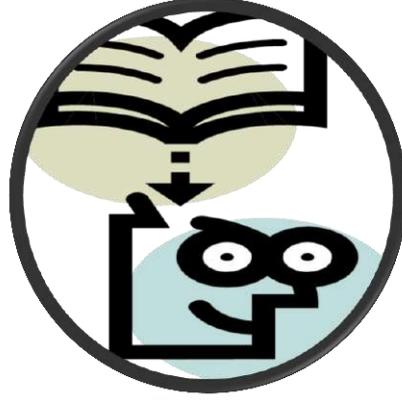


ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)
إعداد: عبدالرحمن الياس

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



ملزمة رياضيات للصف الثالث

المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

تبسيط الجمل العددية

خطوات الحل:

١. نبسط الجذور الى ادنى تبسيط: $(\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3})$.

٢. نتخلص من الأقواس: $(2\sqrt{3})(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{9} = 4(3) =$

٣. ننتج الناتج: $(12 + 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} - 18 = 12 - 18 = -6)$.

م/لا يمكن جمع و طرح الجذور المختلفة: $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

EX1)

$$\begin{aligned} & (\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18}) \\ &= (\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{2})(\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) \\ &= 4(3) + 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} - 9(4) \\ &= 12 - 18 = -6 \end{aligned}$$

EX2/

$$= (-27)^{1/3} \left(\frac{1}{9} \sqrt{7} - \frac{1}{9} \sqrt{28} \right) \text{ م / البسط يمثل الأس المرفوع}$$

للرقم و المقام يمثل نوع الجذر (تكعيبي - تربيعي) $\sqrt[3]{n}$

$$= \sqrt[3]{-27} \left(\frac{1}{9} \sqrt{7} - \frac{1}{9} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} \right)$$

$$= -3 \left(\frac{1}{9} \sqrt{7} - \frac{1}{9} \cdot 2 \sqrt{7} \right)$$

$$= -3 \left(\frac{1}{9} \sqrt{7} - \frac{2}{9} \sqrt{7} \right)$$

$$= -3 \left(\frac{1-2}{9} \sqrt{7} \right)$$

$$= -3 \left(\frac{-1}{9} \sqrt{7} \right)$$

$$= \frac{3}{9} \sqrt{7} = \frac{1}{3} \sqrt{7}$$

حل تمارين (تبسيط الجمل العددية)

$$1) (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

$$= (5 + \sqrt{15} - \sqrt{15} - 3)$$

$$= 5 - 3 = 2$$

$$\begin{aligned} & 2)(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 \\ & = 7 - 2 * \sqrt{7} * \sqrt{2} + 2 \\ & = 7 - 2\sqrt{14} + 2 \\ & = 9 - 2\sqrt{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3)(\sqrt{125} - \sqrt{20})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right) \\ & = (\sqrt{25} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{5})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right) \\ & = (5\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right) \\ & = (3\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right) \\ & = \frac{6}{3}\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$4) \frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$$

$$= \frac{4\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}}{5(-3)} \div \frac{2\sqrt{4}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4(2\sqrt{3})}{-15} * \frac{2\sqrt{2}}{2(2\sqrt{6})}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{-15} * \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{6}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{-15\sqrt{3}} = \frac{4}{-15}$$

$$5) \sqrt{7}(\sqrt{28} - \sqrt{2}) - 5$$

$$= \sqrt{7}(\sqrt{4}\cdot\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5$$

$$= \sqrt{7}(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5$$

$$= 7(2) - \sqrt{14} - 5$$

$$= 14 - \sqrt{14} - 5 = 9 - \sqrt{14}$$

$$6) (-125)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{10} \sqrt{3} - \frac{1}{4} \sqrt{12} \right)$$

$$= \sqrt[3]{-125} \left(\frac{1}{10} \sqrt{3} - \frac{1}{4} \sqrt{4 \cdot 3} \right)$$

$$= -5 \left(\frac{1}{10} \sqrt{3} - \frac{1}{4} (2\sqrt{3}) \right)$$

$$= -5 \left(\frac{1}{10} \sqrt{3} - \frac{2}{4} \sqrt{3} \right)$$

$$= -5 \left(\frac{2-10}{20} \sqrt{3} \right)$$

$$= -5 \left(\frac{-8}{20} \sqrt{3} \right)$$

$$= \frac{40}{20} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$7) \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad \text{م/اذا كان في المقام جذور فيجب التخلص}$$

← منها و ذلك بالضرب و القسمة على نفس الجذر

$$= \frac{\sqrt{3}-3}{4(3)} = \frac{\sqrt{3}-3}{12}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{12} - \frac{3}{12} = \frac{\sqrt{3}}{12} - \frac{1}{4}$$

$$8) \frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \frac{1-\sqrt{4 \cdot 5}}{\sqrt{5}} * \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} * \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-2(5)}{5} = \frac{\sqrt{5}-10}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{10}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} - 2$$

$$\begin{aligned} 9) & \frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \\ & = \frac{\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} * \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ & = \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} * \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ & = \frac{5\sqrt{6}-3}{2(3)} - \frac{10\sqrt{6}-6}{2(6)} \\ & = \frac{5\sqrt{6}-3}{6} - \frac{10\sqrt{6}-6}{12} \\ & = \frac{10\sqrt{6}-6-10\sqrt{6}-6}{12} \\ & = \frac{-12}{12} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10) & (\sqrt{18} - \sqrt{50}) \left(\frac{-27}{64}\right)^{\frac{1}{3}} \\ & = (\sqrt{9}\cdot\sqrt{2} - \sqrt{25}\cdot\sqrt{2}) \left(\frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{64}}\right) \\ & = (3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) \left(\frac{-3}{4}\right) \\ & = (-2\sqrt{2}) \left(\frac{-3}{4}\right) \\ & = \frac{6}{4}\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

م/أخذنا (٢) عامل مشترك و قسمنا عليه:

$$11) \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{3}}{3(5)} \div \frac{5(2)}{5}$$

$$= \frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{15} * \frac{\cancel{5}}{\cancel{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} * \frac{1}{5} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

التطبيق

خطوات الحل:

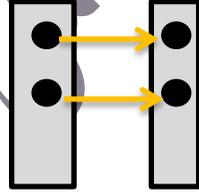
A. ننزل قاعدة الأقران.

B. نعوض الأرقام في قاعدة الأقران.

C. ننتج الناتج.

للتطبيق انواع:

١. تطبيق شامل: عندما المدى = المجال المقابل

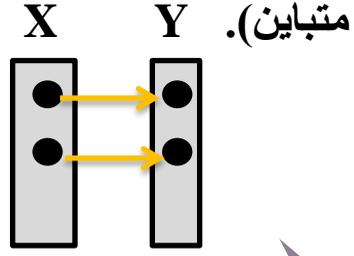


التطبيق شامل

م/إذا كانت كانت المجموعة في المجال المقابل غير منتهية مباشرة

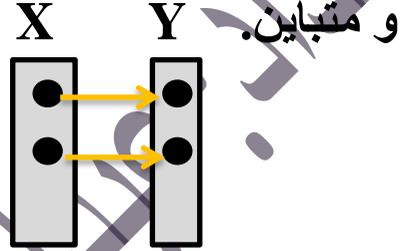
التطبيق غير شامل: المجموعات الغير منتهية (N,Z,Q,R).

٢. تطبيق متباين: $f(x_1) \neq f(x_2) \rightarrow x_1, x_2 \in X; x_1 \neq x_2$ (الخلاصة من هذا الكلام إنه إذا حدث تكرار في الناتج التطبيق مباشرة لا يمثل



التطبيق متباين

٣. تطبيق تقابل: يمثل التطبيق تقابل عندما يمثل تطبيق شامل



التطبيق تقابل (تباين، تقابل)

EX1/

إذا كانت $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 2x^2 - 3$ ، بين نوع التطبيق حيث Z تمثل الأعداد الصحيحة.

م/ عندما يأتي المجال N, Z نأخذ دائماً هذه الأرقام $N = (0, 1, 2, 3, \dots)$ و

$$Z = (\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$$

$$S) Z = (\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$$

$$f(x) = 2x^2 - 3$$

$$= f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 2(4) - 3 = 5$$

$$= f(-1) = 2(-1)^2 - 3 = 2(1) - 3 = -1$$

$$= f(0) = 2(0)^2 - 3 = 2(0) - 3 = -3$$

$$= f(1) = 2(1)^2 - 3 = 2(1) - 3 = -1$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

التطبيق غير شامل لأن المدى \neq المجال المقابل. , $f(2)=2(2)^2-3=2(4)-3=5$

التطبيق غير متباين لأن $f(2)=f(-2)=5$ بينما $2 \neq -2$

التطبيق لا يمثل تقابل لأن التطبيق ليس شاملاً ولا متبايناً.

تمارين التطبيق

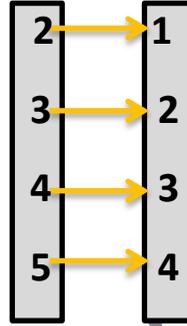
1) $f=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$

$=f(x)=1+x \quad =f(1)=1+1=2$

$f(2)=1+2=3$

$f(3)=1+3=4$

$f(4)=1+4=5$



$R=\{2,3,4,5\}$, المجال $=\{1,2,3,4\}$

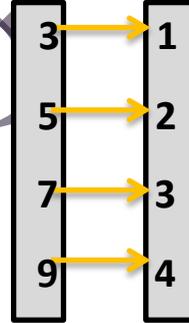
2) $g=\{(1,3),(2,5),(3,7),(4,9)\}$

$=g(x)=2x+1 \quad =g(1)=2(1)+1=3$

$g(2)=2(2)+1=5$

$g(3)=2(3)+1=7$

$g(4)=2(4)+1=9$



$R=\{3,5,7,9\}$, المجال $=\{1,2,3,4\}$

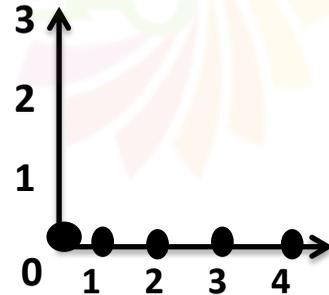
3) $f=\{(1,0),(2,0),(3,0),(4,0)\}$

$=f(x)=0(x) \quad =f(1)=0(1)=0$

$f(2)=0(2)=0$

$f(3)=0(3)=0$

$f(4)=0(4)=0$



لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

تكملة الحل س (٣) المجال = {1,2,3,4} , R={0}

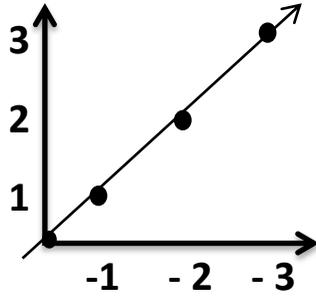
4) $g\{(0,0),(1,-1),(2,-2),(3,-3)\}$

$$=g(x)=-x \quad g(0)=0$$

$$g(1)=-1$$

$$g(2)=-2$$

$$g(3)=-3$$



R={0,-1,-2,-3} , المجال = {0,1,2,3}

إذا كان التطبيق $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ إذ أن $f(x)=3x+2$. بين هل التطبيق شامل أم لا؟ (5)
 $\mathbb{N} = (0,1,2,3,\dots)$

$$f(x)=3x+2$$

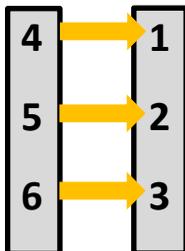
$$f(0)=3(0)+2=0+2=2$$

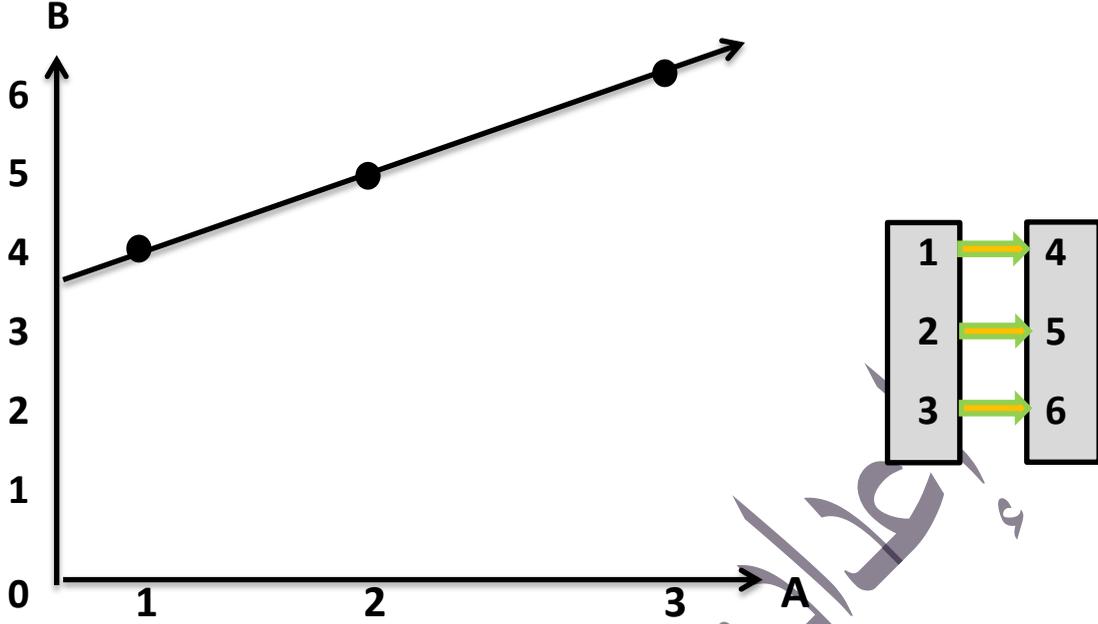
$$f(1)=3(1)+2=3+2=5$$

التطبيق غير شامل لأن المدى \neq المجال المقابل, $f(2)=3(2)+2=6+2=8$

إذا كان $A=(1,2,3)$ و $B=(4,5,6)$ و ان $f:A \rightarrow B$ معرف كالاتي:- (6)

$f=\{(1,4),(2,5),(3,6)\}$ ارسم المخطط السهمي و مثله بالمستوي الأحداثي.





7) إذا كان $f: A \rightarrow Z$ حيث $f(x) = x^2$ والمجموعة $A = (-2, -1, 0, 1, 2)$ ، مثل
التطبيق في السموي الأحداثي و بين هل انه تطبيق متباين ام لا؟

$$f(x) = x^2 \quad = f(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$

$$f(0) = (0)^2 = 0$$

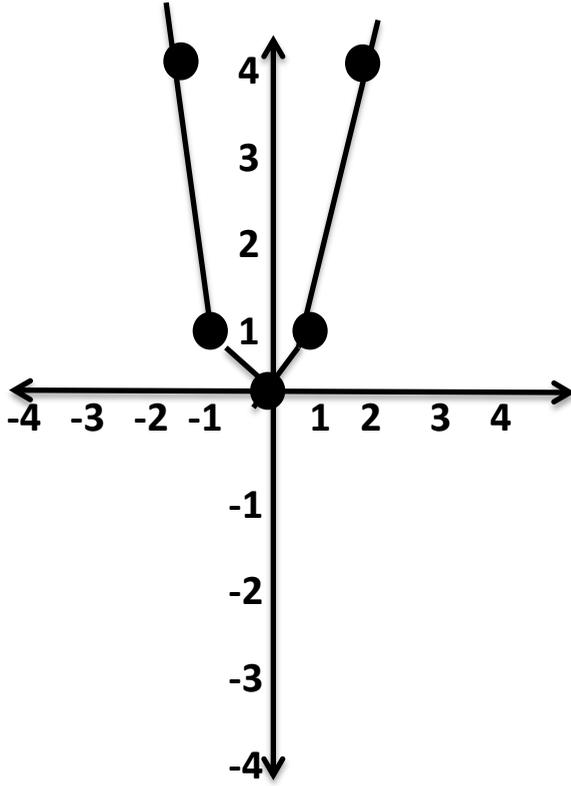
$$f(1) = (1)^2 = 1$$

$$f(2) = (2)^2 = 4 \quad \text{التطبيق غير متباين لأن } f(-2) = f(2) = 4 \text{ بينما } -2 \neq 2$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

تكملة حل س (٧)



تركيب التطبيقية

ما هو تركيب التطبيق؟ ج/ هو تركيب قاعدة بداخل قاعدة ليتكون قاعدة ثالثة (دائماً تكون قاعدة ثالثة).

خطوات الحل:

1. نضع الحرف الذي قبل (O) خارج القوس و نضع الحرف الذي بعده داخل قوس: $f \circ g = f(g)$.
2. نعوض قاعدة الحرف الذي يكون بداخل القوس: $f(2+x)$.
3. ثم نعوض قاعدة الحرف الذي يكون خارج القوس و يقلب حرف (X) الى قوسين لكي نضع قاعدة حرف g فيه: $f=2x+3 \rightarrow 2(2+x)+3$.
4. ننتج القاعدة الثالثة: $4+2x+3 \rightarrow 7+2x$.

م/لا يمكن جمع الثوابت مع معامل المتغيرات.

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.

