrt{5}(3 + \sqrt{10}) - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{5} \quad \text{ص 123 الجواب (a)}$$

$$\boxed{5} \quad \sqrt[3]{-27}(\sqrt{7} + 1^3) + 7\sqrt{7} = 4\sqrt{7} - 3 \quad \text{ص 123 الجواب (d)}$$

$$\boxed{6} \quad \frac{1}{9}\sqrt{11} + \frac{1}{6}(\sqrt{33} - \frac{6}{4}\sqrt{11}) \quad \text{لا يوجد}$$

$$\boxed{7} \quad \frac{1 - 5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 15}{12} \quad \text{ص 123 الجواب (a)}$$

بسط الجمل العددية الآتية باستعمال خاصية تناسب المقام:

$$\boxed{8} \quad \frac{\sqrt{8} - \sqrt{28}}{\sqrt{7}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{7} - 7\sqrt{2}}{7} \quad \boxed{9} \quad \frac{\sqrt{98} - \sqrt{18}}{3\sqrt{24}} = \frac{7\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{6\sqrt{6}} = \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

الجواب (a) ص 123

الجواب (b) ص 123

$$\boxed{10} \quad \frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{48}} \div \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{49}} = \frac{7}{2} \quad \boxed{11} \quad \frac{20\sqrt{1}}{\sqrt[3]{-54}} \times \frac{\sqrt[3]{-40}}{\sqrt{20}}$$

الجواب (c) ص 123

الجواب (a) ص 123

الدرس الرابع: تطبيقات على نظرية فيثاغورس (اختر الإجابة الصحيحة)

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية:

$$\boxed{1} \quad \sqrt{49} = \pm 7 \quad \boxed{2} \quad \sqrt{225} = \pm 15 \quad \boxed{3} \quad \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$$

الجواب (b) ص 124

الجواب (c) ص 124

الجواب (b) ص 124

$$\boxed{4} \quad \sqrt{\frac{36}{24}} = \pm \frac{6}{8} = \pm \frac{3}{4} \quad \boxed{5} \quad \sqrt{\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \pm \frac{4}{3} = \pm \frac{1}{3} \quad \boxed{6} \quad \sqrt{\frac{25}{12}} = \pm \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

الجواب (d) ص 124

الجواب (b) ص 124

الجواب (d) ص 124

$$\boxed{7} \quad \sqrt{6.25} = \pm 2.5 \quad \boxed{8} \quad \sqrt{22.09} = \pm 4.7$$

الجواب (a) ص 124

الجواب (d) ص 124

جد طول الضلع القائم اذا علمت طول الوتر وضع قائم لكل مثلث مماياتي:

$$\boxed{9} \quad 3\text{cm}, 5\text{cm} ? \rightarrow 25 = 9 + x^2 \Rightarrow \sqrt{16} = 4 \quad \text{ص 124 الجواب (b)}$$

$$\boxed{10} \quad 4\text{cm}, \sqrt{65}\text{cm} ? \quad 65 = 16 + x^2 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = \sqrt{49} = 7 \quad \text{ص 124 الجواب (d)}$$

جد مجموع عددين مجموع مربعهما هو العدد:

$$\boxed{11} \quad 50 \rightarrow 50 = 49 + 1 \Rightarrow 7, 1 \quad \text{ص 124 الجواب (c)}$$



- 12 ص 124 الجواب (a) $41 \rightarrow 41 = 25 + 16 \Rightarrow 5, 4$
- 13 ص 124 الجواب (d) $89 \rightarrow 89 = 64 + 25 \Rightarrow 8, 5$
- 14 ص 124 الجواب (b) $74 \rightarrow 74 = 25 + 49 \Rightarrow 5, 7$

الدرس الخامس / المستوي الاحداثي (اختر الإجابة الصحيحة)

عند تمثيل جدول قيم الدالة التالي في المستوي الاحداثي فإن الشكل الهندسي الذي يمثله:

- 1 ص 125 الجواب (c) الشكل مربع جدول القيم
- 2 ص 125 الجواب (d) شبه منحرف جدول القيم
- 3 ص 125 الجواب (b) متوازي اضلاع جدول القيم
- 4 ص 125 الجواب (d) شبه منحرف جدول القيم
- 5 ص 125 الجواب (c) قطعة مستقيم جدول القيم

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين الاتيين في المستوي الاحداثي ثم حد المسافة بينهما مقربة لا قرب عشر اذا كانت لا تمثل عددا صحيحيا.

- 6 لا يوجد المسافة $\{ (6, 0), (6, 3) \} \Rightarrow 3$
- 7 ص 125 الجواب (d) المسافة $\{ (-4, 0), (0, 5) \} \Rightarrow 6.4$
- 8 ص 125 الجواب (a) المسافة $\{ (2, -4), (4, 0) \} \Rightarrow 4.5$
- 9 ص 125 الجواب (c) المسافة $\{ (3, 3), (-3, -3) \} \Rightarrow 8.5$
- 10 ص 125 الجواب (a) المسافة $\{ (-1, 3), (-3, -5) \} \Rightarrow 8.2$
- 11 ص 125 الجواب (c) المسافة $\{ (0, 0), (6, -5) \} \Rightarrow 7.8$

المسافات جميعها تقريبية

الفصل الثالث / الحدوديات Polynomials

الدرس الأول / جمع المقادير الجبرية و طرحها. اختر الاجابة الصحيحة

حل المقادير الجبرية التالية بأستعمال الجمع:

- 1 ص 126 الجواب (c) $(3x^2 + 4x + 5) + (5x^2 + x + 6) = 8x^2 + 5x + 11$
- 2 ص 126 الجواب (b) $(\sqrt{5}y^2x^2 + 6) + (3\sqrt{5}y^2x^2 + 9y + 4)$
 $= 4\sqrt{5}y^2x^2 + 9y + 10$
- 3 ص 126 الجواب (c) $(|-2|z^2w + 4k + \sqrt{7}) + (|10|z^2w - 10k + 2\sqrt{7})$
 $= 12z^2w - 6k + 3\sqrt{7}$

$$\boxed{4} \quad \left(\frac{3}{4}h^3k + 5gh - 3\right) + \left(\frac{2}{5}h^3k - 10gh + 4\right) \quad \text{ص 126 الجواب (d)}$$

$$= \frac{23}{20}h^3k - 5gh + 1$$

حل المقادير الجبرية التالية بأستعمال الطرح:

$$\boxed{5} \quad (4m^2n^2 - 5) - (3m^2n^2 + x + 3) = m^2n^2 - x - 8 \quad \text{ص 126 الجواب (d)}$$

$$\boxed{6} \quad (\sqrt{13g^3h^4} + z^2 + 20) - (5\sqrt{13g^3h^4} - 4z^2 + 12) \quad \text{ص 126 الجواب (d)}$$

$$= -4\sqrt{13g^3h^4} + 5z^2 + 18$$

$$\boxed{7} \quad (|-24|yz + 2x^2 + 12) - (6yz - 15x^2 - 4) \quad \text{ص 126 الجواب (c)}$$

$$= 18yz + 17x^2 + 16$$

$$\boxed{8} \quad \left(\frac{6}{3}x^2 + 7mn - 8\right) - \left(\frac{2}{3}x^2 - 10mn - 2\right) \quad \text{ص 126 الجواب (d)}$$

$$= \frac{4}{3}x^2 + 17mn - 6$$

الدرس الثاني / ضرب حد جبري في مقدار جبري (اختر الاجابة الصحيحة)

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

$$\boxed{1} \quad (5m^2n^2)(12m^5n) = 60m^7n^3 \quad \text{ص 127 الجواب (c)}$$

$$\boxed{2} \quad (-25x^2y^2z)(4xy) = -100x^3y^3z \quad \text{ص 127 الجواب (a)}$$

$$\boxed{3} \quad \left(\frac{7}{2}z^2w^2\right)\left(\frac{3}{9}zw^3\right) = \frac{7}{6}z^3w^5 \quad \text{ص 127 الجواب (c)}$$

$$\boxed{4} \quad (\sqrt{5h^2k^2})(\sqrt{5h^2k^3}) = 5h^4k^5 \quad \text{ص 127 الجواب (c)}$$