إذا كان $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ حيث ان $f(x) = 2x + 1$ و $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ حيث ان $g(x) = x^2$ EX1

جد قيمة x إذا علمت ان $f \circ g(x) = 33$, $g \circ f(3)$, $f \circ g(3)$

م/ نجد أولاً القاعدة الثالثة ثم نعوض (3) في القاعدة و ننتج الناتج. $f \circ g(3)$

$$Fog(x) = f(g(x))$$

$$= f(x^2) = 2(x^2) + 1$$

تم تجهيز القاعدة الثالثة سوف نعوض الرقم (3) في مكان (x) $= 2x^2 + 1 \rightarrow$ و ننتج الناتج.

$$= 2(3)^2 + 1$$

$$= 2(9) + 1 = 18 + 1 = 19$$

$$2) g \circ f(3)$$

$$Gof(x) = g(f(x))$$

$$G(2x+1) = (2x+1)^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

$$= 4(3)^2 + 4(3) + 1$$

$$= 4(9) + 12 + 1$$

$$36 + 13 = 49$$

جد قيمة x إذا علمت ان $f \circ g(x) = 33$

$$Fog(x) = f(g(x))$$

$$= f(x^2) = 2(x^2) + 1$$

$$Fog(x) = 2x^2 + 1$$

$$Fog(x) = 33$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

$$2x^2+1=33$$

تكملة الحل. م/القاعدة الثالثة تكون قبل

المساواة و الناتج (33) يكون بعد المساواة. ونضع الثوابت بجهة و المتغيرات بجهة

$$2x^2=33-1$$

م/بالقسمة على معامل المتغير (المجهول) $\div 2$ $2x^2=32$

م/بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $x^2=16$

م/السالب يهمل: يهمل $x=-4$ او $x=4$

حل تمارين تركيب التطبيق

ليكن التطبيقان $f:Z \rightarrow Z$ حيث $f(x)=3x+1$ و ان $g:Z \rightarrow Z$ حيث $g(x)=2x+5$ 1)

جد قيمة (x) اذا علمت ان $Fog(x)=28$

$$Fog(x)=f(g(x))$$

$$=F(2x+5)$$

$$= 3(2x+5)+1$$

$$=6x+15+1$$

$$fog(x)=6x+16$$

$$fog(x)=28$$

$$6x+16=28$$

$$6x=28-16$$

$$6x=12 \div 6 \rightarrow x=2$$

2) إذا كانت $f:N \rightarrow N$ حيث $f(x)=5x+2$ و ان $g:N \rightarrow N$ إذ $g(x)=x+3$.

اكتب التطبيق fog بكتابة الأزواج المرتبة له.

$$fog(x)$$

$$fog(x)=f(g(x))$$

$$=f(x+3)$$

$$=5(x+3)+2$$

$$=5x+15+2$$

$$fog(x)=5x+17$$

نعوض مجموعة (N) في (X)

$$N=(0,1,2,3,...)$$

$$fog(x)=5x+17$$

$$fog(0)=5(0)+17$$

$$=0+17=17$$

$$fog(1)=5(1)+17$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

$$=5+17=22$$

$$\text{fog}(2)=5(2)+17$$

$$=10+17=27$$

$$\text{fog}(3)=5(3)+17$$

$$=15+17=32$$

$$\text{المجال المقابل}=(0,1,2,3,\dots)$$

$$\text{المدى}=(17,22,27,32,\dots)$$

$$\text{fog}=\{(0,17),(1,22),(2,27),$$

$$(3,32),\dots\}$$

ليكن $f:N \rightarrow N$ إذ ان $f(x)=x^2$ و $g:N \rightarrow N$ إذ $g(x)=x+1$

جد $\text{gof}(2)$, $\text{fog}(2)$, $\text{fog}(x)$, $\text{gof}(x)$

$$1)\text{gof}(x)$$

$$\text{gof}(x)=g(f(x))$$

$$=g(x^2)$$

$$\text{gof}(x)=x^2+1$$

$$2)\text{fog}(x)$$

$$\text{fog}(x)=f(g(x))$$

$$=f(x+1)$$

$$\text{fog}(x)=(x+1)^2$$

$$4)\text{fog}(2)$$

$$\text{fog}(x)=f(g(x))$$

$$=f(x+1)$$

$$\text{fog}(x)=(x+1)^2$$

$$\text{fog}(2)=(2+1)^2$$

$$=4+4+1=$$

$$\text{fog}(2)=9$$

$$4)\text{gof}(2)$$

$$\text{gof}(x)=g(f(x))$$

$$=g(x^2)$$

$$\text{gof}(x)=x^2+1$$

$$\text{gof}(2)=(2)^2+1$$

$$=4+1$$

$$\text{gof}(2)=5$$

س/إذا كان $f:N \rightarrow N$ حيث $f(x)=4x-3$ و $g:N \rightarrow N$ حيث $g(x)=2x-3$

جد $fof(x)$ و $gog(x)$ و $fof(2)$ و $gog(2)$ و جد قيمة $f(x)$ إذا علمت أن $fof(x)=1$.

1)fof(x)

$$fof(x)=f(f(x))$$

$$=f(4x-3)$$

$$=4(4x-3)-3$$

$$=16x-12-3$$

$$fof(x)=16x-15$$

2)gog(x)

$$gog(x)=g(g(x))$$

$$=g(2x-3)$$

$$=2(2x-3)-3$$

$$=4x-6-3$$

$$gog(x)=4x-9$$

3)fof(2)

$$fof(x)=f(f(x))$$

$$=f(4x-3)$$

$$=4(4x-3)-3$$

$$=16x-12-3$$

$$fof(x)=16x-15$$

$$fof(2)=16(2)-15$$

$$=32-15$$

$$fof(2)=17$$

4)gog(2)

$$gog(x)=g(g(x))$$

$$=g(2x-3)$$

$$=2(2x-3)-3$$

$$=4x-6-3$$

$$gog(x)=4x-9$$

$$gog(2)=4(2)-9$$

$$=8-9$$

$$gog(2)=-1$$

$$5) f \circ f(x) = 33$$

$$f \circ f(x) = f(f(x))$$

$$= f(4x-3)$$

$$= 4(4x-3) - 3$$

$$= 16x - 12 - 3$$

$$f \circ f(x) = 16x - 15$$

$$f \circ f(x) = 1$$

$$16x - 15 = 1$$

$$16x = 1 + 15$$

$$16x = 16 \quad \div 16$$

$$x = 1$$

المتتابعات

تقسم المتتابعات الى ثلاثة أقسام: (متزايدة: $d > 0$ ، متناقصة: $d < 0$ ، متعادلة: $d = 0$)

القانون العام للمتتابعة الحسابية: $u_n = a + (n-1)d$.

u : هو الحد العام.

n : هو عدد الحدود.

a : هو الحد الأول.

d : هو الأساس.

خطوات الحل:

١. إذا اعطاك قاعدة اقتران فقط نطبق بها الأرقام كما في المثال الآتي:

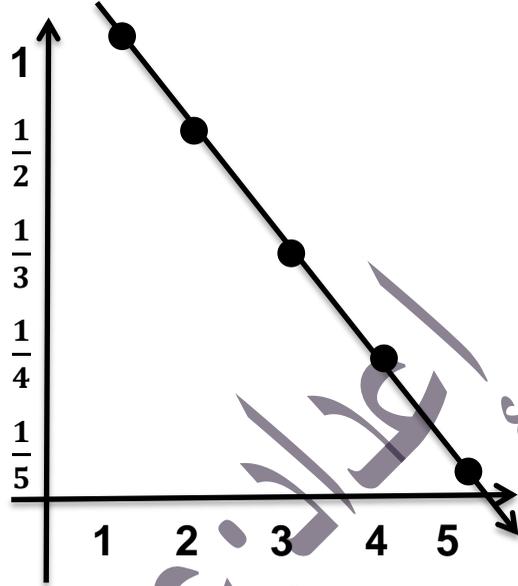
أكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتتابعة $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$ و مثلها في المستوي (EX1)

الأحداثي:

$$S) \frac{1}{n} \left(\frac{1}{1} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right)$$

$$\left\{ (1, 1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4}), (5, \frac{1}{5}) \right\}$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.



خطوات الحل:

1. نازل القانون العام.
2. نعوض الأرقام في القانون. م/ يستعمل القانون العام في إيجاد الحد الأول إذا لم يكن معلوم و يستعمل في إيجاد الحدود الأخرى .
3. ننتج الناتج. لاحظ المثال الآتي:

EX1) اكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية حدها الأول = 3
و أساسها = 6.

$$S\{3,9,15,21,27\}$$

EX2) اكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حدها السابع = 36 و أساسها = 4

، نزلنا القانون، $S)u_n=a+(n-1)(d)$

عوضنا في القانون، $u_7=a+(7-1)(4)$

الحد السابع = 36 فنزلنا قيمة الحد السابع، $36=a+(6)(4)$

سوف نجعل الثوابت بجهة و المتغيرات بجهة، $36=a+24$

$$a=36-24$$

$$a=12, \quad \{12,16,20,24,28\}$$

متتابعة حسابية حدها الثالث=8 و اساسها=3- جد الحدود بين u_7 و u_{11} EX3)

$$S) u_n = a + (n-1)(d)$$

$$U_3 = a + (3-1)(-3)$$

$$8 = a + (2)(-3)$$

$$8 = a - 6$$

$$a = 6 + 8$$

$$a = 14$$

$$u_8 = a + (n-1)(d)$$

$$= 14 + (8-1)(-3)$$

$$= 14 + (7)(-3)$$

$$= 14 - 21$$

$$u_8 = -7$$

$$u_9 = a + (n-1)(d)$$

$$= 14 + (9-1)(-3)$$

$$= 14 + (8)(-3)$$

$$= 14 - 24$$

$$u_9 = -10$$

$$u_{10} = a + (n-1)(d)$$

$$= 14 + (10-1)(-3)$$

$$= 14 + (9)(-3)$$

$$= 14 - 27$$

$$u_{10} = -13$$

$$\{-7, -10, -13, \dots\}$$

EX4) اكتب الحد العشرين من المتتابعة حسابية $\{6, 1, -4, -9, \dots\}$ و بين نوع المتتابعة.

S) $d = u_2 - u_1$ م/نطبق قانون ايجاد الأساس $d = u_2 - u_1$.

م/نضرب اشارة الحد الثاني في اشارة القانون : $d = 1 - 6 = -5$

$$u_n = a + (n-1)(d)$$

$$u_{20} = 6 + (20-1)(-5)$$

$$= 6 + (19)(-5)$$

$$= 6 - 95 = -89 ، \quad d > 0 \text{ المتتابعة متناقصة لأن}$$

EX5) اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

i) $(-1)^n = \{-1, 1, -1, 1, -1\}$ م/إذا كان الأس زوجي تصبح الأشارة (+) و إذا كان الأس مفرد تصبح الأشارة (-)

حل تمارين المتتابعات

اكتب الأزواج الأربعة الأولى:

$$1) u_n = 3n^2$$

$$u_1 = 3(1)^2 = 3(1) = 3$$

$$u_2 = 3(2)^2 = 3(4) = 12$$

$$u_3 = 3(3)^2 = 3(9) = 27$$

$$u_4 = 3(4)^2 = 3(16) = 48 , \\ \{3, 12, 27, 48, \dots\}$$

$$\{(1, 3), (2, 12), (3, 27), \\ (4, 48)\}$$

$$2) u_n = \frac{1}{2n}$$

$$u_1 = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$$

$$u_3 = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$$

$$u_4 = \frac{1}{2(4)} = \frac{1}{8}$$

$$\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right\}$$

$$\left\{\left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{4}\right), \left(3, \frac{1}{6}\right), \right.$$

$$\left. \left(4, \frac{1}{8}\right)\right\}$$

اكتب الحدود الخمسة الأولى :

(1) متتابعة حسابية حدها الأول

$$= -3 \text{ و اساسها } = -4 :$$

$$u_n = \{-3, -7, -11, -15, -19, \dots\}$$

اكتب حدود المتتابعات:

(2) متتابعة حسابية حدها الثاني

$$= -11 \text{ و اساسها } = -3 \text{ جد الحدود}$$

بين u_6 و u_{10} :

$$u_n = a + (n-1)(d)$$

$$u_2 = a + (2-1)(-3)$$

$$-11 = a + (1)(-3)$$

$$-11 = a - 3$$

$$a = -11 + 3$$

$$a = -8$$

$$u_7 = -8 + (7-1)(-3)$$

$$= -8 + (6)(-3)$$

$$= -8 - 18$$

$$u_7 = -26$$

م/هناك طريقة أخرى للحل هي:

$$u_8 = u_7 + d , u_8 = u_7 + (-3)$$

$$u_8 = -26 - 3 = -29$$

$$u_9 = u_8 + (-3) \rightarrow -29 - 3 = -32$$

س) اكتب الحد الثالث و العشرين للمتتابعة الحسابية: $\{3, -1, -5, -9, \dots\}$.

$$d = u_2 - u_1$$

$$d = -1 - 3 = -4 \quad \text{م/نضرب اشارة الحد الثاني في اشارة القانون :}$$

$$u_{23} = a + (n-1)(d)$$

$$= 3 + (23-1)(-4)$$

$$= 3 + (22)(-4)$$

$$= 3 - 88 = -85$$

اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتابعات الآتية:

$$1) 2n-5$$

$$S) 2n-5 = 2(1)-5$$

$$= 2-5 = -3$$

$$2n-5 = 2(2)-5$$

$$= 4-5 = -1$$

$$2n-5 = 2(3)-5$$

$$= 6-5 = 1$$

$$2n-5 = 2(4)-5$$

$$= 8-5 = 3$$

$$2n-5 = 2(5)-5$$

$$= 10-5 = 5$$

$$= \{-3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

$$2) (9)$$

$$(9) = \{9, 9, 9, 9, 9, \dots\}$$

م/في هكذا قاعدة ننزل الرقم نفسه
لأنه لم يعطينا (n)

اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى
الآتية:

$$u_n = \frac{1}{3n+1}$$

$$u_1 = \frac{1}{3(1)+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

$$u_2 = \frac{1}{3(2)+1} = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$$

$$u_3 = \frac{1}{3(3)+1} = \frac{1}{9+1} = \frac{1}{10}$$

$$u_4 = \frac{1}{3(4)+1} = \frac{1}{12+1} = \frac{1}{13}$$

$$= \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{13}, \dots \right\}$$

$$= \left\{ \left(1, \frac{1}{4}\right), \right.$$

$$\left. \left(2, \frac{1}{7}\right), \left(3, \frac{1}{10}\right), \left(4, \frac{1}{13}\right) \right\}$$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة
حسابية حدها السابع $\frac{1}{24}$ و أساسها $\frac{1}{3}$

$$S) u_n = a + (n-1)(d)$$

$$u_7 = a + (7-1)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{1}{24} = a + (6)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{1}{24} = a + 2$$

$$a = \frac{1}{24} - 2$$

$$a = \frac{1-48}{24}$$

$$a = \frac{-47}{24}$$

م / a: هو نفسه الحد الأول لذلك نجد
الحد الثاني مباشرة.

$$u_2 = \frac{-47}{24} + (2-1)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{-47}{24} + (1)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{-47}{24} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-47+8}{24} = \frac{-39}{24}$$

سوف نجد u_3 بالطريقة الثانية:

$$u_3 = u_2 + d$$

$$= \frac{-39}{24} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-39+8}{24} = \frac{-31}{24}$$

$$u_4 = u_3 + d$$

$$= \frac{-31}{24} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-31+8}{24} = \frac{-23}{24}$$

$$u_5 = u_4 + d$$

$$= \frac{-23}{24} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-23+8}{24} = \frac{-15}{24}$$

$$= \left\{ \frac{-47}{24}, \frac{-39}{24}, \frac{-31}{24}, \frac{-23}{24}, \frac{-15}{24} \right\}$$

19) جد الحدود بين u_{10} و u_{13}

لمتتابعة حسابية حدها السابع $\frac{13}{2}$ و

اساسها = 1

$$S) u_n = a + (n-1)(d)$$

$$u_7 = a + (7-1)(1)$$

$$\frac{13}{2} = a + (6)(1)$$

$$\frac{13}{2} = a + 6, \quad a = \frac{13}{2} - 6$$

$$a = \frac{13-12}{2} = \frac{1}{2}$$

$$u_{11} = \frac{1}{2} + (11-1)(1)$$

$$= \frac{1}{2} + (10)(1)$$

$$= \frac{1}{2} + 10$$

$$u_{11} = \frac{1+20}{2} = \frac{21}{2}$$

$$u_{12} = \frac{1}{2} + (12-1)(1)$$

$$= \frac{1}{2} + (11)(1)$$

$$= \frac{1}{2} + 11$$

$$u_{12} = \frac{1+22}{2} = \frac{23}{2}$$

$$= \left\{ \dots, \frac{21}{2}, \frac{23}{2}, \dots \right\}$$

ما نوع المتتابعات الآتية:

$$1) (n^3-1)$$

$$n-1 = (1)^3 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$n^3 - 1 = (2)^3 - 1 = 7$$

المتتابعة متزايدة لأن $d > 0$.

$$2) (\sqrt{3})$$

$$\sqrt{3}$$

$$= \{\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

المتباينات المركبة

المتباينات المركبة تقسم الى قسمين (تتضمن (و) تتضمن (او)

1) تتضمن (و): علامة أصغر (<) تدل على (و) .

< بمعنى ما عدا : 

≤ بمعنى من ضمن : 

(و) يعني تقاطع (∩).