$$\boxed{5} \quad (|-3|g^3h)(|4|g^4h^2) = 12g^7h^3 \quad \text{ص 127 الجواب (c)}$$

$$\boxed{6} \quad 5x^2y(4x^3 + 3x + 4) = 20x^5y + 15x^3y + 20x^2y \quad \text{ص 127 الجواب (a)}$$

$$\boxed{7} \quad \frac{1}{2}m^2n^2(4mn + 8) = 2m^3n^3 + 4m^2n^2 \quad \text{ص 127 الجواب (d)}$$

$$\boxed{8} \quad 6y^2(3y^2 - 5x + 3) = 18y^4 - 30y^2x + 18y^2 \quad \text{ص 127 الجواب (a)}$$

$$\boxed{9} \quad (-12g^2h^2)(-g^3h^2 - 4gh - 8) \quad \text{ص 127 الجواب (c)}$$

$$= 12g^5h^4 + 48g^3h^3 + 96g^2h^2$$

الدرس الثالث / ضرب المقادير الجبرية (اختر الاجابة الصحيحة)

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

$$\boxed{1} \quad (x - 5)(x + 5) = x^2 - 25 \quad \text{ص 128 الجواب (b)}$$

$$\boxed{2} \quad \left(\frac{1}{3}m^2 - 9\right)\left(\frac{1}{3}m^2 + 6\right) = \frac{1}{9}m^4 - m^2 - 63 \quad \text{ص 128 الجواب (d)}$$

$$\boxed{3} \quad (\sqrt[3]{8n^2} + 10)(\sqrt[3]{27n^2} - 5) = 6n^4 + 20n^2 - 50 \quad \text{ص 128 الجواب (c)}$$



- 4 $(z - \sqrt{5})(z + \sqrt{5}) = z^2 - 5$ ص 128 الجواب (a)
- 5 $(-4|gh - 3)(4|gh + 3) = 16g^2h^2 - 9$ ص 128 الجواب (d)
- 6 $(-2x^2 + 7)(x^2 + x - 4)$
 $= -2x^4 - 2x^3 + 15x^2 + 7x - 28$ ص 128 الجواب (b)
- 7 $(\frac{1}{2}x - 3)(\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9) = \frac{1}{8}x^3 - 27$ ص 128 الجواب (d)
- 8 $(w^2 + \sqrt{3})(2w^2 - w - \sqrt{3})$
 $= 2w^4 - w^3 + \sqrt{3}w^2 - \sqrt{3}w - 3$ ص 128 الجواب (c)
- 9 $(3k + \sqrt[3]{5})(9k^2 - 3\sqrt[3]{5}k + \sqrt[3]{25}) = 27k^3 + 5$ ص 128 الجواب (b)
- 10 $(2y - 1)(4y^2 + 2y + 1) = 8y^3 - 1$ ص 128 الجواب (a)

الدرس الرابع / قسمة مقدار جبري على حد جبري (اختر الاجابة الصحيحة)

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي:

- 1 $\frac{24x}{12x^3} = 2x^2$ ص 129 الجواب (d)
- 2 $\frac{36z^2w^2}{9zw} = 4zw$ ص 129 الجواب (c)
- 3 $\frac{81g^3h^3}{3g^{-6}h^{-6}} = 27g^9h^9$ ص 129 الجواب (b)
- 4 $\frac{\sqrt[3]{27m^5n^2}}{\sqrt[3]{8m^{-5}n^{-5}}} = \frac{3}{2}m^{10}n^{10}$ ص 129 الجواب (c)
- 5 $\frac{\sqrt{49x^{-2}y^2}}{7x^{-3}y^{-2}} = xy^4$ ص 129 الجواب (a)
- 6 $\frac{28x^2y^2z^2}{\frac{1}{4}x^3} = \frac{112y^2z^2}{x}$ ص 129 الجواب (d)

- 7 $\frac{48g^{-4}h^{-3} + 12g^2h^2}{12g^4h^3} = 4g^{-8}h^{-6} + g^{-2}h^{-1}$ ص 129 الجواب (d)
- 8 $\frac{5x^2y^2 - 15x^4y^2 + 20x^5y^3}{5x^3y^3} = \frac{1}{x} - 3xy^{-1} + 4x^2$ ص 129 الجواب (b)
- 9 $\frac{72z^5w^3 + 36z^6w^2 + 18z^2w^2}{9z^4w^4}$
 $= 8zw^{-1} + 4z^2w^{-2} + 2z^{-2}w^{-2}$ ص 129 الجواب (c)
- 10 $\frac{16m^6n^6 - 32m^7n^6 - 4m^4n^4}{4m^3n^3} = 4m^3n^3 - 8m^4n^3 - mn$ ص 129 الجواب (d)

الدرس الخامس / تحليل المقادير الجبرية (اختر الاجابة الصحيحة لكل مماياتي).