خطوات الحل:

١- نتخلص من الأقواس و الكسور. ↓

٢- نضيف النضير الجمعي للرقم : $(2x+2)$ و ذلك بعكس الإشارة:

$(2x+2-2)$. وذلك للتخلص منه.

٣- نتخلص من معامل المتغير و ذلك بالقسمة على المعامل نفسه و في جميع

$$\text{الجهات: } (2 < 2x < 4 \div 2 = \frac{2}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{4}{2} = 1 < x < 2)$$

٤- نوجد مجموعة الحل: $S = (x: 1 < x < 2)$. اما اذا اعطانا بالسؤال (و) نعمل

$$S = (x: x < 1) \cap (x: x > -1) \text{ هكذا:}$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

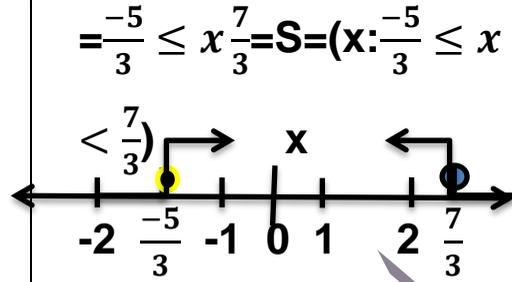
EX1) حل المتباينة الأتية التي تتضمن (و) $-3 \leq 3x+2 < 9$ و مثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد .

$$S) -3 \leq 3x+2 < 9$$

$$=-3-2 \leq 3x+2-2 < 9-2$$

$$=-5 \leq 3x < 7$$

$$=-\frac{5}{3} \leq \frac{3x}{3} < \frac{7}{3}$$



(1) تتضمن (و): و علامة (>) تدل على (و).

(>) بمعنى ما عدا :

(≥) بمعنى من ضمن :

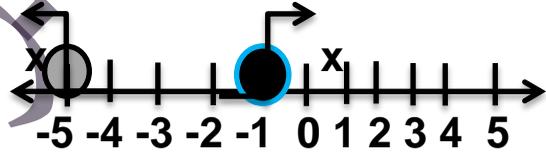
(و) يدل على (U).

خطوات الحل : كما في (تضمن و)

EX1) حل المتباينة المركبة $x+3 > -2$ أو $x+3 \leq 2$ و مثله على مستقيم الأعداد

$$S) x+3 > -2 \text{ أو } x+3 \leq 2$$

م/ هنا بإمكاننا إضافة النضر الجمعي أو نحول (3) الى الأتجاه الأخر .



$$x \leq 2-3 \text{ أو } x > -2-3$$

$$x \leq -1 \text{ أو } x > -5 \rightarrow S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (x: x \leq -1) \cup (x: x > -5)$$

حل المتباينة الأتية و مثلها على مستقيم الأعداد: $\frac{2V+1}{3} < \frac{1}{3}$ أو $\frac{2V+1}{3} > \frac{5}{3}$

$$S) \frac{2V+1}{3} > \frac{5}{3} \text{ أو } \frac{2V+1}{3} < \frac{1}{3}$$

م/ نتخلص من الكسور و ذلك بأخذ العامل المشترك الأكبر الذي يقبل القسمة على

$$(3) \frac{2V+1}{3} > (3) \frac{5}{3} \text{ أو } (3) \frac{2V+1}{3} < (3) \frac{1}{3}$$

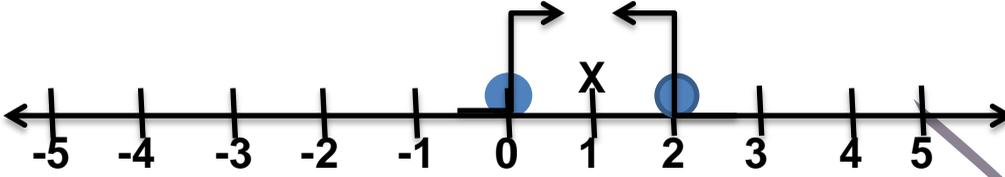
$$2V+1 > 5 \text{ أو } 2V+1 < 1$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.

$$2V > 5 - 1 \text{ او } 2V < 1 - 1 \implies 2V > 4 \text{ او } 2V < 0 \div 2$$

$$\frac{2V}{2} > \frac{4}{2} \text{ او } \frac{2V}{2} < \frac{0}{2}$$

$$V > 2 \text{ او } V < 0 \rightarrow S = S_1 \cup S_2 \implies S = (V: V > 2) \cup (V: V < 0)$$



حل تمارين المتباينات

حل المتباينات المركبة التي تتضمن
(و):

$$1) -4 \leq y - 1 < 3$$

$$-4 + 1 \leq y - 1 + 1 < 3 + 1$$

$$-3 \leq y < 4 \implies S = (y: -3 \leq y < 4)$$

$$2) -4 \leq z + 2 \leq 8$$

$$-4 - 2 \leq z + 2 - 2 \leq 8 - 2$$

$$-6 \leq z \leq 6 \implies S = (z: -6 \leq z \leq 6)$$

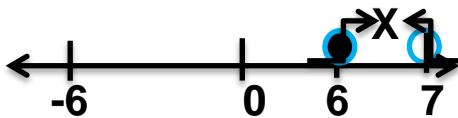
حل المتباينات المركبة التي تتضمن
(و) و مثلها على مستقيم الأعداد:

$$1) x + 6 \geq 12 \text{ و } x + 6 < 15$$

$$x + 6 - 6 \geq 12 - 6 \text{ و } x + 6 - 6 < 15 - 6$$

$$x \geq 6 \text{ و } x < 7$$

$$S = (x: x \geq 6) \cap (x: x < 7)$$



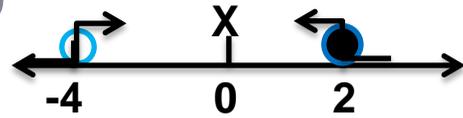
$$2) -9 < 2x - 1 \leq 3$$

$$-9 + 1 < 2x - 1 + 1 \leq 3 + 1$$

$$-8 < 2x \leq 4 \div 2$$

$$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2}$$

$$-4 < x \leq 2 \quad S = (x: -4 < x \leq 2)$$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن
(او):

$$1) 8y \geq 64 \text{ او } 8y \leq 32 \div 8$$

$$\frac{8y}{8} \geq \frac{64}{8} \text{ او } \frac{8y}{8} \leq \frac{32}{8}$$

$$y \geq 8 \text{ او } y \leq 4 = S = S_1 \cup S_2 \rightarrow$$

$$S = (y: y \geq 8) \cup (y: y \leq 4)$$

$$2) \frac{2z}{3} < \frac{2}{3} \text{ او } \frac{2z}{3} \geq \frac{8}{9}$$

$$= (9) \frac{2z}{3} < (9) \frac{2}{3} \text{ او } (9) \frac{2z}{3} \geq (9) \frac{8}{9}$$

$$3(2z) < 3(2) \text{ او } 3(2z) \geq 8$$

$$6z < 6 \text{ او } 6z \geq 8 \div 6$$

$$\frac{6z}{6} < \frac{6}{6} \text{ او } \frac{6z}{6} \geq \frac{8}{6}$$

قسمة $\frac{8}{6}$ اخذنا (2) عامل مشترك .

$$z < 1 \text{ او } z \geq \frac{4}{3} = S = S_1 \cup S_2 \rightarrow$$

$$S = (z: z < 1) \cup (z: z \geq \frac{4}{3})$$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (او) و مثلها على مستقيم الأعداد:

$$1) 3n - 7 > -5 \text{ او } 3n - 7 \leq -9$$

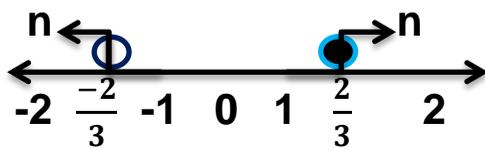
$$3n > 7 - 5 \text{ او } 3n \leq 7 - 9$$

$$3n > 2 \text{ او } 3n \leq -2 \div 3$$

$$= \frac{3n}{3} > \frac{2}{3} \text{ او } \frac{3n}{3} \leq \frac{-2}{3}$$

$$n > \frac{2}{3} \text{ او } n \leq \frac{-2}{3} = S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (n: n > \frac{2}{3}) \cup (n: n \leq \frac{-2}{3})$$

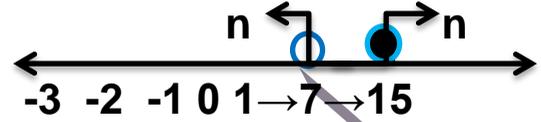


$$2) x + 15 \geq 30 \text{ او } x + 15 < 22$$

$$x \geq 30 - 15 \text{ او } x < 22 - 15$$

$$x \geq 15 \text{ او } x < 7 = S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (x: x \geq 15) \cup (x: x < 7)$$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و):

$$1) x > -12 \text{ و } x \leq -7$$

$$S = (x: x > -12) \cap (x \leq -7)$$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

$$1) \frac{1}{25} \leq \frac{z+3}{5} \leq \frac{1}{15}$$

م/ نأخذ العامل المشترك الأكبر و هو (75):

$$(75) \frac{1}{25} \leq (75) \frac{z+3}{5} \leq (75) \frac{1}{15}$$

$$3(1) \leq 15(z+3) \leq 5(1)$$

$$3 \leq 15z + 45 \leq 5$$

$$3 - 45 \leq 15z + 45 - 45 \leq 5 - 45$$

$$-42 \leq 15z \leq -40 \div 15$$

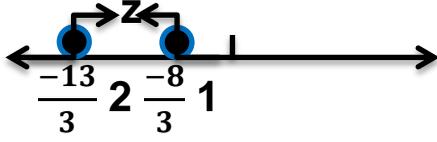
$$= \frac{-42}{15} \leq \frac{15z}{15} \leq \frac{-40}{15}$$

$$= \frac{-13}{3} \leq z \leq \frac{-8}{3}$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

$$S = \left(\frac{-13}{3} \leq z \leq \frac{-8}{3} \right)$$



حل المتباينات المركبة التي تتضمن
(او):

$$1) z-2 < -7 \text{ او } z-2 > 4$$

$$z < 2-7 \text{ او } z > 4+2$$

$$z < -5 \text{ او } z > 6$$

$$S = (z: z < -5) \cup (z: z > 6)$$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن
(او) و مثلها على مستقيم الأعداد:

$$1) \frac{y}{2} < 3\frac{1}{2} \text{ او } \frac{y}{2} > 7\frac{1}{2} \rightarrow$$

نتخلص من العدد الصحيح و ذلك
بضرب المقام في العدد الصحيح و
نجمعه مع البسط:

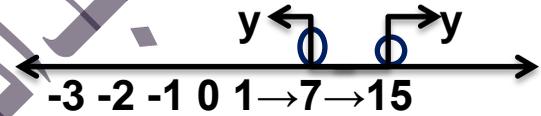
$$= \frac{y}{2} < \frac{7}{2} \text{ او } \frac{y}{2} > \frac{15}{2}$$

م/نتخلص من الكسور و ذلك بأخذ
العامل المشترك الأكبر الذي يقبل
القسمة على المقام بدون باقي:

$$= (2) \frac{y}{2} < (2) \frac{7}{2} \text{ او } (2) \frac{y}{2} > (2) \frac{15}{2}$$

$$y < 7 \text{ او } y > 15 \rightarrow S = S_1 \cup S_2 \rightarrow$$

$$S = (y: y < 7) \cup (y: y > 15).$$



متباينات القيمة المطلقة

صورتها العامة: $(|x| < 4 \Rightarrow -4 < x < 4)$

بالنسبة للأكبر: $|x| > 4 \Rightarrow x > 4 \cup x < -4$

م/ عند ضرب طرفي المعادلة او القسمة بسالب (-) يتغير ترتيب الإشارة الأصغر و
الأكبر بالعكس وفي جميع الاتجاهات: $-2 = x < -2 \div -2 > 4$

م/ عندما تكون إشارة المتغير سالبة (-) اما ان نقسم او نضرب بسالب و كذلك يقلب
الترتيب للإشارات الأصغر و الأكبر.

م/ اذا كانت الإشارة اصغر نستعمل (و) و اذا كانت الإشارة اكبر نستعمل (او).

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.

١. هناك اعداد تكون قبل الإشارة و بعد القيمة المطلقة يجب ان نتخلص

$$|X - 3| > 4 \rightarrow |X - 3| > 4 - 3 \rightarrow |X - 3| > 1$$

$$|X - 3| > 1 \quad \text{نتخلص من القيمة المطلقة:}$$

$$X - 3 > 1 \text{ او } X - 3 < -1$$

٣. نطبق خطوات المتباينات المركبة.

حل متباينات القيمة المطلقة، ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

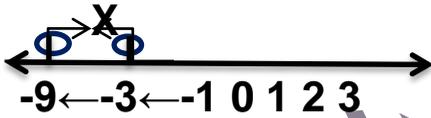
$$1) |X + 6| < 3$$

$$-3 < X + 6 < 3$$

$$-3 - 6 < X + 6 - 6 < 3 - 6$$

$$-9 < X < -3$$

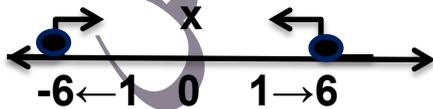
$$S = (X : -9 < X < -3)$$



$$2) |y| - 5 \leq 1$$

$$|y| \leq 1 + 5 \Rightarrow |y| \leq 6$$

$$-6 \leq y \leq 6 \Rightarrow S = (y : -6 \leq y \leq 6)$$



$$3) |x + 4| > 2$$

$$x + 4 < -2 \text{ او } x + 4 > 2$$

$$x < -2 - 4 \text{ او } x > 2 - 4$$

$$x < -6 \text{ او } x > -2 \rightarrow S = S_1 \cup S_2$$

$$\rightarrow S = (x : x < -6) \cup (x : x > -2)$$

$$4) |5y - 1| \geq 4$$

$$5y - 1 \geq 4 \text{ او } 5y - 1 \leq -4$$

$$5y \geq 4 + 1 \text{ او } 5y \leq -4 + 1$$

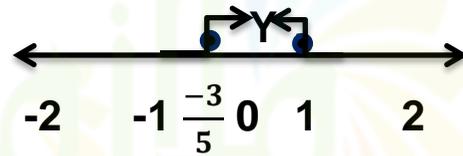
$$5y \geq 5 \text{ او } 5y \leq -3 \quad \div 5$$

$$\frac{5y}{5} \geq \frac{5}{5} \text{ او } \frac{5y}{5} \leq \frac{-3}{5}$$

$$y \geq 1 \text{ او } y \leq \frac{-3}{5}$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$= S = (y : y \geq 1) \cup (y : y \leq \frac{-3}{5})$$



جد مجموعة الحل للمتباينات القيمة المطلقة الآتية:

$$4) |2x - 5| + 3 < 11$$

$$= |2x - 5| < 11 - 3$$

$$= |2x - 5| < 8$$

$$= -8 < 2x - 5 < 8$$

$$= -8 + 5 < 2x - 5 + 5 < 8 + 5$$

$$= -3 < 2x < 13 \quad \div 2$$

$$= \frac{-3}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{13}{2}$$

$$= \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2}$$

$$S = \left(\frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2} \right)$$

$$5) |7 - y| < 8$$

$$-8 < 7 - y < 8$$

$$-8 - 7 < 7 - y - 7 < 8 - 7$$

م/ عندما يكون المتغير سالب يجب أن نضربه بسالب (واحد) أو القسمة على سالب (واحد) و سوف يتغير ترتيب الإشارات:

$$-15 < -y < 1 \quad * -1$$

$$15 > y > -1 \rightarrow S = (y: 15 > y > -1)$$

$$6) \left| \frac{2t-8}{4} \right| \geq 9$$

$$= \frac{2t-8}{4} \geq 9 \text{ أو } \frac{2t}{4} \leq -9$$

$$\cancel{(4)} \frac{2t-8}{4} \geq \cancel{(4)} 9 \text{ أو } \cancel{(4)} \frac{2t-8}{4} \leq \cancel{(4)} -9$$

$$2t-8 \geq 36 \text{ أو } 2t-8 \leq -36$$

$$2t \geq 36+8 \text{ أو } 2t \leq -36-+8$$

$$2t \geq 44 \text{ أو } 2t \leq -44 \quad \div 2$$

$$= \frac{2t}{2} \geq \frac{44}{2} \text{ أو } \frac{2t}{2} \leq \frac{-44}{2}$$

$$t \geq 22 \text{ أو } t \leq -22$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (y: y \geq 22) \cup (y: y \leq -22)$$

$$7) \left| \frac{5-3V}{2} \right| \geq 6$$

$$= \frac{5-3V}{2} \geq 6 \text{ أو } \frac{5-3V}{2} \leq -6$$

$$= \cancel{(2)} \frac{5-3V}{2} \geq \cancel{(2)} 6 \text{ أو } \cancel{(2)} \frac{5-3V}{2} \leq \cancel{(2)} -6$$

$$= 5 - 3V \geq 12 \text{ أو } 5 - 3V \leq -12$$

$$-3V \geq 12-5 \text{ أو } -3V \leq -12-5$$

$$-3V \geq 7 \text{ أو } -3V \leq -17 \quad \div -3$$

$$= \frac{-3V}{-3} \geq \frac{7}{-3} \text{ أو } \frac{-3V}{-3} \leq \frac{-17}{-3}$$

$$V \leq \frac{7}{-3} \text{ أو } V \geq \frac{17}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (V: V \leq \frac{7}{-3}) \cup (V: V \geq \frac{17}{3})$$

حل تمارين القيمة المطلقة

حل متباينات القيمة المطلقة و مثلها على مستقيم الأعداد:

$$1) |3Z - 7| \leq 2$$

$$= -2 \leq 3Z - 7 \leq 2$$

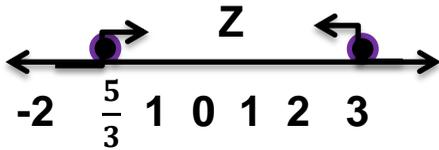
$$= -2 + 7 \leq 3Z - 7 + 7 \leq 2 + 7$$

$$= 5 \leq 3Z \leq 9 \div 3$$

$$= \frac{5}{3} \leq \frac{3Z}{3} \leq \frac{9}{3}$$

$$= \frac{5}{3} \leq Z \leq 3$$

$$S = \{Z : \frac{5}{3} \leq Z \leq 3\}$$



$$2) |5Y| - 2 \leq 8$$

$$= |5Y| \leq 8 + 2$$

$$= |5Y| \leq 10$$

$$-10 \leq 5Y \leq 10 \div 5$$

$$= \frac{-10}{5} \leq \frac{5Y}{5} \leq \frac{10}{5}$$

$$-2 \leq Y \leq 2 \rightarrow S = \{Y : -2 \leq Y \leq 2\}$$



$$3) |4Y| - 2 > 3$$

$$= |4Y| > 3 + 2$$

$$= |4Y| > 5$$

$$4Y > 5 \text{ او } 4Y < -5 \div 4$$

$$= \frac{4Y}{4} > \frac{5}{4} \text{ او } \frac{4Y}{4} < \frac{-5}{4}$$

$$Y > \frac{5}{4} \text{ او } Y < \frac{-5}{4} \rightarrow S = S_1 \cup S_2$$

$$S = \{Y : Y > \frac{5}{4}\} \cup \{Y : Y < \frac{-5}{4}\}$$



$$4) \left| \frac{X-12}{4} \right| \leq 9$$

$$= -9 \leq \frac{X-12}{4} \leq 9$$

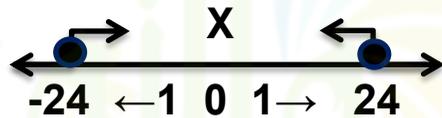
$$= (4) - 9 \leq (4) \frac{X-12}{4} \leq (4) 9$$

$$-36 \leq X-12 \leq 36$$

$$-36 + 12 \leq X-12 + 12 \leq 36 + 12$$

$$-24 \leq X \leq 48$$

$$S = \{X : -24 \leq X \leq 48\}$$



$$5) \left| \frac{6-2Y}{4} \right| \geq 9$$

$$= \frac{6-2Y}{4} \geq 9 \text{ او } \frac{6-2Y}{4} \leq -9$$

$$= (4) \frac{6-2Y}{4} \geq (4) 9 \text{ او } (4) \frac{6-2Y}{4} \leq (4) -9$$

$$6-2Y \geq 36 \text{ او } 6-2Y \leq -36$$

$$-2Y \geq 36-6 \text{ او } -2Y \leq -36-6$$

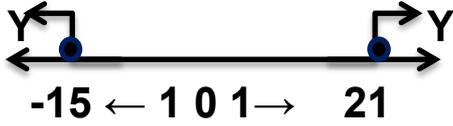
$$-2Y \geq 30 \text{ او } -2Y \leq -42 \div -2$$

$$= \frac{-2Y}{-2} \geq \frac{30}{-2} \text{ او } \frac{-2Y}{-2} \leq \frac{-42}{-2}$$

$$Y \leq -15 \text{ او } Y \geq 21$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (Y: Y \leq -15) \cup (Y: Y \geq 21)$$



$$6) |y - 3| \geq \frac{1}{3}$$

$$= y - 3 \geq \frac{1}{3} \text{ او } y - 3 \leq -\frac{1}{3}$$

$$= y \geq \frac{1}{3} + 3 \text{ او } y \leq -\frac{1}{3} - 3$$

$$= y \geq \frac{1+3}{3} \text{ او } y \leq \frac{-1-3}{3}$$

$$= y \geq \frac{4}{3} \text{ او } y \leq -\frac{4}{3}$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (y: y \geq \frac{4}{3}) \cup (y: y \leq -\frac{4}{3})$$

$$7) 2|x| - 7 \geq 1$$

$$= 2|x| \geq 1 + 7$$

$$= 2|x| \geq 8$$

م/العدد الذي يكون خارج القيمة المطلقة وقبل
القيمة المطلقة يكون معامل للمتغير فيجب التخلص
منه وبعدها نطبق الخطوات:

$$= \frac{2|x|}{2} \geq \frac{8}{2}$$

$$= |x| \geq 4 \rightarrow x \geq 4 \text{ او } x \leq -4$$

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (X: X \geq 4) \cup (X: X \leq -4)$$

$$8) |11z| - 2 \geq 9$$

$$= |11z| \geq 9 + 2$$

$$= |11z| \geq 11$$

$$11z \geq 11 \text{ او } 11z \leq -11 \div 11$$

$$\frac{11z}{11} \geq \frac{11}{11} \text{ او } \frac{11z}{11} \leq \frac{-11}{11}$$

$$z \geq 1 \text{ او } z \leq -1 \rightarrow S = S_1 \cup S_2$$

$$S = (z: z \geq 1) \cup (z: z \leq -1)$$

$$9) \left| \frac{4}{5}z - 1 \right| > \frac{4}{5}$$

$$= \frac{4}{5}z - 1 > \frac{4}{5} \text{ او } \frac{4}{5}z - 1 < -\frac{4}{5}$$

$$= \frac{4}{5}z > \frac{4}{5} + 1 \text{ او } \frac{4}{5}z < -\frac{4}{5} + 1$$

$$= \frac{4}{5}z > \frac{4+5}{5} \text{ او } \frac{4}{5}z < \frac{-4+5}{5}$$

$$= \frac{4}{5}z > \frac{9}{5} \text{ او } \frac{4}{5}z < \frac{1}{5} * 5$$

$$= (\cancel{5}) \frac{4}{5}z > (\cancel{5}) \frac{9}{5} \text{ او } (\cancel{5}) \frac{4}{5}z < (\cancel{5}) \frac{-4}{5}$$

$$4z > 9 \text{ او } 4z < -4 \div 4$$

$$= \frac{4z}{4} > \frac{9}{4} \text{ او } \frac{4z}{4} < \frac{-4}{4}$$

$$z > \frac{9}{4} \text{ او } z < -1 \rightarrow$$

$$S = S_1 \cup S_2 \rightarrow S = (Z: Z > \frac{9}{4}) \cup (Z: Z < -1)$$

$$10) \left| \frac{Z-1}{7} \right| \leq 2$$

$$=-2 \leq \frac{Z-1}{7} \leq 2 * 7$$

$$(7) \cdot (-2) \leq (7) \cdot \frac{Z-1}{7} \leq (7) \cdot 2$$

$$-14 \leq Z-1 \leq 14$$

$$-14+1 \leq Z-1+1 \leq 14+1$$

$$-13 \leq Z \leq 15$$

$$S = \{Z : -13 \leq Z \leq 15\}$$

الفصل الثاني

ضرب المقادير الجبرية

✓ جمع المقادير الجبرية:

EX1) جد ناتج وطرح المقادير الجبرية: $(3x^2+4x-12)+(2x^2-6x+10)$

$$(3x^2+4x-12)+(2x^2-6x+10)$$

$$3x^2+4x-12+2x^2-6x+10$$

م/لا يمكن جمع وطرح المتغيرات المختلفة:

$$5x^2-2x-2$$

✓ ضرب المقادير الجبرية:

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

$$\text{EX1) } (X+Y)^2$$

هذه طريقة فك المربع الكامل :

$$(X+Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$$

هذه طريقة ضرب مقدارين جبريين من حدين:

$$(X+Y)^2 = (X+Y)(X+Y)$$

$$X^2 + XY + XY + Y^2$$

$$X^2 + 2XY + Y^2$$

المقصود بها فرقها الى مقدارين وضربها ببعضها وجمعها.

م/جمعنا $(XY+XY)$ لأنهن متشابهات.

$$\text{EX2) } (X+Y)(X-Y)$$

$$(X+Y)(X-Y) = X^2 - XY + XY - Y^2$$

$$= X^2 - Y^2$$

✓ ضرب مقدار جبري من حدين

في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

$$\text{EX1) } (X+2)(X^2-2X+4)$$

$$(X+2)(X^2-2X+4)$$

$$= X^3 - 2X^2 + 4X + 2X^2 - 4X + 8$$

$$= X^3 + 8$$

$$\text{EX2) } \left(\frac{1}{3} - Z\right)\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}Z + Z^2\right)$$

$$\frac{1}{27} + \frac{1}{9}Z + \frac{1}{3}Z^2 - \frac{1}{9}Z - \frac{1}{3}Z^2 - Z^3$$

$$Z^3 - \frac{1}{3}Z^2 + \frac{1}{27}$$

م/القوس المرفوع للأس (3) نقسمه الى قسمين القسم الأول مرفوع لأس (1) و القسم الثاني مرفوع للأس (2) .

$$\text{EX2) } \left(X + \frac{1}{3}\right)^3$$

$$\left(X + \frac{1}{3}\right)\left(X + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$\left(X + \frac{1}{3}\right)\left(X^2 + \frac{2}{3}X + \frac{1}{9}\right)$$

$$X^3 + \frac{2}{3}X^2 + \frac{1}{9}X + \frac{2}{9}X + \frac{1}{27}$$

$$X^3 + \frac{2+1}{3}X^2 + \frac{1+2}{9}X + \frac{1}{27}$$

$$X^3 + \frac{3}{3}X^2 + \frac{3}{9}X + \frac{1}{27}$$

$$X^3 + X^2 + \frac{1}{3}X + \frac{1}{27}$$

حل تمارين ضرب المقادير الجبرية

جد ناتج مقدار جبري في مقدار جبري
كل منهما منحدين:

$$1)(\sqrt{7}-h)^2$$

$$7-2\sqrt{7}h+h^2$$

$$2)(z + \sqrt{5})(z - \sqrt{5})$$

$$z^2-\sqrt{5}z+\sqrt{5}z-5$$

$$z^2-5$$

$$3)\left(\frac{1}{3}y + 3\right)\left(\frac{1}{3}y + 2\right)$$

$$\frac{1}{9}y^2+\frac{2}{3}y+\frac{3}{3}y+6$$

$$\frac{1}{9}y^2+\frac{2+3}{3}y+6$$

$$\frac{1}{9}y^2+\frac{5}{3}y+6$$

جد ناتج مقدار جبري من حدين في
مقدار جبري من ثلاثة حدود:

$$1)(v - \sqrt[3]{3})(v^2 + \sqrt[3]{3}v + \sqrt[3]{9})$$

$$v^3 + \sqrt[3]{3}v^2 + \sqrt[3]{9}v - \sqrt[3]{3}v^2 - \sqrt[3]{9}v - \sqrt[3]{27}$$

$$v^3-3$$

$$2)\left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}} + m\right)\left(\sqrt[3]{\frac{4}{49}} - \sqrt[3]{\frac{2}{7}}m + m^2\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}} + m\right)\left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{49}} - \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}}m + m^2\right)$$

$$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{343}} - \frac{\sqrt[3]{4}}{49}m + \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}}m^2 + \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{49}}m - \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}}m^2 + m^3 \implies \frac{2}{7} + m^3$$

$$3)(x+5)^3$$

$$(x+5)(x+5)^2$$

$$(x+5)(x^2+10x+25)$$

$$x^3+10x^2+25x+5x^2+50x+125$$

$$x^3+15x^2+75x+125$$

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار
جبري كل منهما من حدين:

$$1)(z-2\sqrt{7})(2z-\sqrt{7})$$

$$2z^2-\sqrt{7}z-4\sqrt{7}z-2(7)$$

$$2z^2-5\sqrt{7}z-14$$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في
مقدار جبري من ثلاثة حدود:

$$1)(x-\sqrt[3]{4})(x^2+\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16})$$

$$x^3+\sqrt[3]{4}x^2+\sqrt[3]{16}x-\sqrt[3]{4}x^2-\sqrt[3]{16}x+\sqrt[3]{64}$$

$$x^3+4$$

$$2)(z-\sqrt{5})^3$$

$$(z-\sqrt{5})(z-\sqrt{5})^2$$

$$(z-\sqrt{5})(z^2-2\sqrt{5}z+5)$$

$$z^3-2\sqrt{5}z^2+5z-\sqrt{5}z^2+2(5)z+5\sqrt{5}$$

$$z^3-\sqrt{5}z^2+5z+10z+5\sqrt{5}$$

$$Z^3 - \sqrt{5}Z^2 + 15Z + 5\sqrt{5}$$

$$3) \left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + n \right) \left(\sqrt[3]{\frac{1}{25}} - \sqrt[3]{\frac{1}{5}}n + n^2 \right)$$

$$\left(\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{5}} + n \right) \left(\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{25}} - \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{5}}n + n^2 \right)$$

$$\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{125}} - \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{25}}n + \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{5}}n^2 + \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{25}}n - \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{5}}n^2 + n^3$$

$$n^3 + \frac{1}{5}$$

$$4) \left(\sqrt[3]{\frac{1}{9}} + \frac{1}{h} \right) \left(\sqrt[3]{\frac{1}{81}} - \sqrt[3]{\frac{1}{9}}\frac{1}{h} + \frac{1}{h^2} \right)$$

$$\left(\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{9}} + \frac{1}{h} \right) \left(\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{81}} - \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{9}}\frac{1}{h} + \frac{1}{h^2} \right)$$

$$\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{729}} - \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{81}}\frac{1}{h} + \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{9}}\frac{1}{h^2} + \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{81}}\frac{1}{h} - \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{9}}\frac{1}{h^2} + \frac{1}{h^3}$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{h^3}$$

تحليل مقدار جبري بأستعمال العامل المشترك الأكبر

خطوات الحل:

١. نأخذ العامل المشترك الذي نقسم عليه الأرقام و نجد ناتج بدون باقي.
٢. نأخذ المتغير المتوجود في جميع الاتجاهات و نأخذ الأقل.
٣. نقسم و نجد الناتج.

م/الأرقام الآتية تأخذ عامل مشترك: $2, 3, 5, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$

EX1)

$$6X^3 + 9X^2 - 18X$$



$$3X(2X^2 + 3X - 6)$$

م/اللتحقق نضرب (3X) في القوس و نجد اذا نفس القيمة الجواب يكون صح.

$$3X(2X^2)3X(3X)3X(-6) \longrightarrow 6X^3 + 9X^2 - 18X \quad \text{. الجواب صح .}$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

$$\text{EX2) } \sqrt{12Y^2Z} + \sqrt{2}(\sqrt{6YZ^2} - \sqrt{24YZ})$$

م/ندخل العدد الأقرب للقوس الى القوس:

$$\sqrt{12Y^2Z} + \sqrt{12YZ^2} - \sqrt{48YZ}$$

م/نبسط الجذور و من ثم نأخذ العامل المشترك:

$$\sqrt{4}\sqrt{3Y^2Z} + \sqrt{4}\sqrt{3YZ^2} - \sqrt{4}\sqrt{12YZ}$$

$$2\sqrt{3Y^2Z} + 2\sqrt{3YZ^2} - 2\sqrt{4}\sqrt{3YZ}$$

$$2\sqrt{3Y^2Z} + 2\sqrt{3YZ^2} - 2(2\sqrt{3YZ})$$

$$2\sqrt{3Y^2Z} + 2\sqrt{3YZ^2} - 4\sqrt{3YZ}$$



$$2\sqrt{3YZ}(Y+Z-2)$$

$$\text{EX3) } 5X(X+3) - 7(X+3)$$

العامل المشترك هو $(X+3)$

$$(X+3)(5X-7)$$

$$\text{EX4) } \frac{1}{2}(Y-1) + \frac{1}{3}Y^2(Y-1)$$

$$(Y-1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}Y^2\right)$$

تحليل المقدار الجبري بأستعمال التجميع

خطوات الحل:

1. نأخذ كل اثنان متشابهان مع بعضهما.
2. سوف يصبح لدينا قسمين نأخذ لكل قسم عامل مشترك.
3. سوف يصبح لدينا ايضا قسمين نأخذ عامل مشترك اخر نقسم عليه ونجد الناتج.

$$\text{EX1) } \underline{4X^3 - 8X^2} + \underline{5X - 10}$$

$$(4X^3 - 8X^2)(5X - 10)$$

$$4X^2(X-2) + 5(X-2)$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

م/للتحقق كما في المثال الأول ندخل العامل المشترك للقوس.