حلل المقدار الجبري الآتي:

- 1 $81xy + 72x = 9x(9y + 8)$ ص 130 الجواب (a)
- 2 $7z^3 - z^2 = z^2(7z - 1) = 7z^2(z - \frac{1}{7})$ ص 130 الجواب (c)
- 3 $49g^2h^2 + 21gh = 7gh(7gh + 3)$ ص 130 الجواب (a)

- 4 $11m^3n^2 - 44m^2n^2 - 21mn$ ص 130 الجواب (c)
 $= 11mn(m^2n - 4mn - 11)$
- 5 $150r^3v^2 + 25rv + 75r^2v^2 = 25rv(6r^2v + 1 + 3rv)$ ص 130 الجواب (a)
 $= 25rv(6r^2v + 1 + 3rv)$
- 6 $m^2 - n^2 = (m - n)(m + n)$ ص 130 الجواب (a)
- 7 $4z^2 - 9w^2 = (2z - 3w)(2z + 3w)$ ص 130 الجواب (b)
- 8 $36r^2 - 25v^2 = (6r - 5v)(6r + 5v)$ ص 130 الجواب (b)
- 9 $81g^2h^2 - 64 = (9gh - 8)(9gh + 8)$ ص 130 الجواب (a)
- 10 $50x^2 - 2 = 2(25x^2 - 1) = 2(5x - 1)(5x + 1)$ ص 130 الجواب (c)

الفصل الرابع / المعادلات والمتباينات Inequalities & Equations

الدرس الأول / حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R .

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح

- 1 $5x + 20 = 4x - 10 \rightarrow x = -30$ ص 131 الجواب (d)
- 2 $y + 9 = 2y - 9$ ص 131 الجواب (b)
- 3 $|-12|z = \sqrt[3]{-8} + 13z \rightarrow z = 2$ ص 131 الجواب (a)
- 4 $4n + 3\sqrt{2} = 3n - 7\sqrt{2} \rightarrow n = -10\sqrt{2}$ ص 131 الجواب (b)
- 5 $8t - 36 = 7t - 36 \rightarrow t = 0$ ص 131 الجواب (d)
- 6 $\sqrt{64} - f = 16 - 2f \rightarrow f = 8$ ص 131 الجواب (b)
- 7 $\sqrt[3]{27} + 1 = |-11| + 2x \rightarrow x = 10$ ص 131 الجواب (c)

حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة:

- 8 $3z \div 7 = \frac{1}{3} \rightarrow z = \frac{7}{9}$ ص 131 الجواب (b)
- 9 $\sqrt[3]{27x} \div |-5| = 8 \rightarrow x = \frac{40}{3}$ ص 131 الجواب (c)
- 10 $t - 6 = 6 - 4t \rightarrow t = \frac{12}{5}$ ص 131 الجواب (d)
- 11 $\sqrt{5y} \div 8 = \sqrt{5} \div (-5) \rightarrow y = \frac{-8}{5}$ ص 131 الجواب (c)
- 12 $\frac{\sqrt{7n}}{4} = -\frac{\sqrt{7}}{4} \rightarrow n = -1$ ص 131 الجواب (d)
- 13 $5(k - 1) = \sqrt[3]{-125} \rightarrow k = 0$ ص 131 الجواب (a)
- 14 $|-6|h = 81 \div (-3) \rightarrow h = \frac{-9}{2}$ ص 131 الجواب (b)



الدرس الثاني/ حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R .