$$(X-2)(4X^2+5)$$

$$EX2) \sqrt{2}h^2t + \sqrt{3}t^2v - \sqrt{8}h^2v - \sqrt{12}v^2t$$

م/نبسط القيم العددية ثم نطبق الخطوات:

$$\sqrt{2}h^2t + \sqrt{3}t^2v - 2\sqrt{2}h^2v - 2\sqrt{3}v^2t$$

$$(\sqrt{2}h^2t - 2\sqrt{2}h^2v)(\sqrt{3}t^2v - 2\sqrt{3}v^2t)$$

$$\sqrt{2}h^2(t-2v) + \sqrt{3}tv(t-2v)$$

$$(t-2v)(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv)$$

حلل المقدار بخاصية التجميع مع المعكوس:

$$EX1) 14X^3 - 7X^2 + 3 - 6X$$

$$(14X^3 - 7X^2)(3 - 6X)$$

$$7X^2(2X-1)3(1-2X)$$

م/نستعمل المعكوس وذلك بضرب القسم الثاني ب (-1)

$$7X^2(2X-1) - 3(2X-1)$$

$$(2X-1)(7X^2-3)$$

حل التمارين

حلل المقادير بأستعمال العامل المشترك الأكبر:

$$1) 9x^2 - 21x$$

$$3x(3x-7)$$

$$2) 14z^4 - 21z^2 - 7z^3$$

$$7z^2(2z^2 - 3 - z)$$

$$3) \sqrt{8}t^2r + \sqrt{2}(tr^2 - \sqrt{3}tr)$$

$$\sqrt{8}t^2r + \sqrt{2}tr^2 - \sqrt{6}tr$$

$$\sqrt{4}\sqrt{2}t^2r + \sqrt{2}tr^2 - \sqrt{6}tr$$

$$2\sqrt{2}t^2r + \sqrt{2}tr^2 - \sqrt{6}tr$$

$$\sqrt{2}tr(2t+r-\sqrt{3})$$

$$4) \sqrt{2}n(x+1) - \sqrt{3}m(x+1)$$

$$(x+1)(\sqrt{2}n - \sqrt{3}m)$$

$$5) 2x(x^2-3) + 7(x^2-3)$$

$$(x^2-3)(2x+7)$$

$$6) 2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

$$(2r^2k-4r^2v)(3k^2v-6v^2k)$$

$$2r^2(k-2v)3kv(k-2v)$$

$$(k-2v)(2r^2+3kv)$$

$$7) 3z^3 - \sqrt{18}z^2 + z - \sqrt{2}$$

$$3z^3 - \sqrt{9}\sqrt{2}z^2 + z - \sqrt{2}$$

$$3z^3 - 3\sqrt{2}z^2 + z - \sqrt{2}$$

$$(3z^3 + z)(-3\sqrt{2}z^2 - \sqrt{2})$$

$$z(3z^2 + 1) - \sqrt{2}(3z^2 + 1)$$

$$(3z^2 + 1)(z - \sqrt{2})$$

$$8) \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x$$

$$\left(\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3\right)(5 - 10x)$$

$$\frac{1}{4}x^3(2x-1)5(1-2x) \quad (-1)$$

$$\frac{1}{4}x^3(2x-1) - 5(2x-1)$$

$$(2x-1)\left(\frac{1}{4}x^3 - 5\right)$$

$$9) 6z^3 - 9z^2 + 12 - 8z$$

$$(6z^3 - 9z^2)(12 - 8z)$$

$$3z^2(2z-3)4(3-2z) \quad (-1)$$

$$3z^2(2z-3)4(2z-3)$$

$$(2z-3)(3z^2+4)$$

$$10) 5t^3 - 15t^2 - 2t + 6$$

$$(5t^3 - 15t^2)(-2t + 6)$$

$$5t^2(t-3) - 2(t-3)$$

$$(t-3)(5t^2 - 2)$$

$$11) \sqrt{12}n^3r + \sqrt{3}(nr^3 - \sqrt{2}nr)$$

$$2\sqrt{3}n^3r + \sqrt{3}nr^3 - \sqrt{6}nr$$

$$\sqrt{3}nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2})$$

$$12) \frac{1}{7}(y+1) + \frac{1}{3}y^2(y+1)$$

$$(y+1)\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2\right)$$

$$13) \sqrt{3}k(x^2+1) - \sqrt{5}v(x^2+1)$$

$$(x^2+1)(\sqrt{3}k - \sqrt{5}v)$$

$$14) 2y^4 - \sqrt{12}y^3 + \sqrt{2}y - \sqrt{6}$$

$$2y^4 - 2\sqrt{3}y^3 + \sqrt{2}y - \sqrt{6}$$

$$(2y^4 - 2\sqrt{3}y^3)(\sqrt{2}y - \sqrt{6})$$

$$2y^3(y - \sqrt{3})\sqrt{2}(y - \sqrt{3})$$

$$(y - \sqrt{3})(2y^3 + \sqrt{2})$$

$$15) 4r^3 - 16r^2 - 3r + 12$$

$$(4r^3 - 16r^2)(-3r + 12)$$

$$4r^2(r-4) - 3(r-3)$$

$$(r-3)(4r^3 - 3)$$

الفرق بين مربعين

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

شروطه:

١. يتكون من حدين .
٢. إشارة الحد الثاني سالبة .
٣. يكون للحدين جذراً تربيعياً .

طريقة الحل: (الجذر الأول- الجذر الثاني)(الجذر الأول+ الجذر الثاني)

$$\text{EX1) } x^2 - 400 = (x-20)(x+20)$$

$$\text{EX2) } x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$$

$$\text{EX3) } 49 - v^2 = (7-v)(7+v)$$

م/المتغير عند اخذ الجذر التربيعي له نأخذ نصف الأس: $z^4 = z^2$

$$\text{EX4) } \frac{1}{16}z^4 - \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{9}\right)$$

م/بعض الأمثلة تأتي تحليل عامل مشترك ثم تصبح فرق مربعين كما في المثال الآتي:

$$\text{EX5) } 8x^3y - 2xy^3$$

المربع الكامل

شروطه:

١. يتكون من ثلاث حدود.
٢. الحد الأول و الثالث لهما جذراً تربيعياً.
٣. الحد الأول و الثالث لهما إشارات موجبة.

الصورة القياسية: $(a^2 \mp b + c^2)$

للتحقق = طريقة فك المربع الكامل.

طريقة = $(\text{الجذر الأول} \pm \text{إشارة الحد الوسط} \pm \text{الجذر الثاني})^2$

$$\text{EX1) } x^2 + 6 + 9 = (x+3)^2$$

$$\text{EX2) } 16z^2 - 8z + 1 = (4z-1)^2$$

تحقق مثال (٢). للتحقق = $(16z^2 - 8z + 1)$.: يمثل مربعاً كاملاً.

$$\text{EX3) } y^2 + 14y + 36 = (y+6)^2$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

للتحقق:

$$y^2+12y+36$$

لا يمثل مربعاً كاملاً لأنه لا يحقق الوسط.

الحد المفقود

الصورة القياسية: (ax^2+bx+c)

قوانين إيجاد الحدود المفقودة:

$$ax^2 = \frac{(bx)^2}{4c} : (ax^2) \text{ الحد الأول}$$

$$bx = 2\sqrt{ax^2c} : (bx) \text{ الحد الثاني}$$

$$c = \frac{(bx)^2}{4ax^2} : (c) \text{ الحد الثالث}$$

جد الحدود المفقودة:

$$\text{EX1) } 25x^2 - \dots + 49$$

الحد المفقود هو (bx) نستخدم قانون الثاني:

$$bx = 2\sqrt{25x^2 * 49}$$

$$= 2 * 5x * 7$$

$$bx = 70x$$

للتحقق:

$$25x^2 - 70x + 49$$

$$(5x+7)^2 = 25x^2 - 70x + 49$$

∴ الجواب صحيح.

$$\text{EX2) } \dots + 8x + 16$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)
إعداد: عبدالرحمن الياس
الحد المفقود هو (ax) نستخدم القانون الأول:

$$ax^2 = \frac{(bx)^2}{4c}$$

$$ax^2 = \frac{(8x)^2}{4 \cdot 16}$$

$$ax^2 = \frac{64x^2}{64} = X^2$$

للتحقق:

$$X^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

$$X^2 + 8x + 16$$

∴ الجواب صحيح.

$$EX3) y^2 + 14y + \dots$$

الحد المفقود هو (c) نستخدم القانون الثالث:

$$c = \frac{(bx)^2}{4ax^2}$$

$$c = \frac{(14y)^2}{4 \cdot y^2}$$

$$c = \frac{196y^2}{4y^2} = 49$$

للتحقق:

$$Y^2 + 14y + 49 = (y+7)^2$$

$$Y^2 + 14y + 49$$

∴ الجواب صحيح.

حل التمارين

حلل المقادير الآتية كفرق بين
مربعين.

$$1) 9m^2 - 4n^2$$

$$= (3m - 2n)(3m + 2n)$$

$$2) 27x^3z - 3xz^3$$

$$= 3xz(9x^2 - z^2)$$

$$= (3x - z)(3x + z)$$

$$3) \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16}$$

$$= \left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)$$

حلل المقادير الآتية كمربع كامل.

$$4) y^2 - 8y + 16 = (y - 4)^2$$

$$y^2 - 8y + 16$$

يمثل مربعاً كاملاً لأنه يحقق الوسط.

$$5) v^2 + 2\sqrt{3}v + 3 = (v + \sqrt{3})^2$$

$$v^2 + 2\sqrt{3}v + 3$$

يمثل مربعاً كاملاً لأنه يحقق الوسط.

$$6) 4h^2 - 20h + 25 = (2h - 5)^2$$

$$4h^2 - 20h + 25$$

يمثل مربعاً كاملاً لأنه يحقق الوسط.

حدد أي المقادير يمثل مربعاً كاملاً.

$$7) 16 - 14v + v^2 = (4 - v)^2$$

$$16 - 8v + v^2$$

لا يمثل مربعاً كاملاً لأنه لا يحقق
الوسط.

$$8) 3 - 4\sqrt{3}t + 4t^2 = (\sqrt{3} - 2t)^2$$

$$3 - 4\sqrt{3}t + 4t^2$$

يمثل مربعاً كاملاً لأنه يحقق الوسط.

اكتب الحد المفقود للمقادير الجبرية
ليصبح مربع كامل وحله.

$$9) \dots + 14y + 49$$

$$ax^2 = \frac{(bx)^2}{4c}$$

$$ax^2 = \frac{(14y)^2}{4 \cdot 49}$$

$$ax^2 = \frac{196y^2}{196} = y^2$$

$$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$$

$$y^2 + 14y + 49$$

$$10) 3 - \dots + 9x^2$$

$$bx = 2\sqrt{ax^2c}$$

$$bx = 2\sqrt{3 \cdot 9x^2}$$

$$bx = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 3x$$

$$bx = 6\sqrt{3}x$$

$$3 - 6\sqrt{3}x + 9x^2 = (\sqrt{3} - 3x)^2$$

$$3-6\sqrt{3}x+9x^2$$

$$11)4x^2+2\sqrt{5}x+.....$$

$$c = \frac{(bx)^2}{4ax^2}$$

$$c = \frac{(2\sqrt{5}x)^2}{4 \cdot 4x^2}$$

$$c = \frac{4(5)x^2}{16x^2}$$

$$c = \frac{20x^2}{16x^2} = \frac{5}{4}$$

$$4x^2+2\sqrt{5}x+\frac{5}{4}=(2x+\frac{\sqrt{5}}{2})^2$$

$$4x^2+2\sqrt{5}x+\frac{5}{4}$$

حلل المقادير الى ابسط صورة.

$$12)y^2-121=(y-11)(Y+11)$$

$$13)\frac{1}{4}Y^2-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}(2Y^2-1)$$

$$\frac{1}{8}(\sqrt{2}Y-1)^2(\sqrt{2}Y+1)$$

$$13)\frac{1}{3}Z^5-\frac{1}{12}Z=\frac{1}{12}Z(4Z^4-1)$$

$$\frac{1}{12}Z(2Z^2-1)(2Z^2+1)$$

$$14)1-4m+4m^2=(1-2m)^2$$

$$1-4m+4m$$

يمثل مربعاً كاملاً لأنه يحقق الوسط.

التجربة

خطوات الحل:

١. نحلل الحد الأول و الثالث. ونضرب الأشارات مع بعضها.
٢. نضرب البعيد في البعيد و القريب في القريب.
٣. نجتمع ونطرح الناتج اذا حقق الوسط الجواب صحيح.

شروطها: تكون عكس المربع الكامل.

$$EX1) y^2+y-12=(y+3)(y-4) \quad \text{الحد الوسط } -4y+3y=y$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

$$\text{EX2) } z^2 - z - 6 = (z-3)(z+2)$$

الحد الوسط $+2z-3z=z$

$$\text{EX2) } x^2 - xy - 20y^2 = (x-5y)(x+4y)$$

الحد الوسط $+4xy-5xy=xy$

حل التمارين

$$1) x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2)$$

$$3) 8 - 25z + 3z^2 = (8-z)(1-3z)$$

$$2) 15 - 8z + z^2 = (3-z)(5-z)$$

$$4) 6 + 29z - 5z^2 = (1+5z)(6-z)$$

$$5) 3y^2 - 19yx - 14x^2$$

ضع الأشارات:

$$= (y-7x)(3y+2x)$$

$$6) (x+4)(x+5)$$

$$8) (x-1)(3x-2)$$

$$7) (5-3y)(4+y)$$

مجموع مكعبين

شروطه:

١. يتكون من حدين.

٢. إشارة الحد الثاني موجبة.

٣. يكون للحدين جذراً تكعيبياً.

طريقة الحل: نقسمه الى قوسيين: قوس صغير و قوس كبير:

(الجذر الأول (إشارة الوسط) الجذر الثاني) (تربيع الأول (عكس الأشارة) الأول * الثاني + تربيع الثاني)

$$\text{EX1) } (x^3 + y^3) = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{EX2) } (x^3 + 5^3) = (x+5)(x^2 - 5x + 5^2)$$

$$= (x+5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\text{EX3) } \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64}\right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16}\right)$$

$$\text{EX4) } 0.008 + v^3 = (0.2)^3 + v^3$$

$$= (0.2+v)(0.04 - 0.2v + v^2)$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم:

فرق مكعبين

شروطه:

١. يتكون من حدين.
٢. إشارة الحد الثاني سالبة.
٣. يكون للحدين جذراً تكعيبياً.

طريقة الحل: نقسمه الى قوسيين: قوس صغير و قوس كبير:

(الجذر الأول (إشارة الوسط) الجذر الثاني) (تربيع الأول (عكس الإشارة) الأول * الثاني + تربيع الثاني)

$$\text{EX1) } x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 3^2)$$

$$= (x-3)(x^2 + 3x + 9)$$

$$\text{EX2) } \frac{1}{b^3} - \frac{1}{125} = \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{5}\right) \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{25}\right)$$

$$\text{EX3) } 0.216 - n^3 = (0.6)^3 - n^3$$

$$(0.6 - n)(0.36 + 0.6n + n^2)$$

$$\text{EX4) } 32 - \frac{1}{2}m^3 = \frac{1}{2}(64 - m^3)$$

$$(4 - m)(16 + 4m + m^2)$$

حل التمارين

$$1) y^3 + 216$$

$$= (y+6)(y^2 - 6y + 36)$$

$$2) \frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8}$$

$$= \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}\right)$$

$$3) 0.125 + v^3$$

$$= (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$$

$$4) 1 + 0.008z^3$$

$$= (1 + 0.2z)(1 - 0.2z + z^2)$$

$$5) 8y^3 - 64$$

$$= (2y-4)(4y^2 + 8y + 16)$$

$$6) \frac{1}{2}v^3 - 4 = \frac{1}{2}(v^3 - \frac{1}{8})$$

$$= \frac{1}{2}\left(v - \frac{1}{2}\right) \left(v^2 + \frac{1}{2}v + \frac{1}{4}\right)$$

$$7) 0.216 - 0.008t^3$$

$$= (0.6 - 0.2t)(0.36 + 0.12t + 0.4t^2)$$

$$8) 6^3 + x^3$$

$$= (6+x)(36 - 6x + x^2)$$

تبسيط ضرب المقادير الجبرية النسبية و قسمتها

خطوات الحل: نبسط القيم العددية . ثم نجد الناتج.

$$\text{EX1)} \frac{5z+10}{z-3} * \frac{z^3-27}{z^2+6z+8}$$

$$= \frac{5(z+2)}{z-3} * \frac{(z-3)(z^2+3z+9)}{(z+2)(z+4)}$$

$$= \frac{5(z^2+3z+9)}{(z+4)}$$

$$\text{EX2)} \frac{X^2-4}{X^2-4X+4} = \frac{(X-2)(X+2)}{(X-2)^2} = \frac{X+2}{X-2}$$

$$\text{EX3)} \frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \div \frac{(2+t)^3}{t^2+9t+14}$$

$$= \frac{(2+t)(4-2t+t^2)}{4-2t+t^2} * \frac{(t+7)(t+2)}{(2+t)^3}$$

$$= \frac{t+7}{2+t}$$

تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية و طرحها

خطوات الحل:

١. نحلل .
٢. نختصر كل بسط مع مقامه.
٣. نأخذ LCM (العامل المشترك الأصغر).
٤. نوجد المقام على LCM.
٥. نقسم المقام الجديد على المقام القديم * البسط لنحصل على بسط جديد.
٦. نجد الناتج.

$$\text{EX1)} \frac{Y^2}{(Y+2)} - \frac{4}{(Y+2)}$$

$$\text{LCM}=(Y+2)$$

$$= \frac{Y^2-4}{(Y+2)}$$

$$= \frac{(Y-2)(Y+2)}{(Y+2)}$$

$$= Y-2$$

$$\text{EX2) } \frac{7x-14}{x^2-4} + \frac{5}{(x+2)}$$

$$= \frac{7(x-2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{5}{(x+2)}$$

$$\text{LCM}=(x+2)$$

$$= \frac{7+5}{(x+2)} = \frac{12}{(x+2)}$$

$$\text{EX3) } \frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3}$$

$$\text{LCM}=(2z-5)(z+3)$$

$$= \frac{4z(z+3)-z(2z-5)}{(2z-5)(z+3)}$$

$$= \frac{4z^2+12z-2z^2+5z}{(2z-5)(z+3)}$$

$$= \frac{2z^2+17z}{(2z-5)(z+3)} = \frac{z(2z+17)}{(2z-5)(z+3)}$$

حل التمارين

$$1) \frac{2z^2-4z+2}{z^2-7z+6}$$

$$= \frac{2(z^2-2z+1)}{(z-6)(z-1)}$$

$$= \frac{2(z-1)^2}{(z-6)(z-1)}$$

$$= \frac{2(z-1)}{(z-6)}$$

$$2) \frac{y^3+27}{y^3-3y^2+9y}$$

$$= \frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y(y^2-3y+9)}$$

$$= \frac{(y+3)}{y}$$

$$3) \frac{5x+3}{x+3} * \frac{x^2+5x+6}{25x^2-9}$$

$$= \frac{5x+3}{x+3} * \frac{(x+3)(x+2)}{(5x-3)(5x+3)}$$

$$= \frac{x+2}{5x-3}$$

$$4) \frac{z^2+7z-8}{z-1} * \frac{z^2-4}{z^2+6z-16}$$

$$= \frac{(z+8)(z-1)}{z-1} * \frac{(z-2)(z+2)}{(z+8)(z-2)}$$

$$=(z+2)$$

$$5) \frac{2y^2-2y}{y^2-9} \div \frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3}$$

$$= \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+3)} \div \frac{(y+2)(y-1)}{(y+3)(y-1)}$$

$$= \frac{2y\cancel{(y-1)}}{(y-3)(y+3)} * \frac{\cancel{(y+3)}(y-1)}{(y+2)\cancel{(y-1)}}$$

$$= \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+2)}$$

$$6) \frac{64-z^3}{32+8z+2z^2} \div \frac{(4-z)^2}{16-z^2}$$

$$= \frac{(4-z)(16+4z+z^2)}{2(16+4z+z^2)} \div \frac{(4-z)^2}{(4-z)(4+z)}$$

$$= \frac{\cancel{(4-z)}(16+4z+z^2)}{2(16+4z+z^2)} * \frac{\cancel{(4-z)}(4+z)}{\cancel{(4-z)}^2}$$

$$= (4+z)$$

$$7) \frac{2}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-4x+3}$$

$$= \frac{2}{(x-3)(x+3)} + \frac{3}{(x-3)(x-1)}$$

$$\text{LCM}=(x-3)(x+3)(x-1)$$

$$= \frac{2(x-1)+3(x+3)}{(x-3)(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{2x-2+3x+9}{(x-3)(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{5x+7}{(x-3)(x+3)(x-1)}$$

$$8) \frac{y^2-y}{y^3-1} - \frac{1}{y^2+y+1}$$

$$= \frac{y\cancel{(y-1)}}{\cancel{(y-1)}(y^2+y+1)} - \frac{1}{(y^2+y+1)}$$

$$\text{LCM}=(y^2+y+1)$$

$$= \frac{y-1}{(y^2+y+1)}$$

$$9) \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{x^3-8}$$

$$= \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{-4+2x+x^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

$$\text{LCM}=(x-2)$$

$$= \frac{3-2+1}{(x-2)} = \frac{2}{(x-2)}$$

المعادلات

حل المعادلات الآتية: (بالتعويض ، بالحذف) م/لا يمكن الحل إلا بعد ترتيب المعادلة ثم نطبق الخطوات.

(1) بالتعويض:

خطوات الحل:

1. نختار المعادلة الأسهل.
2. نحول احد المتغيرين لكي تصبح المعادلة قيمة للمتغير الآخر.
3. نتخلص من المعامل ان وجد.
4. سوف يتكون لدينا معادلة ثالثة.
5. نعوض المعادلة الثالثة في المعادلة الأخرى و ليس في المعادلة التي اخرجنا منها المعادلة الثالثة.
6. نتخلص من الكسور و الأقواس ان وجدت.
7. نتخلص من المعامل.
8. نجد ناتج احد المتغيرين.
9. نعوض الناتج في احدى الثلاث معادلات لكي نحصل على ناتج المتغير الثاني.

EX1)

$$x+8y=10 \dots\dots 1$$

$$x-4y=2 \dots\dots 2$$

$$x-4y=2$$

$$x=2+4y \dots\dots 3$$

$$x+8y=10 \rightarrow 2+4y+8y=10$$

$$2+12y=10$$

$$12y=10-2$$

$$12y=8 \quad \div 8$$

$$= \frac{12y}{12} = \frac{8}{12} \quad \text{عامل مشترك (4)}$$

$$Y = \frac{2}{3}$$

$$x=2+4y$$

$$x=2+4\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$x=2+\frac{8}{3}$$

$$x=\frac{6+8}{3} = \frac{14}{3}$$

$$S=(x,y)=\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

للتحقق: نعوض الأرقام في المعادلات.

$$X+8y=10$$

$$=\frac{14}{3} + 8\left(\frac{2}{3}\right)=10$$

$$\frac{14}{3} + \frac{16}{3}=10$$

$$\frac{30}{3}=10$$

$$10=10$$

2) بال حذف:

خطوات الحل:

1. نساوي قيم احد المتغيرين اما x او y و يجب ان تكون اشاراته مختلفة لكي يحذف تماما.
 2. نجمع و نطرح باقي القيم.
 3. نجد قيمة احد المتغيرين.
 4. نعوض ناتج احد المتغيرين في احدى المعادلات التي جهزناها لكي نحصل على قيمته.
- م/في بعض الأحيان يأتي المتغير متشابهة الإشارة فنقوم بضرب المتغير الأقل قيمة بسالب واحد.

EX1)

$$x+2y=5 \quad \dots *1$$

$$3x-y=1 \quad \dots *2$$

$$\begin{array}{r} x+2y=5 \\ + \quad + \\ 6x-2y=2 \\ \hline \end{array}$$

$$7x=7 \quad \div 7$$

$$= \frac{7x}{7} = \frac{7}{7}$$

$$x=1$$

$$6x-2y=2$$

$$6(1)-2y=2$$

$$6-2y=2$$

$$-2y=2-6$$

$$-2y=-4 \quad \div 2$$

$$= \frac{-2y}{-2} = \frac{-4}{-2}$$

$$Y=2 \quad S=(1,2)$$

للتحقق: نعوض الأرقام في المعادلات.

$$3x-y=1$$

$$3(1)-2=1$$

$$3-2=1$$

$$1=1$$

EX2)

$$3x+4y=10 \quad \dots *2$$

$$2x+3y=7 \quad \dots *3$$

$$6x+8y=20 \quad \dots *-1$$

ضربنا هذه المعادلة بسالب واحد لأنها أقل قيمة

$$\underline{6x+9y=21}$$

$$-6x-8y=-20$$

$$6x+9y=21$$

$$Y=1-6x-8y=-20$$

$$-6x-8(1)=-20$$

$$-6x-8=-20$$

$$-6x=-20+8$$

$$-6x=-12 \div -6$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-12}{-6}$$

$$X=2$$

$$S=(2,1)$$

$$2x+3y=7$$

$$2(2)+3(1)=7$$

$$4+3=7$$

$$7=7$$

حل التمارين

حل المعادلات الآتية بالتعويض:

1)

$$2x+3y=1 \dots\dots 1$$

$$\underline{3x-2y=0 \dots\dots 2}$$

$$3x-2y=0$$

$$3x=2y \rightarrow x=\frac{2y}{3} \dots\dots 3$$

$$2x+3y=1$$

$$2\left(\frac{2y}{3}\right)+3y=1$$

$$\frac{4y}{3}+3y=1 \rightarrow \frac{4y+9y}{3}=1$$

$$\frac{13}{3}y=1 \div \frac{13}{3}$$

$$\frac{13y}{\cancel{3}}=1 \div \frac{13}{\cancel{3}}$$

$$y=1 * \frac{3}{13} \rightarrow y=\frac{3}{13}$$

$$2x+3y=1$$

$$2x+3\left(\frac{3}{13}\right)=1$$

$$2x+\frac{9}{13}=1$$

$$2x=1-\frac{9}{13}$$

$$2x=\frac{13-9}{13}$$

$$2x=\frac{4}{13} \div 2$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{4}{13} \div 2$$

$$x=\frac{4}{13} * \frac{1}{2}$$

$$x=\frac{4}{26} \quad \text{عامل مشترك (2)}$$

$$x = \frac{2}{13} \rightarrow S = \left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)$$

للتحقق:

$$2x + 3y = 1$$

$$2\left(\frac{2}{13}\right) + 3\left(\frac{3}{13}\right) = 1$$

$$\frac{4}{13} + \frac{9}{13} = 1$$

$$\frac{13}{13} = 1 \rightarrow 1 = 1$$

2)

$$y - 5x = 10 \dots 1$$

$$\underline{y - 3x = 8 \dots 2}$$

$$\underline{y - 5x = 10 \rightarrow y = 10 + 5x}$$

$$y - 3x = 8$$

$$10 + 5x - 3x = 8$$

$$2x = 8 - 10$$

$$2x = -2 \div 2$$

$$x = \frac{-2}{2}$$

$$\underline{x = -1}$$

$$y = 10 + 5x$$

$$y = 10 + 5(-1)$$

$$y = 10 - 5$$

$$y = 5 \rightarrow S = (-1, 5)$$

حل المعادلة بطريقة الحذف:

1)

$$x - 3y = 6 \dots *2$$

$$\underline{2x - 4y = 24 \dots *1}$$

$$2x - 6y = 12 \dots * -1$$

$$\underline{2x - 4y = 24}$$

$$-2x + 6y = -12$$

$$2x - 4y = 24$$

$$2y = 12 \div 2$$

$$y = \frac{12}{2}$$

$$\underline{y = 6}$$

$$2x - 4y = 24$$

$$2x - 4(6) = 24$$

$$2x - 24 = 24$$

$$2x = 24 + 24$$

$$2x = 48 \div 2$$

$$x = \frac{48}{2}$$

$$x = 24 \rightarrow S = (24, 6)$$

حل المعادلات الآتية:

1) هذا الحل بطريقة الحذف

$$0.2x - 6y = 4 \dots *1$$

$$\underline{0.1 - 7x - y = -2 \dots *2}$$

$$0.2x - 6y = 4$$

$$0.2x - 14y = -4 \quad * -1$$

$$0.2x - 6y = 4$$

$$-0.2x + 14y = 4$$

$$8y = 8 \quad \div 8$$

$$y = \frac{8}{8}$$

$$y = 1$$

$$0.2x - 6y = 4$$

$$0.2x - 6(1) = 4$$

$$0.2x - 6 = 4$$

$$0.2x = 4 + 6$$

$$0.2x = 10 \quad \div 0.2$$

$$x = \frac{10}{0.2}$$

$$x = 0.5$$

$$S = (0.5, 1)$$

2) هذا الحل بطريقة الحذف

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{25}{4}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = \frac{11}{4} + \frac{25}{4}$$

$$\frac{2+1}{4}x = \frac{36}{4}$$

$$\frac{3}{4}x = 9 \quad \div \frac{3}{4}$$

$$x = 9 \div \frac{3}{4}$$

$$x = 9 * \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{36}{3} = 12$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{2} * 12 + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4}$$

$$6 + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4}$$

$$\frac{2}{3}y = \frac{11}{4} - 6$$

$$\frac{2}{3}y = \frac{11-24}{4}$$

$$\frac{2}{3}y = \frac{-13}{4} \quad \div \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{-13}{4} \div \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{-13}{4} * \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{-39}{8}$$

$$S=(12, \frac{-39}{8})$$

حل المعادلة الآتية بطريقة التعويض:

1)

$$2x-y=-4 \dots 1$$

$$3x-y=3 \dots 2$$

$$3x-y=3 \rightarrow 3x=3+y, \div 3$$

$$x=\frac{3+y}{3} \dots 3$$

$$2x-y=-4$$

$$2 * \frac{3+y}{3} - y = -4$$

$$2 + 2y - y = -4$$

$$y = -4 - 2$$

$$Y = -6$$

$$3x - y = 3$$

$$3x - (-6) = 3$$

$$3x + 6 = 3$$

$$3x = 3 - 6$$

$$3x = -3, \div 3$$

$$x = \frac{-3}{3} \rightarrow x = -1 \rightarrow S = (-1, -6)$$

حل المعادلات الآتية بطريقة الحذف.

1)

$$3y - 2x - 7 = 0$$

$$\underline{y + 3x + 5 = 0}$$

$$3y - 2x = 7 \quad *3$$

$$\underline{y + 3x = -5} \quad *2$$

$$9y - 6x = 21$$

$$2y + 6x = -10$$

$$11y = 11 \quad \div 11$$

$$y = 1$$

$$2y + 6x = -10$$

$$2(1) + 6x = -10$$

$$2 + 6x = -10$$

$$6x = -10 - 2$$

$$6x = -12 \quad \div 6$$

$$X = -2$$

$$S = (-2, 1)$$

2)

$$3x = 22 - 4y$$

$$\underline{4y = 3x - 14}$$

$$3x + 4y = 22$$

$$\underline{4y - 3x = -14}$$

$$8y = 8 \quad \div 8$$

$$y = 1$$

$$3x + 4y = 22$$

$$3x + 4(1) = 22$$

$$3x + 4 = 22$$

$$3x=22-4$$

$$3x=18 \div$$

$$x=6 \rightarrow S=(6,1)$$

حل المعادلة الآتية .

1) هذه المعادلة بطريقة التعويض

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2 \dots 1 \quad *3$$

$$\underline{2x+3y=6} \dots 2$$

$$3\left(\frac{x}{3}\right) - 3\left(\frac{y}{3}\right) = 3(2)$$

$$\underline{2x+3y=6}$$

$$x-y=6$$

$$2x+3y=6$$

$$x-y=6 \rightarrow x=6+y$$

$$2x+3y=6$$

$$2(6+y)+3y=6$$

$$12+2y+3y=6$$

$$5y=6-12$$

$$5y=-6 \div 5$$

$$y=\frac{-6}{5}$$

$$x=6+y$$

$$x=6+\left(\frac{-6}{5}\right)$$

$$x=6-\frac{6}{5}$$

$$x=\frac{30-6}{5}$$

$$x=\frac{24}{5} \rightarrow S=\left(\frac{24}{5}, \frac{-6}{5}\right)$$

حل المعادلات بتحليل الفرق بين مربعين

خطوات الحل:

١. نحلل الفرق بين مربعين.
٢. نأخذ كل قوس بمفرده ونجد ناتج كل قوس.
٣. للتحقق من الحل: نعوض مجموعة الحل في المعادلة في مكان y اذا حقق الناتج (صفر) الحل يكون صحيح.

للتحقق من الحل: نعوض مجموعة الحل في المعادلة في مكان y اذا حقق الناتج (صفر) الحل يكون صحيح.

م/السالب يهمل.

حل المعادلات بأستعمال الفرق (EX1)
بين مربعين

$$4x^2 - 25 = 0 \rightarrow (2x - 5)(2x + 5) = 0$$

إما

$$2x - 5 = 0 \rightarrow 2x = 5 \div 2$$

$$x = \frac{5}{2}$$

او

$$2x + 5 = 0 \rightarrow 2x = -5 \div 2$$

$$x = \frac{-5}{2} \rightarrow \text{يهمل}$$

$$S = \left(\frac{5}{2}, \frac{-5}{2} \right)$$

$$x^2 - 25 = 0$$

لتحقق:

$$5^2 - 25 = 0 \rightarrow 25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

$$-5^2 - 25 = 0 \rightarrow 25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

EX2)

$$3z^2 - 12 = 0 \rightarrow 3(z^2 - 4) = 0$$

$$3(z - 2)(z + 2) = 0$$

إما

$$z - 2 = 0 \rightarrow z = 2$$

$$\text{او } z + 2 = 0 \rightarrow z = -2 \text{ يهمل}$$

$$S = (2, -2)$$

EX3)

$$2y^2 - 6 = 0 \rightarrow 2(y^2 - 3)$$

$$2(y - \sqrt{3})(y + \sqrt{3})$$

إما

$$y - \sqrt{3} = 0 \rightarrow y = \sqrt{3}$$

او

$$y + \sqrt{3} = 0 \rightarrow y = -\sqrt{3} \text{ يهمل}$$

$$S=(\sqrt{3},-\sqrt{3})$$

EX4)

$$(z+1)^2-36=0$$

$$(z+1-6)(z+1+6)=0$$

إما

$$z+1-6=0$$

$$z-5=0 \rightarrow z=5$$

او

$$z+1+6=0$$

$$z+7=0 \rightarrow z=-7 \text{ يهمل}$$

$$S=(5,-7)$$

حل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي

خطوات الحل:

1. نجهز المعادلة بوضع المتغيرات بجهة و الثوابت بجهة.
2. نأخذ الجذر التربيعي للطرفين م/نأخذ الجذر التربيعي للمتغير بأخذ نصف الأس.
3. نجد مجموعة الحل م/السالب يهمل.

للتحقق من الحل :نعوض مجموعة الحل في مكان x بحيث تحقق المعادلة.