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية: (أختر الأجابة الصحيحة)

1 $|-8| + x = 12 - 2x \rightarrow x = \frac{4}{3}$ ص 132 الجواب (c)

2 $\frac{1}{6}(y + 3^2) = \frac{1}{2}(y + 4) \rightarrow y = -\frac{15}{2}$ ص 132 الجواب (b)

3 $\sqrt{3}(z - 1) = 7\sqrt{3} \rightarrow z = 8$ ص 132 الجواب (d)

4 $\sqrt{64h} = 2(h - 10) + 6 \rightarrow h = \frac{-17}{3}$ ص 132 الجواب (a)

5 $8(n - 7) = 5(n - 9) \rightarrow n = \frac{11}{3}$ ص 132 الجواب (b)

6 $\sqrt[3]{-125x} \div |-5| = 2\sqrt{7} \div 7 \rightarrow x = \frac{-2}{7}$ ص 132 الجواب (a)

7 $\frac{6y}{2 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{y}{3} \rightarrow y = 0$ ص 132 الجواب (b)

حل المعادلات التالية:

8 $|z - 12| = 7 \rightarrow s = \{19, 5\}$ ص 132 الجواب (d)

9 $|3y - 20| = \sqrt{36} \rightarrow s = \left\{\frac{26}{3}, \frac{14}{3}\right\}$ ص 132 الجواب (d)

10 $|8t - 15| = -15 \rightarrow s = \emptyset$ ص 132 الجواب (b)

11 $\left|\frac{1}{5}k + 12\right| = \sqrt[3]{125} \rightarrow s = \{-45, -75\}$ ص 132 الجواب (b)

12 $|x - 3| = 5$ معادلة القيمة المطلقة ص 132 الجواب (d)

الدرس الثالث/ حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .

حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي: (أختر الأجابة الصحيحة)

1 $9y^2 = 1 \rightarrow y^2 = \frac{1}{9} \rightarrow y = \pm \frac{1}{3}$ ص 133 الجواب (a)

2 $21x^2 = 3 \rightarrow x^2 = \frac{2}{21} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{14}}$ ص 133 الجواب (c)

3 $\frac{1}{3}t^2 = 12 \rightarrow t^2 = 36 \rightarrow t = \pm 6$ ص 133 الجواب (d)

4 $8 + h^2 = 32 \rightarrow h^2 = 24$ ص 133 الجواب (b)

5 $n^2 - \frac{2}{8} = \frac{3}{8} \rightarrow n^2 = \frac{5}{8} \rightarrow n = \pm \sqrt{\frac{5}{8}}$ ص 133 الجواب (c)

6 $(x - 3)(x + 1) = 0 \rightarrow x = 3$ أو $x = 1$ ص 133 الجواب (d)

- 7 $(5t - 7)(t + 9) = 0 \Rightarrow t = \frac{7}{4}$ أو $t = -9$ (c) الجواب 133ص
- 8 $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0$
 $\Rightarrow x = 0$ أو $x = 1$ (d) الجواب 133ص
- 9 $6z^2 - 36z = 0$
 $6z(z - 6) = 0 \Rightarrow 6z = 0$ أو $z = 6$ (a) الجواب 133ص
- 10 $\sqrt{12v^2} - 2v = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3v^2} - 2v = 0$
 $\Rightarrow 2v(\sqrt{3v} - 1) = 0 \Rightarrow v = 0$ أو $t = \frac{1}{3}$ (c) الجواب 133ص
- 11 $\frac{1}{5}r - \frac{1}{\sqrt{5}}r^2 = \frac{1}{5}r(\frac{1}{\sqrt{5}} - r) = 0$
 $\Rightarrow r = 0$ أو $r = \frac{1}{5}$ (d) الجواب 133ص
- 12 $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{3}$ أو $x = \sqrt{2}$ (b) الجواب 133ص

الدرس الرابع/ حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R .