م/العدد الذي يأتي و ليس له جذراً تربيعياً نضعه داخل جذر. $7=\sqrt{7}$

م/في بعض الأحيان يأتي المتغير داخل جذر للتخلص من الجذر نربع طرفي المعادلة
سوف يذهب التربيع مع الجذر. $\sqrt{x}=(\sqrt{x})^2=x$

حل المعادلة الآتية بأستعمال قاعدة الجذر التربيعي

EX1)

$$x^2=9 \rightarrow x=\mp 3$$

$$S=(3,-3)$$

$$x^2=9 \rightarrow 3^2=9 \rightarrow 9=9$$

$$x^2=9 \rightarrow -3^2=9 \rightarrow 9=9$$

للتحقق:

EX2)

$$z^2 = \frac{25}{9} \rightarrow z = \pm \frac{5}{3}$$

$$S = \left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$$

EX3)

م/الى هنا نتوقف في حل هذا المثال لأن لا يوجد لعدد حقيقي جذر تربيعي سالب. $x^2 + 81 = 0 \rightarrow x^2 = -81$

EX4)

$$3y^2 = 7 \div 3$$

$$y^2 = \frac{7}{3} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \rightarrow S = \left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right)$$

EX5)

$$3\sqrt{x} = 18 \div 3$$

$$\sqrt{x} = \frac{18}{3} \rightarrow \sqrt{x} = 6$$

$$(\sqrt{x})^2 = 6^2 \rightarrow x = 36$$

$$S = (36)$$

حل التمارين

حل المعادلات بأستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من الحل:

$$1) 81 - y^2 = 0$$

$$(9 - y)(9 + y) = 0$$

$$\text{إما } 9 - y = 0 \rightarrow -y = -9 \text{ * -1}$$

$$x = 9$$

$$\text{او } 9 + y = 0 \rightarrow y = -9$$

$$S = (9, -9)$$

$$81 - y^2 = 0 \rightarrow 81 - 9^2 = 0 \text{ للتحقق:}$$

$$81 - 81 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

$$81 - y^2 = 0 \rightarrow 81 - 9^2$$

$$81 - 81 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

$$2) 2z^2 - 8 = 0 \rightarrow 2(z^2 - 4) = 0$$

$$2(z - 2)(z + 2) = 0$$

$$\text{إما } z - 2 = 0 \rightarrow z = 2$$

$$\text{او } z + 2 = 0 \rightarrow z = -2$$

$$S = (2, -2)$$

$$2z^2 - 8 = 0 \rightarrow 2(2)^2 - 8 \text{ للتحقق:}$$

$$2(4) - 8 = 0 \rightarrow 8 - 8 = 0$$

$$0 = 0$$

$$2z^2 - 8 = 0 \rightarrow 2(-2)^2 - 8 = 0$$

$$2(4)=0 \rightarrow 8-8=0 \rightarrow 0=0$$

حل المعادلات بأستعمال الفرق بين مربعين:

$$1) 4x^2-9=0$$

$$(2x-3)(2x+3)=0$$

$$\text{إما } 2x-3=0 \rightarrow 2x=3, \div 2$$

$$x=\frac{3}{2}$$

$$\text{او } 2x+3=0 \rightarrow 2x=-3, \div 2$$

$$x=\frac{-3}{2} \rightarrow S\left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$

$$2) 5y^2-20=0 \rightarrow 5(y^2-4)=0$$

$$5(y-2)(y+2)=0$$

$$\text{إما } y-2=0 \rightarrow y=2$$

$$\text{او } y+2=0 \rightarrow y=-2$$

$$S=(2, -2)$$

$$2) y^2-\frac{1}{9}=0$$

$$(y-\frac{1}{3})(y+\frac{1}{3})=0$$

$$\text{إما } y-\frac{1}{3}=0 \rightarrow y=\frac{1}{3}$$

$$\text{او } y+\frac{1}{3}=0 \rightarrow y=-\frac{1}{3}$$

$$S=\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

حل المعادلات بأستعمال الجذر التربيعي:

$$1) z^2=7$$

$$z=\pm\sqrt{7} \rightarrow z=(\sqrt{7}, -\sqrt{7})$$

$$2) 2y^2=\frac{49}{8} \div 2$$

$$y^2=\frac{49}{8} * \frac{1}{2}$$

$$y^2=\frac{49}{16} \rightarrow y=\pm\frac{7}{4}$$

$$S=\left(\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\right)$$

$$3) 6z^2-5=0 \rightarrow 6z^2=5, \div 6$$

$$z^2=\frac{5}{6} \rightarrow z=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$

$$S=\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)$$

$$4) 4(x^2-12)=33$$

$$4x^2-48=33$$

$$4x^2=33+48$$

$$4x^2=81 \div 4$$

$$x^2=\frac{81}{4} \rightarrow x=\pm\frac{9}{2}$$

$$S=\left(\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$$

$$5) z^2+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$$

$$z^2=\frac{5}{6}-\frac{2}{3} \rightarrow z^2=\frac{5-4}{6}$$

$$z^2=\frac{1}{6} \rightarrow z=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$S=\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

حل المعادلات الآتية:

$$1) 3\sqrt{x}=15 \div 3$$

$$\sqrt{x}=\frac{15}{3} \rightarrow \sqrt{x}=5$$

$$(\sqrt{x})^2=5^2 \rightarrow x=25$$

$$2) \sqrt{y-5}=2$$

$$(\sqrt{y-5})^2=2^2$$

$$y-5=4 \rightarrow y=4+5$$

$$y=9$$

$$3) \sqrt{2z}=6$$

$$(\sqrt{2z})^2=6^2$$

$$Z=36$$

حل المعادلات بالتجربة

خطوات الحل:

١) نجهز المعادلة.

٢) نحلل التجربة.

٣) نجد مجموعة الحل.

م/ يزيد (طرح) اضيف (جمع) ينقص (طرح).

حل المعادلات بالتجربة:

نفرض العدد = x

مربع العدد = x²

يزيد (طرح)

$$EX1) x^2-7x+12=0$$

$$(x-4)(x-3)=0$$

$$\text{إما } x-4=0 \rightarrow x=4$$

$$\text{او } x-3=0 \rightarrow x=3$$

$$S=(4,3)$$

$$x^2-x=12$$

$$x^2-x-12=0$$

$$(x-4)(x+3)=0$$

$$\text{إما } x-4=0 \rightarrow x=4$$

$$\text{او } x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$$S=(4,-3)$$

مثال) ما العدد الذي مربعه يزيد عليه
بمقدار 12 ؟

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)
إعداد: عبدالرحمن الياس

حل التمارين

ما العدد الذي مربعه يزيد على ضعفه بمقدار 35 ؟

نفرض العدد = x

مربع العدد = x^2

ضعف العدد = $2x$

$$x^2 - 2x = 35$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x-7)(x+5) = 0$$

$$\text{إما } x-7=0 \rightarrow x=7$$

$$\text{أو } x+5=0 \rightarrow x=-5$$

$$S = (7, -5)$$

ما العدد الذي لو اضيف 4 امثاله الى مربعه لكان الناتج 45 ؟

نفرض العدد = x

اربعة امثاله = $4x$

مربع العدد = x^2

$$x^2 + 4x = 45$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0$$

$$\text{إما } x+9=0 \rightarrow x=-9$$

$$\text{أو } x-5=0 \rightarrow x=5$$

$$S = (-9, 5)$$

ما العدد الذي ينقص ضعفه عن مربعه بمقدار 35 ؟

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

نفرض العدد = x

مربع العدد = x^2

ضعف العدد = $2x$

$$x^2 - 2x = 35$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x-7)(x+5)$$

$$\text{إما } x-7=0 \rightarrow x=7$$

$$\text{او } x+5=0 \rightarrow x=-5$$

$$S=(7,-5)$$

حل المعادلات بالمربع الكامل

خطوات الحل:

١. نحلل الى مربع الكامل.

٢. نجد مجموعة الحل.

حل المعادلة بطريقة المربع الكامل:

$$\text{EX1) } x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x-10)^2$$

$$(x-10)(x-10)=0$$

$$\text{إما } x-10=0 \rightarrow x=10$$

$$\text{او } x-10=0 \rightarrow x=10$$

$$S=(10,10)$$

لأضافة الملاحظات الاتصال على

حل المعادلات بأكمال المربع

خطوات الحل:

١. نضع المعادلة بالصورة القياسية: $ax^2 \mp bx = c$.
٢. نتخلص من معامل (ax^2) ان وجد.
٣. نضيف الى طرفي المعادلة (مربع نصف معامل (x)).
٤. نحلل المعادلة الى مربع كامل.
٥. نأخذ الجذور التربيعية.
٦. نجد مجموعة الحل.

حل المعادلة بطريقة المربع الكامل:

$$\text{EX1) } x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x = 12$$

$$\left(\frac{1}{2} * -4\right)^2 = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 16$$

$$(x-2)^2 = 16$$

$$x-2 = \pm 4$$

$$\text{إما } x-2=4, x=4+2$$

$$x=6$$

$$\text{او } x-2=-4, x=-4+2$$

$$x=-2 \quad .S=(6,-2)$$

$$\text{EX2) } 2y^2 - 3 = 3y$$

$$2y^2 - 3y = 3 \quad \div 2$$

$$y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} * \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$$

$$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{24+9}{16}$$

$$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$y - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\text{إما } y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4}, y = \frac{\sqrt{33}}{4} + \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{\sqrt{33}+3}{4}$$

$$\text{او } y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$y = -\frac{\sqrt{33}}{4} + \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{-\sqrt{33}+3}{4}$$

$$S = \left(\frac{\sqrt{33}+3}{4}, \frac{-\sqrt{33}+3}{4}\right)$$

حل التمارين

حل المعادلات بالمربع الكامل:

1) $y^2 + 2\sqrt{7}y + 7 = 0$

$(y + \sqrt{7})^2 = 0$

$y + \sqrt{7} = 0$, $y = -\sqrt{7}$

$S = (-\sqrt{7})$

2) $x^2 + 16x = -64$

$x^2 + 16x + 64 = 0$

$(x + 8)^2 = 0$

$x + 8 = 0$, $x = -8$

$S = (-8)$

3) $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$

$(\frac{1}{4} - x)^2 = 0$

$\frac{1}{4} - x = 0$, $-x = -\frac{1}{4}$ * -1

$x = \frac{1}{4}$, $S = (\frac{1}{4})$

حل المعادلات بأكمال المربع:

1) $3y^2 + 2y = 1$ $\div 3$

$y^2 + \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}$

$(\frac{1}{2} * \frac{2}{3})^2 = \frac{4}{36}$

$y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{4}{36} = \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

$y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{4}{36} = \frac{12+1}{36}$

$(y + \frac{2}{6})^2 = \frac{13}{36}$

$y + \frac{2}{6} = \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$

إما $y + \frac{2}{6} = \frac{\sqrt{13}}{6}$

$y = \frac{\sqrt{13}}{6} - \frac{2}{6}$

$y = \frac{\sqrt{13}-2}{6}$

أو $y + \frac{2}{6} = -\frac{\sqrt{13}}{6}$

$y = -\frac{\sqrt{13}}{6} - \frac{2}{6}$

$y = \frac{-\sqrt{13}-2}{6}$

$S = (\frac{\sqrt{13}-2}{6}, \frac{-\sqrt{13}-2}{6})$

2) $x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5}$

$(\frac{1}{2} * \frac{6}{5})^2 = \frac{36}{100}$

$$x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{36}{100} = \frac{1}{5} + \frac{36}{100}$$

$$x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{36}{100} = \frac{20+36}{100}$$

$$(x - \frac{6}{10})^2 = \frac{56}{100}$$

$$x - \frac{6}{10} = \pm \frac{\sqrt{56}}{10}$$

$$\text{إما } x - \frac{6}{10} = \frac{\sqrt{56}}{10}$$

$$x = \frac{\sqrt{56}}{10} + \frac{6}{10}$$

$$x = \frac{\sqrt{56}+6}{10}$$

$$\text{أو } x - \frac{6}{10} = -\frac{\sqrt{56}}{10}$$

$$x = -\frac{\sqrt{56}}{10} + \frac{6}{10}$$

$$x = \frac{-\sqrt{56}+6}{10}$$

$$S = (\frac{\sqrt{56}+6}{10}, \frac{-\sqrt{56}+6}{10})$$

$$3) 5y^2 + 15y - 30 = 0$$

$$5y^2 + 15y = 30 \quad \div 5$$

$$y^2 + \frac{15}{5}y = \frac{30}{5}$$

$$y^2 + 3y = 6$$

$$(\frac{1}{2} * 3)^2 = \frac{9}{4}$$

$$y^2 + 3y + \frac{9}{4} = 6 + \frac{9}{4}$$

$$y^2 + 3y + \frac{9}{4} = \frac{24+9}{4}$$

$$(y + \frac{3}{2})^2 = \frac{33}{4}$$

$$y + \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$\text{إما } y + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{33}-3}{2}$$

$$\text{أو } y + \frac{3}{2} = -\frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$y = -\frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{-\sqrt{33}-3}{2}$$

$$S = (\frac{\sqrt{33}-3}{2}, \frac{-\sqrt{33}-3}{2})$$

حل المعادلة بالمربع الكامل:

$$1) x^2 + 24x + 144 = 0$$

$$(x+12) = 0$$

$$x+12=0$$

$$x=-12$$

$$S = (-12)$$

حل المعادلة الآتية بأكمل المربع.

$$1) y^2 - 8y = 24$$

$$(\frac{1}{2} * 8)^2 = 16$$

$$y^2-8y+16=24+16$$

$$(y-4)^2=40$$

$$y-4=\pm\sqrt{40}$$

$$\text{إما } y-4=\sqrt{40}$$

$$y=\sqrt{40}+4$$

$$\text{أو } y-4=-\sqrt{40}$$

$$y=-\sqrt{40}+4$$

$$S=(\sqrt{40}+4, -\sqrt{40}+4)$$

$$1) y(2y+28)=28$$

$$2y^2+28y=28 \quad \div 2$$

$$y^2+\frac{28}{2}y=\frac{28}{2}$$

$$y^2+14y=14$$

$$\left(\frac{1}{2} * 14\right) = 49$$

$$y^2+14y+49=14+49$$

$$(y+7)^2=63$$

$$y+7=\pm\sqrt{63}$$

$$y+7\approx\pm 8$$

$$\text{إما } y+7\approx 8$$

$$y\approx 8-7, y=1$$

$$\text{أو } y+7\approx -8$$

$$y\approx -8-7, y=-15$$

$$S=(1, -15)$$

حل المعادلة الآتية بأكمل المربع و جد
النتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

الدستور

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط(الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \text{القانون}$$

الصورة القياسية = $(ax^2 + bx + c)$

م/إذا كان العدد تحت الجذر موجب فإن للمعادلة حل في (R) و إذا كان صفر ايضاً له حل في (R) و إذا كان سالب تحت الجذر ليس له حل في (R) .

جد مجموعة حل المعادلة الآتية بالقانون العام.

$$\text{EX1) } x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$a=1, b=-3, c=-5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+20}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{إما } x = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

$$S = \left(\frac{3 + \sqrt{29}}{2}, \frac{3 - \sqrt{29}}{2} \right)$$

المقدار المميز

$$\Delta = (b^2 - 4ac) = \text{القانون}$$

الصورة القياسية = $(ax^2 + bx + c)$

يستفاد من المقدار المميز لمعرفة نوع الجذر و للجذور انواع بعضها لها حل في (R) والبعض ليس لها حل في (R) .

انواع الجذور:

١. جذران حقيقيان نسبيا: موجب ومربع كامل. له حل في R .
٢. جذران حقيقيان وغير نسبيا: موجب و ليس مربعاً كاملاً. له حل في R .
٣. جذران حقيقيان متساويان: صفر. له حل في R .
٤. جذران غير حقيقيان: سالب. ليس له حل في R .

حدد جذري المعادلة ثم جد مجموعة الحل:

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.

$$\text{EX1) } 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$a=2, b=3, c=-2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (3)^2 - 4 * 2 * -2$$

$$= 9 + 16 = 25$$

جذران نسبيين.: للمعادلة حل في (R)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{25}}{2 * 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$\text{إما } x = \frac{-3 + 5}{4}$$

$$x = \frac{-2}{4}, x = \frac{1}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{-3 - 5}{8}$$

$$x = \frac{-8}{8}, -1$$

$$S = \left(\frac{1}{2}, -1 \right)$$

$$\text{EX2) } y^2 - 4y - 9 = 0$$

$$a=1, b=-4, c=-9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 * 1 * -9$$

$$= 16 + 36$$

$$\Delta = 52$$

جذران حقيقيان و غير نسبيين.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{52}}{2 * 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2}$$

$$\text{إما } x = \frac{4 + \sqrt{52}}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{4 - \sqrt{52}}{2}$$

$$S = \left(\frac{4 + \sqrt{52}}{2}, \frac{4 - \sqrt{52}}{2} \right)$$

$$\text{EX3) } z^2 + 8z = -16$$

$$z^2 + 8z + 16 = 0$$

$$a=1, b=8, c=16$$

$$\Delta = (8)^2 - 4 * 1 * 16$$

$$\Delta = 64 - 64 = 0$$

جذران حقيقيان متساويان.

$$x = \frac{-(8) \pm \sqrt{64 - 64}}{2 * 1}$$

$$x = \frac{-8}{2} = -4$$

$$S = (-4)$$

$$\text{EX4) } x^2 - 2x + 10$$

$$a=1, b=-2, c=10$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 * 1 * 10$$
$$= 4 - 40$$

$$= -36$$

جذران غير حقيقيين (خياليان) و
المعادلة ليس لها حل في (R).

س) ما قيمة الثابت (K) التي تجعل جذري المعادلة متساويين؟ تحقق من الأجوبة.

$$x^2 - (k+1)x + 4 = 0$$

$$a=1, b=-(k+1), c=4$$

$$\Delta = \{-(k+1)\}^2 - 4 * 1 * 4 = 0$$

$$\Delta = (k+1)^2 - 16$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (k+1)^2 - 16 = 0$$

$$(k+1)^2 = 16$$

$$k+1 = \pm 4$$

$$\text{إما } k+1=4, k=4-1$$

$$k=3$$

$$\text{أو } k+1=-4, k=-4-1$$

$$k=-5, S=(3, -5)$$

للتحقق: نعوض مجموعة الحل في المعادلة الأصلية و نجد جذورها .

م/ عند التحقق يجب ان نجد جذور المعادلة سالب و اخر موجب.

$$x^2 - (k+1)x + 4 = 0$$

$$x^2 - (3+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2=0$$

$$x=2$$

$$x^2 - (-5+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x+2=0, x=-2$$

حل التمارين

جد مجموعة الحل بأستعمال القانون العامز

$$1) 3x^2 - 9x = -2$$

$$3x^2 - 9x + 2 = 0 \quad , a=3, b=-9, c=2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 24}}{6}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$$

$$\text{إما } x = \frac{9 + \sqrt{57}}{6}$$

$$\text{أو } x = \frac{9 - \sqrt{57}}{6}$$

$$S = \left(\frac{9 + \sqrt{57}}{6}, \frac{9 - \sqrt{57}}{6} \right)$$

$$2) 2y^2 - 3 = -5y$$

$$2y^2 + 5y - 3 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$\text{إما } x = \frac{-5 + 7}{4}$$

$$x = \frac{2}{4}, x = \frac{1}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{-5 - 7}{4}$$

$$x = \frac{-12}{4}, x = -3$$

$$S = \left(\frac{1}{2}, -3 \right)$$

حدد جذور المعادلة أولاً وجد مجموعة الحل اذا كان ممكناً.

$$1) 2x^2 + 3x = 5$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)$$

$$\Delta = 9 + 40$$

$$\Delta = 49$$

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

للتحقق:

$$\text{إما } x = \frac{-3+7}{4}$$

$$x = \frac{4}{4}, x = 1$$

$$\text{أو } x = \frac{-3-7}{4}$$

$$x = \frac{-10}{4} \quad x = \frac{-5}{2}$$

$$S = (1, \frac{-5}{2})$$

ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة متساويين؟ ثم تحقق من الحل.

$$4y^2 + 25 = (k+4)z$$

$$4y^2 - (k-5)z + 25 = 0$$

$$\Delta = \{-(k+4)^2 - 4 * 4 * 25$$

$$\Delta = (k-5)^2 - 400$$

$$\Delta = 0, (k-5)^2 - 400 = 0$$

$$(k-5)^2 = 400$$

$$K-5 = \pm 20$$

$$\text{إما } k-5 = 20$$

$$K = 20 + 5$$

$$K = 25$$

$$\text{أو } k-5 = -20$$

$$K = -20 + 5$$

$$K = -15$$

$$S = (25, -15)$$

$$4y^2 - (k-5)y + 25 = 0$$

$$4y^2 - (25-5)y + 25 = 0$$

$$4y^2 - 20y + 25 = 0$$

$$(2y-5)^2 = 0$$

$$2y-5 = 0, 2y = 5 \div 2$$

$$y = \frac{5}{2}$$

$$4y^2 - (k-5)y + 25 = 0$$

$$4y^2 - (-15-5)y + 25 = 0$$

$$4y^2 + 20y + 25 = 0$$

$$(2y+5)^2 = 0$$

$$2y+5 = 0, 2y = -5 \div 2$$

$$y = \frac{-5}{2}$$

بين أن المعادلة ليس لها حل في R .

$$z^2 - 6z + 28 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (6)^2 - 4 * 1 * 28$$

$$= 36 - 112$$

$$= -76$$

جذراها خياليان و ليس لها حل في R

جد مجموعة حل المعادلات بأستعمال القانون العام.

$$1) 2x^2 - 8(3x+2) = 0$$

$$2x^2 - 24x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -16}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{576 + 128}}{4}$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{704}}{4}$$

$$\text{إما } x = \frac{24 + \sqrt{704}}{4}$$

$$\text{أو } x = \frac{24 - \sqrt{704}}{4}$$

$$S = \left(\frac{24 + \sqrt{704}}{4}, \frac{24 - \sqrt{704}}{4} \right)$$

حدد جذور المعادلة أولاً ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً.

$$1) y^2 + 12 = -9y$$

$$y^2 + 9y + 12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12$$

$$\Delta = 81 - 48$$

$$\Delta = 33$$

جذران حقيقيان و غير نسبيين.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{33}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{إما } x = \frac{-9 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{أو } x = \frac{-9 - \sqrt{33}}{2}$$

$$S = \left(\frac{-9 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{2} \right)$$

$$2) 2x^2 - 5x + 7 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7$$

$$\Delta = 25 - 56$$

$$\Delta = -31$$

جذران خياليان و ليس لها حل في R.

ما قيمة الثابت K التي تجعل جذري المعادلة متساوية؟ ثم تحقق من الحل.

$$x^2 - (k+6)x + 49 = 0$$

$$\Delta = \{ -(k+6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49$$

$$\Delta = (k+6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49$$

$$\Delta = (k+6)^2 - 196$$

$$\Delta = 0, (k+6)^2 - 196 = 0$$

$$(k+6)^2 = 196$$

$$K+6 = \pm 14$$

ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)
إعداد: عبدالرحمن الياس

$$\text{إما } k+6=14$$

$$K=14-6, k=8$$

$$\text{او } k+6=-14$$

$$K=-14-6, k=-20$$

$$S=(8,-20)$$

التحقق:

$$x^2-(k+6)x+49$$

$$x^2-(8+6)x+49$$

$$x^2-14x+49=0$$

$$(x-7)^2=0$$

$$x-7=0, x=7$$

$$x^2-(-20+6)x+49=0$$

$$x^2+14x+49=0$$

$$(x+7)^2=0$$

$$x+7=0, x=-7$$

بين ان المعادلة ليس لها حل في R.

$$2z^2-3z+10=0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 * 2 * 10$$

$$\Delta = 9-80$$

$$\Delta = -71$$

جذراها خياليان و ليس لها حل في R.

حل المعادلات الكسرية

خطوات الحل:

- ١) نتخلص من الكسور.
- ٢) نضع المعادلة بالصورة القياسية: $(ax^2 \pm bx \pm c)$.
- ٣) نبسط المعادلة.
- ٤) إيجاد مجموعة الحل.

للتحقق من الحل نعوض مجموعة الحل في المعادلة الأصلية اذا كان الناتج مثل الناتج المساوي يكون الحل صحيح و ان لم يكون الحل مساوياً للناتج يكون خطأ.

لأضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦.

جد مجموعة الحل ثم تحقق من صحة الحل.

$$\text{EX1) } 5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3} \quad * 3x$$

$$3x(5x) + 3x\left(\frac{x-2}{3x}\right) = 3x\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$15x^2 + x - 2 = 2x$$

$$15x^2 + x - 2 - 2x = 0$$

$$15x^2 - x - 2 = 0$$

$$(3x+1)(5x-2) = 0$$

$$\text{إما } 3x+1=0$$

$$3x = -1 \quad \div 3$$

$$x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{او } 5x-2=0$$

$$5x = 2 \quad \div 5$$

$$x = \frac{2}{5}, \quad S = \left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{5}\right)$$

التحقق:

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$5\left(\frac{2}{5}\right) + \frac{\frac{2}{5}-2}{3 \cdot \frac{2}{5}} = \frac{2}{3}$$

$$2 + \frac{\frac{2-10}{5}}{\frac{6}{5}} = \frac{2}{3}$$

$$2 + \frac{-8}{5} \div \frac{6}{5} = \frac{2}{3}$$

$$2 + \frac{-8}{5} * \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$$

$$2 + \frac{-4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6-4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

م/ عند التحقق من الحل يجب استبعاد القيم التي تجعل مقام اي حد كسري من المعادلة الأصلية صفراً لأنه يؤدي القسمة على صفر و هذا غير جائز.

م/ يجب تغيير $-(X-2)$ الى $(2-X)$.

حسب المعلومة الآتية: $-(b-a) = a-b$.

$$\text{EX2) } \frac{2}{X+2} - \frac{X}{2-X} = \frac{X^2+4}{X^2-4}$$

$$\frac{2}{X+2} + \frac{X}{X-2} = \frac{X^2+4}{(X-2)(X+2)}$$

$$(X+2)(X-2) * \frac{2}{X+2} - (X+2)(X-2) * \frac{X}{X-2} = (X+2)(X-2) *$$

$$\frac{X^2+4}{(X-2)(X+2)}$$

$$2(X-2)+X(X+2)=X^2+4$$

$$2X-4+X^2+2X=X^2+4$$

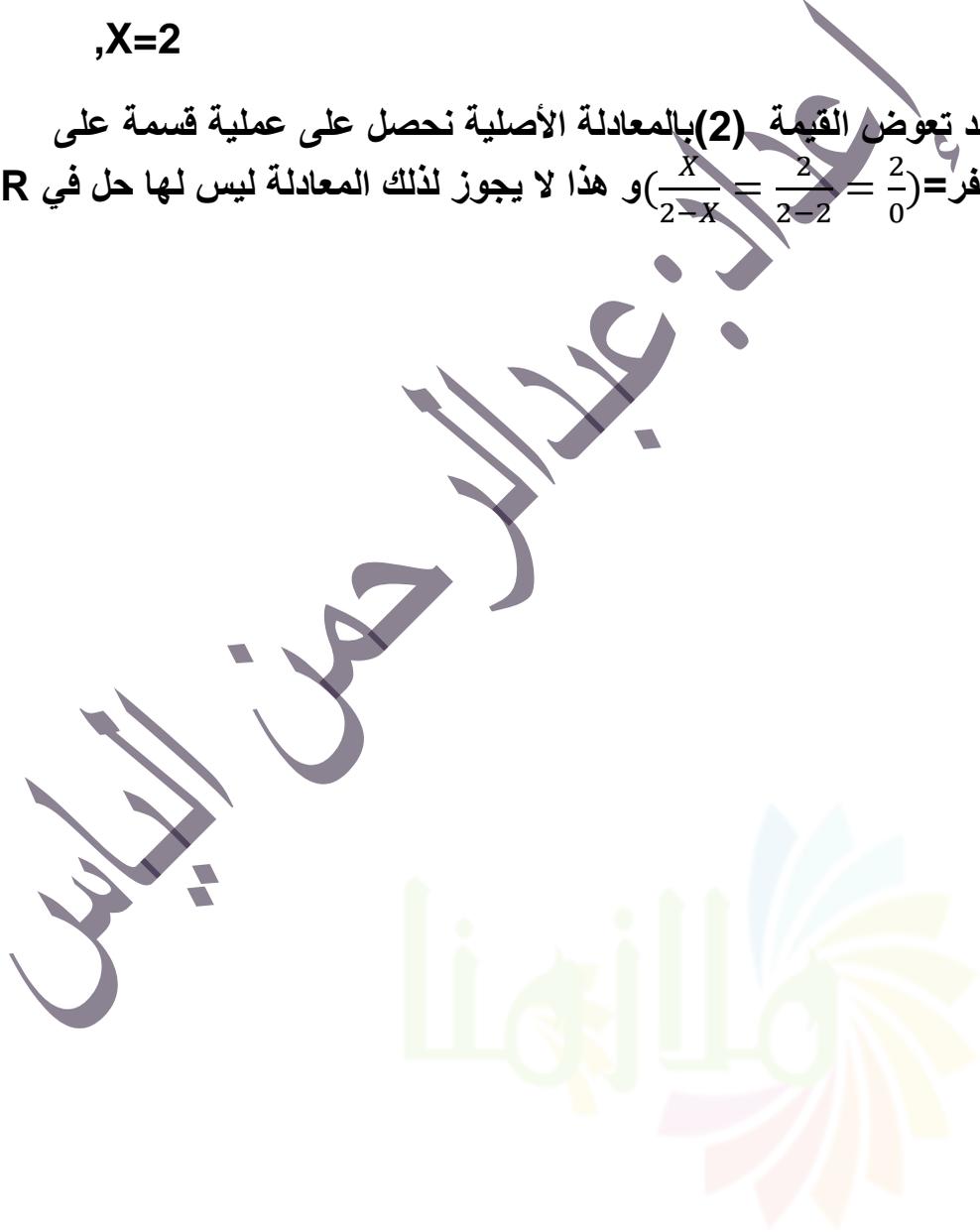
$$2X-4+X^2+2X-X^2-4=0$$

$$4X-8=0$$

$$4X=8 \quad \div 4$$

$$X=\frac{8}{4}, X=2$$

عند تعويض القيمة (2) بالمعادلة الأصلية نحصل على عملية قسمة على صفر $= \left(\frac{X}{2-X} = \frac{2}{2-2} = \frac{2}{0}\right)$ وهذا لا يجوز لذلك المعادلة ليس لها حل في R .



ملزمة رياضيات للصف الثالث المتوسط (الجزء الأول)

إعداد: عبدالرحمن الياس

جمهورية العراق - وزارة التربية
الدور الأول ١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩ م
الوقت : ثلاث ساعات



اللجنة الدائمة لامتحانات العامة
الدراسة : المتوسطة
المادة : الرياضيات

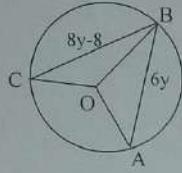
ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط . لكل سؤال ٢٠ درجة .
س 1 : (A) جد مجموعة حل النظام في R باستخدام طريقة الحذف :
 $3y - 2x - 7 = 0$
 $y + 3x + 5 = 0$

(B) مستقيم يمر بالنقطة $(-1, 5)$ ، وميله $-\frac{2}{5}$ ، جد معادلته .

س 2 : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- موقع بيت محمود عند النقطة $(4, 0)$ وموقع مدرسته عند النقطة $(0, 3)$ ، ما المسافة التي يقطعها محمود عند ذهابه إلى المدرسة ؟ علماً أن طول ضلع كل مربع في المستوى الإحداثي يمثل كيلو متراً واحداً .

(B) في الشكل أدناه ، إذا كانت الزاويتان AOB ، COB متطابقتان ، جد طول CB .



(C) اكتب الحد العشرين من المتتابعة الحسابية :

$\{ \dots, -9, -4, 1, 6 \}$ ، وحدد ما إذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة .

س 3 : (A) 1 ما العدد المجهول في المقدار ؟ $x^2 + 3x + 5x + 15 = (x + 3)(x + \square)$

(2) جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة منزل إذا كان ارتفاعه $(\sqrt{18} - \sqrt{3})$ متر وطول قاعدته $(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$ متر .

(B) اثبت أن : $\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ = \frac{4}{\sqrt{3}}$

س 4 : (A) اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي : (١٥ درجة) (لكل فقرة ٥ درجات)

(1) إذا كان $f: N \rightarrow N$ بحيث $f(x) = 2x - 3$ و $g: N \rightarrow N$ بحيث $g(x) = x + 1$ فإن

التطبيق $(g \circ f)(x)$ هو : a) $2x - 2$ b) $2x - 4$ c) $2x + 2$ d) $2x + 4$

(2) حل المعادلة $x^2 = 144$ في R باستخدام قاعدة الجذر التربيعي هو :

a) $S = \{7, -7\}$ b) $S = \{14, -14\}$ c) $S = \{12, -12\}$ d) $S = \{12, 12\}$

(3) القيمة العددية للمقدار $(0!)(5! - 3!)$ تساوي : ليس أيًا منها d) 0 c) 0 b) 114 a) 2

(B) ضع المقدار التالي في أبسط صورة : $\frac{y^3 + 27}{y^3 - 3y^2 + 9y}$ (٥ درجات)

س 5 : (A) بيّن هل للمعادلة التالية حل في R ؟ وما نوع الجذرين باستخدام المقدار المميز ؟ $x^2 - 2x + 10 = 0$

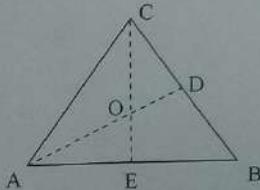
(B) اكتب الحد المفقود في المقدار $36 + \dots + y^2$ ليصبح مربعاً كاملاً ، ثم حله .

س 6 : أجب عن فرعين مما يأتي :

(A) حل المتباينة التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد : $|6x| + 4 < 10$

(B) في تجربة رمي حجرى النرد مرة واحدة ، جد احتمال الحصول على مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي (5) .

(C) المثلث ABC فيه \overline{AD} ، \overline{CE} قطعتان متوسطتان لتلقيان في نقطة O ، $CE = 9\text{cm}$ ، $AD = 6\text{cm}$ ، جد طول \overline{AO} ، \overline{OE}



لإضافة الملاحظات الاتصال على الرقم: ٠٧٥١٠٤٢٠٣٩٦