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح : (أختار الأجابة الصحيحة)

- 1 $4(x - \sqrt{3}) > 3x + \sqrt{3} \Rightarrow \{x : x < 5\sqrt{3}\}$ (a) الجواب 134ص
- 2 $3y - \sqrt[3]{8} \geq 4y + \sqrt{-27} \Rightarrow y \leq 1$ (d) الجواب 134ص
- 3 $4(\frac{1}{4}z + \frac{5}{14}) < 0 \Rightarrow z < -\frac{1}{7}$ (a) الجواب 134ص
- 4 $11(v - 1) > 10(v - 2) \Rightarrow \{v : v \in R, v > -9\}$ (b) الجواب 134ص

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة : (أختار الأجابة الصحيحة)

- 5 $\frac{4h}{6} \geq \frac{-8}{21} \Rightarrow h \geq \frac{-4}{7}$ (c) الجواب 134ص
- 6 $\frac{\sqrt{3x}}{5} < \frac{-6}{7} \Rightarrow x < \frac{-10\sqrt{3}}{7}$ (d) الجواب 134ص
- 7 $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sqrt{2m}}{9} \Rightarrow m \geq \frac{9}{2}$ (b) الجواب 134ص

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية : (أختار الأجابة الصحيحة)

- 8 $5y + \sqrt[3]{-27} > 3y - \sqrt[3]{8} \Rightarrow y > \frac{1}{2}$ (d) الجواب 134ص
- 9 $4(\frac{1}{7} - \frac{3}{12}z) \leq 0 \Rightarrow z \geq \frac{4}{7}$ (c) الجواب 134ص



$$10 \quad \frac{3k}{2} - \frac{1}{3} \geq \frac{2}{3} - 1 \rightarrow k \geq 0$$

(b) الجواب ص 134

$$11 \quad \frac{1}{5}(11x + 20) < 2 \rightarrow x < -\frac{10}{11}$$

(c) الجواب ص 134

الدرس الخامس / حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R .

(أختر الأجابة الصحيحة) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$1 \quad 5(y + 1) \geq 8 - \sqrt[3]{-125} \rightarrow y \geq \frac{8}{5}$$

(d) الجواب ص 135

$$2 \quad \frac{1}{2}(x - \frac{4}{3}) + \frac{1}{6}x < \frac{-2}{3} \rightarrow x < 0$$

(c) الجواب ص 135

$$3 \quad \frac{z}{6} \leq 4(\frac{1}{\sqrt{9}} - \frac{1}{3}z) \rightarrow z \leq \frac{8}{9}$$

(d) الجواب ص 135

$$4 \quad 2(v - 4\sqrt{5}) > 5(v - \sqrt{5}) \rightarrow v < -\sqrt{5}$$

(a) الجواب ص 135

$$5 \quad \frac{3}{2}n - \sqrt[3]{-8} - \frac{1}{4}n \leq -5 \rightarrow n \leq \frac{12}{5}$$

(b) الجواب ص 135

$$6 \quad 12h - \sqrt[3]{125} > 6(h + 1) \rightarrow h > \frac{11}{6}$$

(c) الجواب ص 135

$$7 \quad \frac{-7}{8}(\frac{8}{14}x + \frac{1}{\sqrt{7}}) \geq 0 \rightarrow x \leq -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

(d) الجواب ص 135

$$8 \quad 11(2 - y) < 4(5 + y) \rightarrow y > \frac{2}{15}$$

(d) الجواب ص 135

$$9 \quad \frac{1}{5}(z - \sqrt{3}) \geq \frac{1}{5}(\sqrt{3} - z) \rightarrow z \geq \sqrt{3}$$

(a) الجواب ص 135

$$10 \quad \frac{t}{2} - \frac{1}{7} < \frac{t}{14} + \frac{5}{14} \rightarrow t < \frac{7}{6}$$

(b) الجواب ص 135

$$11 \quad \frac{12}{\sqrt[3]{-27}} - 2r > \frac{1}{3} - r \rightarrow r < -\frac{13}{3}$$

(b) الجواب ص 135

$$12 \quad \frac{1}{12}(m + 9) \geq \frac{1}{2}(\sqrt{6} - m) \rightarrow m \geq \frac{6\sqrt{6} - 9}{7}$$

(d) الجواب ص 135

الحمد لله و من الله التوفيق
أعددت هذه الملزمة لرياضيات الثاني متوسط الجزء الأول
من سلسلة الرياضيات للدراسة المتوسطة.
و أتمنى من الله عز و جل أن أكون قد وفقت
و أعتذر أن وقعت في خطأ غير متعتد.

